WENDT


UNIVERSITY OF WISCONSIN
No. 32

HANDBUCH

FÜR DEN

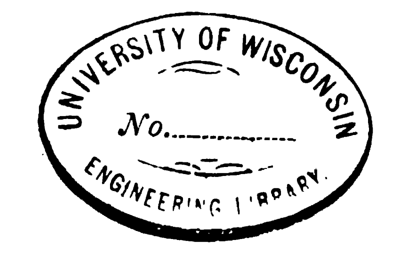
PRAKTISCHEN MASCHINEN-CONSTRUCTEUR.



HANDBUCH

FÜR DEN

PRAKTISCHEN MASCHINEN-CONSTRUCTEUR.



EINE SAMMLUNG

DER WICHTIGSTEN FORMELN, TABELLEN, CONSTRUCTIONSREGELN UND BETRIEBSERGEBNISSE FÜR DEN MASCHINENBAU UND DIE MIT DEMSELBEN VERWANDTEN INDUSTRIEZWEIGE.

UNTER MITWIRKUNG

ERFAHRENER INGENIEURE UND FABRIKDIRECTOREN

HERAUSGEGEBEN

VON

W. H. UHLAND,

CIVIL-INGENIEUR UND CHEF-REDACTEUR DES „PRAKTISCHEN MASCHINEN-CONSTRUCTEUR" etc.

IV. BAND.

MATHEMATIK, MECHANIK, HYDRAULIK, PHYSIK, CHEMIE, FELDMESSEN UND NIVELLIREN, MÜNZ-, MASS- UND GEWICHTSTABELLEN. INDUSTRIE-GESETZE.

MIT 244 TEXTFIGUREN.

LEIPZIG, 1883.

BAUMGÄRTNER'S BUCHHANDLUNG.

Vorwort zu Band IV.

Dieser Band des Handbuchs soll im wesentlichen die theoretische Ergänzung zu den drei übrigen Bänden bilden; es sind daher in demselben die für den Techniker hauptsächlich nothwendigen Hilfswissenschaften in möglichst knapper Form zusammengestellt. Auch hier ist, selbst wo es sich um rein theoretische Darstellungen handelt, in der Wahl und Anordnung des Stoffes der für den praktischen Constructeur massgebende Gesichtspunkt festgehalten, und demgemäss besonders darauf Rücksicht genommen, zur möglichsten Vereinfachung der nothwendigen Berechnungen die Ergebnisse der einzelnen Theorieen in übersichtlicher Weise in Tabellen zu vereinigen und so die Auffindung und Benutzung derselben zu erleichtern. Neben dem theoretischen Theile enthält dieser Band ein Capitel über Feldmessen und Nivelliren sowie die wichtigsten Münz-, Mass- und Gewichtstabellen und schliesslich die das Interesse des Maschinentechnikers zunächst berührenden Industriegesetze.

Leipzig, im August 1883.

Der Herausgeber.

Inhalts-Verzeichniss.

I. Mathematik.

A. Tabellen.

1. Productentafel.

In der nachstehenden **Productentafel** sind die 1-, 2-, bis 9 fachen aller Zahlen von 1 bis 100 zusammengestellt; die Tabelle besteht aus 9 Vertikalcolumnen, welche die 2-, 3- bis 9 fachen Werthe aller der unter der Reihe 1 angeführten Zahlen enthalten. So ist z. B. $37 \times 8 = 296$, welche Zahl man in der Columne 8 in der Vertikalreihe 37 findet.

Grössere Zahlen kann man unter wesentlicher Erleichterung mit Hülfe der Tafel **multipliciren**, indem man sie nach folgenden Beispielen in eine Addition verwandelt:

$$
\begin{aligned}
43 \times 79 &= 43 \times 7 \times 10 = 3010 \\
&+ 43 \times 9 = 387 \\
\hline
43 \times 79 &= 3397
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
57 \times 6743 = 57 \times 6 \times 1000 &= 342000 \\
57 \times 7 \times 100 &= 39900 \\
57 \times 4 \times 10 &= 2280 \\
57 \times 3 &= 171 \\
\hline
57 \times 6743 &= 384351
\end{aligned}
$$

Sobald der eine Factor des gesuchten Productes mehrzifferig ist, hat man denselben zu theilen; so z. B.

$$
\begin{aligned}
323 \times 245 = \left\{\begin{matrix} 320 \times 245 \\ +3 \times 245 \end{matrix}\right\} 10 \times \left\{\begin{matrix} 32 \times 2 \times 100 \\ + 32 \times 4 \times 10 \\ + 32 \times 5 \end{matrix}\right\} &\begin{matrix} = 64000 \\ = 12800 \\ = 1600 \end{matrix} \\
+ 24 \times 3 \times 10 &= 720 \\
5 \times 3 &= 15 \\
\hline
323 \times 245 &= 79135
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7213 \times 3645 &= 7200 \times 3645 \\
&+ 13 \times 3645 \\
&= \left.\begin{matrix} 21600000 \\ 4320000 \\ 288000 \\ 36000 \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} 39000 \\ 7800 \\ 520 \\ 65 \end{matrix}\right. \\
\hline
& 26244000 + 47385 \\
7213 \times 3645 &= 26291385
\end{aligned}
$$

Besonders vortheilhaft eignet sich die Tabelle zum **abgekürzten Multipliciren**, wenn es nur auf einen angenährten Werth des Productes ankommt.

$$
\begin{aligned}
0{,}2635 \times 0{,}843 = 0{,}26 \times 0{,}8 &= 0{,}2080 \\
0{,}26 \times 0{,}04 &= 0{,}0104 \\
0{,}26 \times 0{,}003 &= 0{,}0008 \\
0{,}0035 \times 0{,}8 &= 0{,}0028. \\
0{,}0035 \times 0{,}004 &= 0{,}0001 \\
\hline
0{,}2635 \times 0{,}843 &= 0{,}2221
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0{,}7213 \times 0{,}3645 = 0{,}72 \times 0{,}3 &= 0{,}2160 \\
0{,}72 \times 0{,}06 &= 0{,}0432 \\
0{,}72 \times 0{,}04 &= 0{,}0029 \\
0{,}72 \times 0{,}005 &= 0{,}0004 \\
0{,}0013 \times 0{,}3 &= 0{,}0004 \\
\hline
0{,}7213 \times 0{,}3645 &= 0{,}2629
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0{,}7533 \times 0{,}0703 = 0{,}75 \times 0{,}07 &= 0{,}05250 \\
0{,}75 \times 0{,}0003 &= 0{,}00023 \\
0{,}0033 \times 0{,}07 &= 0{,}00023 \\
\hline
0{,}7533 \times 0{,}0703 &= 0{,}05293
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0{,}535 \times 0{,}0037083 = 0{,}53 \times 0{,}003 &= 0{,}001590 \\
0{,}53 \times 0{,}0007 &= 0{,}000371 \\
0{,}53 \times 0{,}00008 &= 0{,}000004 \\
0{,}005 \times 0{,}003 &= 0{,}000030 \\
0{,}005 \times 0{,}0007 &= 0{,}000004 \\
\hline
0{,}535 \times 0{,}0037083 &= 0{,}001999
\end{aligned}
$$

Productentafel.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450
1	2	3	4	5	6	7	8	9	51	102	153	204	255	306	357	408	459
2	4	6	8	10	12	14	16	18	52	104	156	208	260	312	364	416	468
3	6	9	12	15	18	21	24	27	53	106	159	212	265	318	371	424	477
4	8	12	16	20	24	28	32	36	54	108	162	216	270	324	378	432	486
5	10	15	20	25	30	35	40	45	55	110	165	220	275	330	385	440	495
6	12	18	24	30	36	42	48	54	56	112	168	224	280	336	392	448	504
7	14	21	28	35	42	49	56	63	57	114	171	228	285	342	399	456	513
8	16	24	32	40	48	56	64	72	58	116	174	232	290	348	406	464	522
9	18	27	36	45	54	63	72	81	59	118	177	236	295	354	413	472	531
10	20	30	40	50	60	70	80	90	60	120	180	240	300	360	420	480	540
11	22	33	44	55	66	77	88	99	61	122	183	244	305	366	427	488	549
12	24	36	48	60	72	84	96	108	62	124	186	248	310	372	434	496	558
13	26	39	52	65	78	91	104	117	63	126	189	252	315	378	441	504	567
14	28	42	56	70	84	98	112	126	64	128	192	256	320	384	448	512	576
15	30	45	60	75	90	105	120	135	65	130	195	260	325	390	455	520	585
16	32	48	64	80	96	112	128	144	66	132	198	264	330	396	462	528	594
17	34	51	68	85	102	119	136	153	67	134	201	268	335	402	469	536	603
18	36	54	72	90	108	126	144	162	68	136	204	272	340	408	476	544	612
19	38	57	76	95	114	133	152	171	69	138	207	276	345	414	483	552	621
20	40	60	80	100	120	140	160	180	70	140	210	280	350	420	490	560	630
21	42	63	84	105	126	147	168	189	71	142	213	284	355	426	497	568	639
22	44	66	88	110	132	154	176	198	72	144	216	288	360	432	504	576	648
23	46	69	92	115	138	161	184	207	73	146	219	292	365	438	511	584	657
24	48	72	96	120	144	168	192	216	74	148	222	296	370	444	518	592	666
25	50	75	100	125	150	175	200	225	75	150	225	300	375	450	525	600	675
26	52	78	104	130	156	182	208	234	76	152	228	304	380	456	532	608	684
27	54	81	108	135	162	189	216	243	77	154	231	508	385	462	539	616	693
28	56	84	112	140	168	196	224	252	78	156	234	312	390	468	546	624	702
29	58	87	116	145	174	203	232	261	79	158	237	316	395	474	553	632	711
30	60	90	120	150	180	210	240	270	80	160	240	320	400	480	560	640	720
31	62	93	124	155	186	217	248	279	81	162	243	324	405	486	567	648	729
32	64	96	128	160	192	224	256	288	82	164	246	328	410	492	574	656	738
33	66	99	132	165	198	231	264	297	83	166	249	332	415	498	581	664	747
34	68	102	136	170	204	238	272	306	84	168	252	336	420	504	588	672	756
35	70	105	140	175	210	245	280	315	85	170	255	340	425	510	595	680	765
36	72	108	144	180	216	252	288	324	86	172	258	344	430	516	602	688	774
37	74	111	148	185	222	259	296	333	87	174	261	348	435	522	609	696	783
38	76	114	152	190	228	266	304	342	88	176	264	352	440	528	616	704	792
39	78	117	156	195	234	273	312	351	89	178	267	356	445	534	623	712	801
40	80	120	160	200	240	280	320	360	90	180	270	360	450	540	630	720	810
41	82	123	164	205	246	287	328	369	91	182	273	364	455	546	637	728	819
42	84	126	168	210	252	294	336	378	92	184	276	368	460	552	644	736	828
43	86	129	172	215	258	301	344	387	93	186	279	372	465	558	651	744	837
44	88	132	176	220	264	308	352	396	94	188	282	376	470	564	658	752	846
45	90	135	180	225	270	315	360	405	95	190	285	380	475	570	665	760	855
46	92	138	184	230	276	322	368	414	96	192	288	384	480	576	672	768	864
47	94	141	188	235	282	329	376	423	97	194	291	388	485	582	679	776	873
48	96	144	192	240	288	336	384	432	98	196	294	392	490	588	686	784	882
49	98	147	196	245	294	343	392	441	99	198	297	396	495	594	693	792	891
50	100	150	200	250	300	350	400	450	100	200	300	400	500	600	700	800	900
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

2. Tabelle der Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln, der reciproken Werthe, der briggischen und natürlichen Logarithmen der Zahlen von 1 bis 1000, sowie der Kreisumfänge und Kreisflächen für die Durchmesser von 0,1 bis 99,9.

a. Quadrate und Cuben.

Unter der Reihe n findet man die Zahlen 1 bis 1000 aufgeführt. Will man das Quadrat einer Zahl aufsuchen, welche in der Tafel enthalten ist, so geht man in die Horizontalreihe der betreffenden Zahl und findet dort den gesuchten Werth in der Columne, welche die Bezeichnung n^2 am Kopfe trägt.

Besteht der gegebene Werth aus mehr als 3 Ziffern, so hat man, falls das Quadrat oder der Cubus genau verlangt werden, die Zahl in ein Binom zu zerlegen und nach der Formel $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ mit Hülfe der Tabelle auszurechnen.

Kann man die zu potenzirende Zahl dagegen in zwei Summanden zerlegen, sodass b sehr klein wird, dann genügt es, die Formel auf

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b \text{ abzukürzen.}$$
$$0{,}8375^2 = 8370^2 + 2 \times 0{,}837 \times 0{,}0005$$
$$= 0{,}700569 + 0{,}000837 = 0{,}701406$$

$$0{,}48002^3 = 0{,}4800^3 + 3 \times 0{,}4800 \times 0{,}0002$$
$$= 0{,}110592 + 0{,}23040 \times 0{,}0006$$
$$= 0{,}110592 + 0{,}000138$$
$$= 0{,}110730.$$

b. Quadrat- und Cubikwurzeln.

In gleicher Weise wie die Potenzen, findet man die Wurzeln von 1—1000, z. B. $\sqrt[3]{565} = 8{,}2670$, welch letztere Zahl man unter der mit $\sqrt[3]{n}$ bezeichneten Columne in der Horizontalreihe 565 findet.

Eine mehr als dreizifferige Zahl behandelt man nach der Formel:

$$\sqrt{a^2 \pm b} = a \pm \frac{b}{2a}; \quad \sqrt{5521} = \sqrt{5476 + 45} = 74 + \frac{45}{2.74} = 74{,}304$$

$$\sqrt[3]{a^3 \pm b} = a \pm \frac{b}{3a^2}; \quad \sqrt[3]{0{,}563100} = \sqrt[3]{0{,}551368 + 0{,}011732} = 0{,}82 + \frac{0{,}011732}{3\,.\,0{,}6724} = 0{,}8258.$$

Der durch dies Verfahren begangene Fehler ist annähernd: $= -\frac{b^2}{8a^3}$ resp. $= -\frac{b^2}{9a^5}$.

Mit Hülfe der später angeführten Newton'schen Interpollations-Formel ergiebt sich die Quadrat- und Cubikwurzel eines Decimalbruches angenähert folgendermassen: Multiplicire die Differenz zwischen der Wurzel aus der ganzen Zahl des Bruches und der Wurzel aus der zunächst höheren ganzen Zahl mit dem Decimaltheil des Bruches und addire das Product zu der Wurzel aus der ganzen Zahl des Bruches. Die Summe ist die gesuchte Wurzel. (Siehe: Arithmetik.)

c. Die reciproken Werthe.

Die Decimalbrüche in der Reihe $1/n$ sind die Werthe der Stammbrüche $1/2$ bis $1/999$, sodass also der Bruch $1/555 = 0{,}00180$ ist. Zu vierzifferigen Zahlen ist der reciproke Werth als Decimalbruch durch Interpolation aufzusuchen.

Wäre z. B. zu der Zahl 1177 die Reciproke aufzusuchen, so findet man 1 : 1170 = 0,000855 und die um 10 grössere 1 : 1180 = 0,000847, Differenz = 0,000008. Da die gegebene Zahl um 7 grösser ist als die kleinere 1170, so hat man auch ihren reciproken Werth um $7/10 \times 0{,}000008$ zu vermindern $1/1177 = 0{,}000855 - 0{,}0000056 = 0{,}0008494$.

d. Briggische und natürliche Logarithmen.

Die mit *log n* überschriebene Reihe giebt die Logarithmen der Zahlen n zur Basis 10 an, die mit *log nat n* überschriebene die natürlichen Logarithmen der Zahlen 1—1000 zur Basis $e = 2{,}718281828459$.

Modulus zur Verwandlung der gemeinen Logarithmen in natürliche $= M = 2{,}3025850930$ *log vulg* $M = 0{,}3622156886$.

Modulus zur Verwandlung der natürlichen Logarithmen in gemeine $M_1 = 0{,}4342944819$ *log vulg* $M_1 = 0{,}6377843113-1$.

e. Kreis-Umfänge und Flächeninhalte für die Radien 0,1 bis 99,9.

Es ist in der Tabelle $d = 1/10\,n$ genommen, sodass die Tabelle nach Zehnteltheilen fortschreitende Werthe angiebt; die horizontalen Reihen enthalten die Kreis-Umfänge πd und Kreis-Flächen $\frac{d^2\pi}{4}$ der unter $d = 0{,}1\,n$ stehenden Zahl, sodass also für den Durchmesser 38,7 sich der Umfang 121,6, der Inhalt 1176,3 ergiebt.

Bei vier- und mehrzifferigen Zahlen hat man durch Interpolation die genügend genaue Berechnung fortzusetzen.

Umgekehrt findet man auch, dass zu dem Umfang 148,9 der Durchmesser 47,4 gehört, indem man unter der Columne πd den möglichst angenäherten Werth sucht und das zugehörige d aus der Reihe $d = 0{,}1\,n$ abliest. In derselben Weise kann man auch aus dem gegebenen Inhalte rückwärts den Durchmesser finden.

Tabelle der Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln, der reciproken Werthe, der briggischen und natürlichen Logarithmen der Zahlen von 1—1000.

Tabelle der Kreisumfänge und Kreisflächen für die Durchmesser 0,1—99,9.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$\log n$	$\log nat\, n$	$d = 0{,}1\, n$	πd	$\frac{1}{4} \pi d^2$	n
0	0	0	0,000	0,000	∞	— ∞	— ∞	0,0	—	—	0
1	1	1	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,00000	0,1	0,314	0,0079	1
2	4	8	1,4142	1,2599	0,5000	0,3010	0,69315	2	0,628	0,0314	2
3	9	27	1,7321	1,4422	0,3333	0,4771	1,09861	3	0,942	0,0707	3
4	16	64	2,0000	1,5874	0,2500	0,6021	1,38629	4	1,257	0,1257	4
5	25	125	2,2361	1,7100	0,2000	0,6989	1,60944	5	1,571	0,1964	5
6	36	216	2,4495	1,8171	0,1667	0,7781	1,79176	6	1,885	0,2827	6
7	49	343	2,6458	1,9129	0,1428	0,8451	1,94591	7	2,199	0,3848	7
8	64	512	2,8284	2,0000	0,1250	0,9031	2,07944	8	2,513	0,5026	8
9	81	729	3,0000	2,0801	0,1111	0,9542	2,19722	9	2,827	0,6362	9
10	100	1000	3,1623	2,1544	0,1000	1,0000	2,30259	1,0	3,142	0,7854	10
11	121	1331	3,3166	2,2240	0,0909	1,0414	2,39790	1	3,456	0,9503	11
12	144	1728	3,4641	2,2894	0,0833	1,0792	2,48491	2	3,770	1,1310	12
13	169	2197	3,6056	2,3513	0,0792	1,1139	2,56495	3	4,084	1,3273	13
14	196	2744	3,7417	2,4101	0,0714	1,1461	2,63906	4	4,398	1,5394	14
15	225	3375	3,8730	2,4662	0,0667	1,1761	2,70805	5	4,712	1,7671	15
16	256	4096	4,0000	2,5198	0,0625	1,2041	2,77259	6	5,027	2,0106	16
17	289	4913	4,1231	2,5713	0,0588	1,2304	2,83321	7	5,341	2,2698	17
18	324	5832	4,2126	2,6207	0,0555	1,2553	2,89037	8	5,655	2,5447	18
19	361	6859	4,3589	2,6684	0,0526	1,2788	2,94444	9	5,969	2,8353	19
20	400	8000	4,4721	2,7144	0,0500	1,3010	2,99573	2,0	6,283	3,1416	20
21	441	9261	4,5826	2,7589	0,0476	1,3222	3,04452	1	6,597	3,4636	21
22	484	10648	4,6904	2,8020	0,0454	1,3424	3,09104	2	6,912	3,8013	22
23	529	12167	4,7958	2,8439	0,0435	1,3617	3,13549	3	7,226	4,1518	23
24	576	13824	4,8990	2,8845	0,0417	1,3802	3,17805	4	7,540	4,5239	24
25	625	15625	5,0000	2,9240	0,0400	1,3979	3,21888	5	7,854	4,9087	25
26	676	17576	5,0990	2,9625	0,0384	1,4149	3,25810	6	8,168	5,3093	26
27	729	19683	5,1962	3,0000	0,0370	1,4314	3,29584	7	8,482	5,7256	27
28	784	21952	5,2915	3,0366	0,0357	1,4472	3,33220	8	8,796	6,1575	28
29	841	24389	5,3852	3,0723	0,0345	1,4624	3,36730	9	9,111	6,6052	29
30	900	27000	5,4772	3,1072	0,0333	1,4771	3,40120	3,0	9,425	7,0686	30
31	961	29791	5,5678	3,1414	0,0323	1,4914	3,43399	1	9,739	7,5477	31
32	1024	32768	5,6569	3,1748	0,0312	1,5051	3,46574	2	10,35	8,0425	32
33	1089	35937	5,7446	3,2075	0,0303	1,5135	3,49651	3	10,37	8,5530	33
34	1156	39304	5,8310	3,2396	0,0294	1,5315	3,52636	4	10,68	9,0792	34
35	1225	42875	5,9161	3,2711	0,0286	1,5441	3,55535	5	11,00	9,6211	35
36	1296	46655	6,0000	3,3019	0,0278	1,5563	3,58352	6	11,31	10,179	36
37	1369	50653	6,0828	3,3322	0,0270	1,5682	3,61092	7	11,62	10,752	37
38	1444	54872	6,1644	3,3620	0,0263	1,5798	3,63759	8	11,94	11,341	38
39	1521	59319	6,2450	3,3912	0,0256	1,5912	3,66356	9	12,25	11,946	39
40	1600	64000	6,3246	3,4200	0,0250	1,6021	3,68888	4,0	12,57	12,566	40
41	1681	68921	6,4031	3,4482	0,0244	1,6128	3,71357	1	12,88	13,203	41
42	1764	74088	6,4807	3,4760	0,0238	1,6232	3,73767	2	13,19	13,854	42
43	1849	79507	6,5574	3,5034	0,0233	1,6335	3,76120	3	13,51	14,522	43
44	1936	85184	6,6332	3,5303	0,0227	1,6434	3,78419	4	13,82	15,205	44
45	2025	91125	6,7082	3,5569	0,0222	1,6532	3,80666	5	14,14	15,904	45
46	2116	97336	6,7823	3,5830	0,0217	1,6628	3,82864	6	14,45	16,619	46
47	2209	103823	6,8557	3,6088	0,0213	1,6721	3,85015	7	14,77	17,349	47
48	2304	110592	6,9282	3,6342	0,0208	1,6812	3,87120	8	15,08	18,096	48
49	2401	117649	7,0000	3,6593	0,0204	1,6900	3,89182	9	15,39	18,857	49
50	2500	125000	7,0711	3,6840	0,0200	1,6990	3,91202	5,0	15,71	19,635	50
51	2601	132651	7,1414	3,7084	0,0196	1,7076	3,93183	1	16,02	20,428	51
52	2704	140608	7,2111	3,7325	0,0192	1,7160	3,95124	2	16,34	21,237	52
53	2809	148877	7,2801	3,7563	0,0189	1,7243	3,97029	3	16,65	22,062	53
54	2916	157464	7,3485	3,7798	0,0185	1,7324	3,98898	4	16,96	22,902	54
55	3025	166375	7,4162	3,8030	0,0182	1,7404	4,00733	5	17,28	23,758	55
56	3136	175616	7,4833	3,8259	0,0178	1,7482	4,02535	6	17,59	24,630	56
57	3249	185193	7,5498	3,8485	0,0175	1,7559	4,04305	7	17,91	25,518	57
58	3364	195112	7,6158	3,8709	0,0172	1,7634	4,06044	8	18,22	26,421	58
59	3481	205379	7,6811	3,8930	0,0169	1,7708	4,07754	9	18,54	27,340	59

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$\log n$	$\log nat\, n$	$d = 0{,}1\, n$	πd	$\frac{1}{4} \pi d^2$	n
60	3600	216000	7,7460	3,9149	0,0167	1,7781	4,09434	6,0	18,85	28,274	60
61	3721	226981	7,8102	3,9365	0,0164	1,7853	4,11087	1	19,16	29,225	61
62	3844	238328	7,8740	3,9579	0,0161	1,7924	4,12713	2	19,48	30,191	62
63	3969	250047	7,9373	3,9791	0,0159	1,7993	4,14313	3	19,79	31,172	63
64	4096	262144	8,0000	4,0000	0,0156	1,8062	4,15888	4	20,11	32,170	64
65	4225	274625	8,0623	4,0207	0,0154	1,8129	4,17439	5	20,42	33,183	65
66	4356	287496	8,1240	4,0412	0,0151	1,8195	4,18965	6	20,73	34,212	66
67	4489	300763	8,1854	4,0615	0,0149	1,8261	4,20469	7	21,05	35,257	67
68	4624	314432	8,2462	4,0817	0,0147	1,8325	4,21951	8	21,36	36,317	68
69	4761	328509	8,3066	4,4016	0,0145	1,8388	4,23411	9	21,68	37,393	69
70	4900	343000	8,3666	4,1213	0,01429	1,8451	4,24850	7,0	21,99	38,485	70
71	5041	357911	8,4261	4,1408	0,01408	1,8512	4,26268	1	22,31	39,592	71
72	5184	373248	8,4853	4,1602	0,01389	1,8573	4,27667	2	22,62	40,715	72
73	5329	389017	8,5440	4,1793	0,01370	1,8633	4,29046	3	22,93	41,854	73
74	5476	405224	8,6023	4,1983	0,01351	1,8692	4,30407	4	23,25	43,008	74
75	5625	421875	8,6603	4,2172	0,01333	1,8751	4,31749	5	23,56	44,179	75
76	5776	438976	8,7178	4,2358	0,01316	1,8808	4,33073	6	23,88	45,365	76
77	5929	456533	8,7750	4,2543	0,01299	1,8865	4,34381	7	24,19	46,566	77
78	6084	474552	8,8318	4,2727	0,01282	1,8921	4,35671	8	24,50	47,784	78
79	6241	493039	8,8882	4,2908	0,01266	1,8976	4,36945	9	24,82	49,017	79
80	6400	512000	8,9443	4,3089	0,01250	1,9031	4,38203	8,0	25,13	50,265	80
81	6561	531441	9,0000	4,3267	0,01235	1,9085	4,39445	1	25,45	51,530	81
82	6724	551368	9,0554	4,3445	0,01220	1,9138	4,40672	2	25,76	52,810	82
83	6889	571787	9,1104	4,3621	0,01205	1,9191	4,41882	3	26,08	54,106	83
84	7056	592704	9,1652	4,3795	0,01190	1,9243	4,43082	4	26,39	55,418	84
85	7225	614125	9,2195	4,3968	0,01176	1,9294	4,44265	5	26,70	56,745	85
86	7396	636056	9,2736	4,4140	0,01163	1,9345	4,45435	6	27,02	58,088	86
87	7569	658503	9,3274	4,4310	0,01149	1,9395	4,46591	7	27,33	59,447	87
88	7744	681472	9,3808	4,4480	0,01136	1,9445	4,47734	8	27,65	60,821	88
89	7921	704969	9,4340	4,4647	0,01124	1,9494	4,48864	9	27,96	62,211	89
90	8100	729000	9,4868	4,4814	0,01111	1,9542	4,49981	9,0	28,27	63,617	90
91	8281	753571	9,5394	4,4979	0,01099	1,9590	4,51086	1	28,59	65,039	91
92	8464	778688	9,5917	4,5144	0,01087	1,9638	4,52179	2	28,90	66,476	92
93	8649	804357	9,6437	4,5307	0,01075	1,9685	4,53260	3	29,22	67,929	93
94	8836	830584	9,6954	4,5468	0,01064	1,9731	4,54329	4	29,53	69,398	94
95	9025	857375	9,7468	4,5629	0,01053	1,9777	4,55388	5	29,85	70,882	95
96	9216	884736	9,7980	4,5789	0,01042	1,9783	4,56435	6	30,16	72,382	96
97	9409	912673	9,8489	4,5947	0,01031	1,9868	4,57471	7	30,47	73,898	97
98	9604	941192	9,8995	4,6104	0,01020	1,9912	4,58497	8	30,79	75,430	98
99	9801	970299	9,9499	4,6261	0,01010	1,9956	4,59512	9	31,10	76,977	99
100	10000	1000000	10,0000	4,6416	0,01000	2,0000	4,60517	10,0	41,42	78,540	100
101	10201	1030301	10,0499	4,6570	0,00990	2,0043	4,61512	1	31,73	80,118	101
102	10404	1061208	10,0995	4,6723	0,00980	2,0086	4,62497	2	32,04	81,713	102
103	10609	1092727	10,1489	4,6875	0,00971	2,0128	4,63473	3	32,36	83,323	103
104	10816	1124864	10,1980	4,7027	0,00962	2,0170	4,64439	4	32,67	84,949	104
105	11025	1157625	10,2470	4,7177	0,00952	2,0212	4,65396	5	32,99	86,590	105
106	11236	1191016	10,2956	4,7326	0,00943	2,0253	4,66344	6	33,30	88,247	106
107	11449	1225053	10,3441	4,7475	0,00935	2,0294	4,67283	7	33,62	89,920	107
108	11664	1259712	10,3924	4,7622	0,00926	2,0334	4,68213	8	33,93	91,609	108
109	11881	1295029	10,4403	4,7769	0,00917	2,0374	4,69135	9	34,24	93,313	109
110	12100	1331000	10,4881	4,7914	0,00909	2,0414	4,70048	11,0	34,56	95,033	110
111	12321	1367631	10,5357	4,8059	0,00901	2,0453	4,70952	1	34,87	96,769	111
112	12544	1404928	10,5830	4,8203	0,00893	2,0492	4,71850	2	35,19	98,520	112
113	12769	1442897	10,6301	4,8346	0,00885	2,0531	4,72739	3	35,50	100,29	113
114	12996	1481544	10,6771	4,8488	0,00877	2,0569	4,73620	4	35,81	102,07	114
115	13225	1520875	10,7238	4,8629	0,00870	2,0607	4,74493	5	36,13	103,87	115
116	13456	1560896	10,7703	4,8770	0,00862	2,0645	4,75359	6	36,44	105,68	116
117	13689	1601613	10,8167	4,8910	0,00855	2,0682	4,76217	7	36,76	107,51	117
118	13924	1643032	10,8628	4,9049	0,00847	2,0719	4,77068	8	37,07	109,36	118
119	14561	1685159	10,9087	4,9187	0,00840	2,0755	4,77912	9	37,38	111,22	119

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0{,}1\ n$	πd	$^1/_4\ \pi d^2$	n
120	14400	1728000	10,9545	4,9324	0,00833	2,0792	4,78749	12,0	37,70	113,10	120
121	14641	1771561	11,0000	4,9461	0,00826	2,0828	4,79579	1	38,01	114,99	121
122	14884	1815848	11,0454	4,9597	0,00820	2,0864	4,80402	2	38,33	116,90	122
123	15129	1860867	11,0905	4,9732	0,00813	2,0899	4,81218	3	38,64	118,82	123
124	15376	1906624	11,1355	4,9866	0,00806	2,0934	4,82028	4	38,96	120,76	124
125	15625	1953125	11,1803	5,0000	0,00800	2,0969	4,82831	5	39,27	122,72	125
126	15876	2000376	11,2250	5,0133	0,00794	2,1004	4,83628	6	39,58	124,69	126
127	16129	2048383	11,2694	5,0265	0,00787	2,1038	4,84419	7	39,90	126,68	127
128	16384	2097152	11,3137	5,0397	0,00781	2,1072	4,85203	8	40,21	128,68	128
129	16641	2146689	11,3578	5,0528	0,00775	2,1106	4,85981	9	40,53	130,70	129
130	16900	2197000	11,4018	5,0658	0,00769	2,1139	4,86753	13,0	40,84	132,73	130
131	17161	2248091	11,4455	5,0788	0,00763	2,1173	4,87520	1	41,15	134,78	131
132	17424	2299968	11,4891	5,0916	0,00758	2,1206	4,88280	2	41,47	136,85	132
133	17689	2352637	11,5326	5,1045	0,00752	2,1238	4,89035	3	41,78	138,93	133
134	17956	2406104	11,5758	5,1172	0,00746	2,1271	4,89784	4	42,10	141,03	134
135	18225	2460375	11,6190	5,1299	0,00741	2,1303	4,90527	5	42,41	143,14	135
136	18496	2515456	11,6619	5,1425	0,00735	2,1335	4,91265	6	42,73	145,27	136
137	18769	2571353	11,7047	5,1551	0,00730	2,1367	4,91998	7	43,04	147,41	137
138	19044	2628072	11,7413	5,1676	0,00725	2,1399	4,92725	8	43,35	149,57	138
139	19321	2685619	11,7898	5,1801	0,00719	2,1430	4,93447	9	43,67	151,75	139
140	19600	2744000	11,8322	5,1925	0,00714	2,1461	4,94164	14,0	43,98	153,94	140
141	19881	2803221	11,8743	5,2048	0,00709	2,1492	4,94876	1	44,30	156,15	141
142	20164	2863288	11,9164	5,2171	0,00704	2,1523	4,95583	2	44,61	158,37	142
143	20449	2924207	11,9583	5,2293	0,00699	2,1553	4,96284	3	44,92	160,61	143
144	20736	2985984	12,0000	5,2415	0,00694	2,1584	4,96981	4	45,24	162,86	144
145	21025	3048625	12,0416	5,2536	0,00690	2,1614	4,97673	5	45,55	165,13	145
146	21316	3112136	12,0830	5,2656	0,00685	2,1643	4,98361	6	45,87	167,42	146
147	21609	3176523	12,1244	5,2776	0,00680	2,1673	4,99043	7	46,18	169,72	147
148	21904	3241792	12,1655	5,2896	0,09676	2,1703	4,99721	8	46,50	172,03	148
149	22201	3307949	12,2066	5,3015	0,00671	2,1732	5,00395	9	46,81	174,37	149
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	0,00667	2,1761	5,01064	15,0	47,12	176,71	150
151	22801	3442951	12,2882	5,3251	0,00662	2,1790	5,01728	1	47,44	179,08	151
152	23104	3511808	12,3288	5,3368	0,00658	2,1818	5,02388	2	47,75	181,46	152
153	23409	3581577	12,3693	5,3485	0,00654	2,1847	5,03044	3	48,07	183,85	153
154	23716	3652264	12,4097	5,3601	0,00649	2,1875	5,03695	4	48,38	186,27	154
155	24025	3723875	12,4499	5,3717	0,00645	2,1903	5,04343	5	48,69	188,69	155
156	24336	3796416	12,4900	5,3832	0,00641	2,1931	5,04986	6	49,01	191,13	156
157	24649	3869893	12,5300	5,3947	0,00637	2,1959	5,05625	7	49,32	193,59	157
158	24964	3944312	12,5698	5,4061	0,00633	2,1987	5,06260	8	49,64	196,07	158
159	25281	4019679	12,6095	5,4175	0,00629	2,2014	5,06890	9	49,95	198,56	159
160	25600	4096000	12,6491	5,4288	0,00625	2,2041	5,07517	16,0	50,27	201,06	160
161	25921	4173281	12,6886	5,4401	0,00621	2,2068	5,08140	1	50,58	203,58	161
162	26244	4251528	12,7279	5,4514	0,00617	2,2095	5,08760	2	50,89	206,12	162
163	26569	4330747	12,7671	5,4626	0,00613	2,2122	5,09375	3	51,21	208,67	163
164	26896	4410944	12,8062	5,4737	0,00610	2,2148	0,09987	4	51,52	211,24	164
165	27225	4492125	12,8452	5,4848	0,00606	2,2175	5,10595	5	51,84	213,82	165
166	27556	4574296	12,8841	5,4959	0,00602	2,2201	5,11199	6	52,15	216,42	166
167	27889	4657463	12,9228	5,5069	0,00599	2,2227	5,11799	7	52,46	219,04	167
168	28224	4741632	12,9615	5,5178	0,00595	2,2253	5,12396	8	52,78	221,67	168
169	28561	4826809	13,0000	5,5288	0,00592	2,2279	5,12990	9	53,09	224,32	169
170	28900	4913000	13,0384	5,5397	0,00588	2,2304	5,13580	17,0	53,41	226,98	170
171	29241	5000211	13,0767	5,5505	0,00585	2,2330	5,14166	1	53,72	229,66	171
172	29584	5088448	13,1149	5,5613	0,00581	2,2355	5,14749	2	54,04	232,35	172
173	29929	5177717	13,1529	5,5721	0,00578	2,2380	5,15329	3	54,35	235,06	173
174	30276	5268024	13,1909	5,5828	0,00575	2,2405	5,15906	4	54,66	237,79	174
175	30625	5359375	13,2288	5,5934	0,00571	2,2430	5,16479	5	54,98	240,53	175
176	30976	5451776	13,2665	5,6041	0,00568	2,2455	5,17048	6	55,29	243,28	176
177	31329	5545233	13,3041	5,6147	0,00565	2,2480	5,17615	7	55,61	246,06	177
178	31684	5639752	13,3417	5,6252	0,00562	2,2504	5,18178	8	55,92	248,85	178
179	32041	5735339	13,3791	5,6357	0,00559	2,2528	5,18739	9	56,23	251,65	179

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$\log n$	$\log nat\ n$	$d = 0{,}1\,n$	πd	$\frac{1}{4}\pi d^2$	n
180	32400	5832000	13,4164	5,6462	0,00556	2,2553	5,19296	18,0	56,55	254,47	**180**
181	32761	5929741	13,4536	5,6567	0,00552	2,2577	5,19850	1	56,86	257,30	181
182	33124	6028568	13,4907	5,6671	0,00549	2,2601	5,20401	2	57,18	260,16	182
183	33489	6128487	13,5277	5,6774	0,00546	2,2624	5,20949	3	57,49	263,02	183
184	33856	6229504	13,5647	5,6877	0,00543	2,2648	5,21494	4	57,81	265,90	184
185	34225	6331625	13,6015	5,6980	0,00541	2,2672	5,22036	5	58,12	268,80	**185**
186	34596	6434856	13,6382	5,7083	0,00538	2,2695	5,22575	6	58,43	271,72	186
187	34969	6539203	13,6748	5,7185	0,00535	2,2718	5,23111	7	58,75	274,65	187
188	35344	6644672	13,7113	5,7287	0,00532	2,2742	5,23644	8	59,06	277,59	188
189	35721	6751269	13,7477	5,7388	0,00529	2,2765	5,24175	9	59,38	280,55	189
190	36100	6859000	13,7840	5,7489	0,00526	2,2787	5,24702	19,0	59,69	283,53	**190**
191	36481	6967871	13,8203	5,7590	0,00524	2,2810	5,25227	1	60,00	286,52	191
192	36864	7077888	13,8564	5,7690	0,00521	2,2833	5,25750	2	60,32	289,53	192
193	37249	7189057	13,8924	5,7790	0,00518	2,2856	5,26269	3	60,63	292,55	193
194	37636	7301384	13,9284	5,7890	0,00515	2,2878	5,26786	4	60,95	295,59	194
195	38025	7414875	13,9642	5,7989	0,00513	2,2900	5,27300	5	61,26	298,65	**195**
196	38416	7529536	14,0000	5,8088	0,00510	2,2923	5,27811	6	61,58	301,72	196
197	38809	7645373	14,0357	5,8186	0,00508	2,2945	5,28320	7	61,89	304,81	197
198	39204	7762392	14,0712	5,8285	0,00505	2,2967	5,28827	8	62,20	307,91	198
199	39601	7880599	14,1067	5,8383	0,00503	2,2989	5,29330	9	62,52	311,03	199
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	0,00500	2,3010	5,29832	20,0	62,83	314,16	**200**
201	40401	8120601	14,1774	5,8578	0,00498	2,3032	5,30330	1	63,15	317,31	201
202	40804	8242408	14,2127	5,8675	0,00495	2,3053	5,30827	2	63,46	320,47	202
203	41209	8365427	14,2478	5,8771	0,00493	2,3075	5,31321	3	63,77	323,65	203
204	41616	8489664	14,2829	5,8868	0,00490	2,3096	5,31812	4	64,09	326,85	204
205	42025	8615125	14,3178	5,8964	0,00488	2,3117	5,32301	5	64,40	330,06	**205**
206	42436	8741816	14,3527	5,9059	0,00485	2,3139	5,32788	6	64,72	333,29	206
207	42849	8869743	14,3875	5,9155	0,00483	2,3160	5,33272	7	65,03	336,54	207
208	43264	8998912	14,4222	5,9250	0,00481	2,3181	5,33754	8	65,35	339,79	208
209	43681	9129329	14,4568	5,9345	0,00478	2,3202	5,34233	9	65,66	343,07	209
210	44100	9261000	14,4914	5,9439	0,00476	2,3222	5,34711	21,0	65,97	346,36	**210**
211	44521	9393931	14,5258	5,9533	0,00474	2,3242	5,35186	1	66,29	349,67	211
212	44944	9528128	14,5602	5,9627	0,00472	2,3263	5,35659	2	66,60	352,99	212
213	45369	9663597	14,5945	5,9721	0,00469	2,3284	5,36129	3	66,92	356,33	213
214	45796	9800344	14,6287	5,9814	0,00467	2,3304	5,36598	4	67,23	359,68	214
215	46225	9938375	14,6629	5,9907	0,00465	2,3324	5,37064	5	67,54	363,05	**215**
216	46656	10077696	14,6969	6,0000	0,00463	2,3344	5,37548	6	67,86	366,44	216
217	47089	10218313	14,7309	6,0092	0,00461	2,3364	5,37990	7	68,17	369,84	217
218	47524	10360232	14,7648	6,0185	0,00459	2,3384	5,38450	8	68,49	373,25	218
219	47961	10503459	14,7986	6,0277	0,00457	2,3404	5,38907	9	68,80	376,68	219
220	48400	10648000	14,8324	6,0368	0,00455	2,3424	5,39363	22,0	69,12	380,13	**220**
221	48841	10793861	14,8661	6,0459	0,00452	2,3444	5,39816	1	69,43	383,60	221
222	49284	10941048	14,8997	6,0550	0,00450	2,3464	5,40268	2	69,74	387,08	222
223	49729	11089567	14,9332	6,0641	0,00448	2,3483	5,40717	3	70,06	390,57	223
224	50176	11239424	14,9666	6,0732	0,00446	2,3502	5,41165	4	70,37	394,08	224
225	50625	11390625	15,0000	6,0822	0,00444	2,3522	5,41160	5	70,69	397,61	**225**
226	51076	11543176	15,0333	6,0912	0,00442	2,3541	5,42053	6	71,00	401,15	226
227	51529	11697083	15,0665	6,1002	0,00441	2,3560	5,42495	7	71,31	404,71	227
228	51984	11852352	15,0997	6,1091	0,00439	2,3579	5,43935	8	71,63	408,28	228
229	52441	12008989	15,1327	6,1180	0,00437	2,3598	5,43372	9	71,94	411,87	229
230	52900	12167000	15,1658	6,1269	0,00435	2,3617	5,43808	23,0	72,26	415,48	**230**
231	53361	12326391	15,1987	6,1358	0,00433	2,3636	5,44242	1	72,57	419,10	231
232	53824	12487168	15,2315	6,1446	0,00431	2,3655	5,44674	2	72,88	422,73	232
233	54289	12649337	15,2643	6,1534	0,00429	2,3674	5,45104	3	73,20	426,38	233
234	54756	12812904	15,2971	8,1622	0,00427	2,3692	5,45532	4	73,51	430,05	234
235	55225	12977875	15,3297	6,1710	0,00426	2,3711	5,45959	5	73,83	433,74	**235**
236	55696	13144256	15,3623	6,1797	0,00424	2,3729	5,46383	6	74,14	437,44	236
237	56169	13312053	15,3948	6,1885	0,00422	2,3748	5,46806	7	74,46	441,15	237
238	56644	13481272	15,4272	6,1972	0,00420	2,3766	5,47227	8	74,77	444,88	238
239	57121	13651919	15,4596	6,2058	0,00418	2,3784	5,47646	9	75,08	448,63	239

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\ n$	πd	$1/4\ \pi d^2$	n
240	57600	13824000	15,4919	6,2145	0,00417	2,3802	5,48064	24,0	75,40	452,39	240
241	58081	13997521	15,5242	6,2231	0,00415	2,3820	5,48480	1	75,71	456,17	241
242	58564	14172488	15,5563	6,2317	0,00413	2,3838	5,48894	2	76,03	459,96	242
243	59049	14348907	15,5885	6,2403	0,00412	2,3856	5,49306	3	76,34	463,77	343
244	59536	14526784	15,6205	6,2488	0,00410	2,3874	5,49717	4	76,65	467,59	244
245	60025	14706125	15,6525	6,2573	0,00408	2,3892	5,50126	5	76,97	471,44	245
246	60516	14886936	15,6844	6,2658	0,00407	2,3909	5,50553	6	77,28	475,29	246
247	61009	15069223	15,7162	6,2743	0,00405	2,3927	5,50939	7	77,60	479,16	247
248	61504	15252992	15,7480	6,2828	0,00403	2,3945	5,51343	8	77,91	483,05	248
249	62001	15438249	15,7797	6,2912	0,00402	2,3962	5,51745	9	78,23	486,95	249
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	0,00400	2,3979	5,52146	25,0	78,54	490,87	250
251	63001	15813251	15,8430	6,3080	0,00398	2,3997	5,52545	1	78,85	494,81	251
252	63504	16003008	15,8745	6,3164	0,00397	2,4014	5,52943	2	79,17	498,76	252
253	64009	16194277	15,9060	6,3247	0,00395	2,4031	5,53339	3	79,48	502,73	253
254	64516	16387064	15,9374	6,3330	0,00394	2,4048	5,53733	4	79,80	506,71	254
255	65025	16581375	15,9687	6,3413	0,00392	2,4065	5,54126	5	80,11	510,71	255
256	65536	16777216	16,0000	6,3496	0,00391	2,4082	5,54518	6	80,42	514,72	256
257	66049	16974593	16,0312	6,3579	0,00389	2,4099	5,54908	7	80,74	518,75	257
258	66564	17173512	16,0624	6,3661	0,00388	2,4116	5,55296	8	81,05	522,79	258
259	67081	17373979	16,0935	6,3743	0,00386	2,4133	5,55683	9	81,37	526,85	259
260	67600	17576000	16,1245	6,3825	0,00385	2,4150	5,56068	26,0	81,68	530,93	260
261	68121	17779581	16,1555	6,3907	0,00383	2,4166	5,56452	1	82,00	535,02	261
262	68644	17984728	16,1864	6,3988	0,00382	2,4183	5,56834	2	82,31	539,13	262
263	69169	18191447	16,2173	6,4070	0,00380	2,4200	5,57251	3	82,62	544,25	263
264	69696	18399744	16,2481	6,4151	0,00379	2,4216	5,57595	4	82,94	547,39	264
265	70225	18609625	16,2788	6,4232	0,00377	2,4233	5,57973	5	83,25	551,55	265
266	70756	18821096	16,3095	6,4312	0,00376	2,4249	5,58350	6	83,57	555,72	266
267	71289	19034163	16,3401	6,4393	0,00375	2,4265	5,58725	7	83,88	559,90	267
268	71824	19248832	16,3707	6,4473	0,00373	2,4281	5,59099	8	84,19	564,10	268
269	72361	19465109	16,4012	6,4553	0,00372	2,4298	5,59471	9	84,51	566,32	269
270	72900	19683000	16,4317	6,4633	0,00370	2,4314	5,59842	27,0	84,82	572,56	270
271	73441	19902511	16,4621	6,4713	0,00369	2,4330	5,60212	1	85,14	576,80	271
272	73984	20123648	16,4924	6,4792	0,00368	2,4346	5,60580	2	85,45	581,07	272
273	74529	20346417	16,5227	6,4872	0,00366	2,4362	5,60947	3	85,77	585,35	273
274	75076	20570824	16,5529	6,4951	0,00365	2,4378	5,61313	4	86,08	589,65	274
275	75625	20796875	16,5831	6,5030	0,00364	2,4393	5,61677	5	86,39	593,96	275
276	76176	21024576	16,6132	6,5108	0,00362	2,4409	5,62040	6	86,71	598,28	276
277	76729	21253933	16,6433	6,5187	0,00361	2,4425	5,62402	7	87,02	602,63	277
278	77284	21484952	16,6733	6,5265	0,00360	2,4440	5,62762	8	87,34	606,99	278
279	77841	21717639	16,7033	6,5343	0,00358	2,4456	5,63121	9	87,65	611,36	279
280	78400	21952000	16,7332	6,5421	0,00357	2,4472	5,63479	28,0	87,96	615,75	280
281	78961	22188041	16,7631	6,5499	0,00356	2,4487	5,63835	1	88,28	620,16	281
282	79524	22425768	16,7929	6,5577	0,00355	2,4503	5,64191	2	88,59	624,58	282
283	80089	22665187	16,8226	6,5654	0,00353	2,4518	5,64545	3	88,91	629,02	283
284	80656	22906304	16,8523	6,5731	0,00352	2,4533	5,64897	4	89,22	633,47	284
285	81225	23149125	16,8819	6,5808	0,00351	2,4548	5,65249	5	89,54	637,94	285
286	81796	23393656	16,9115	6,5885	0,00350	2,4564	5,65599	6	89,85	642,42	286
287	82369	23639903	16,9411	6,5962	0,00348	2,4579	5,65948	7	90,16	646,92	287
288	82944	23887872	16,9706	6,6039	0,00347	2,4594	5,66296	8	90,48	651,44	288
289	83521	24137569	17,0000	6,6115	0,00346	2,4609	5,66643	9	90,79	655,97	289
290	84100	24389000	17,0294	6,6191	0,00345	2,4624	5,66988	29,0	91,11	660,52	290
291	84681	24642171	17,0587	6,6267	0,00344	2,4639	5,67332	1	91,42	665,08	291
292	85264	24897088	17,0880	6,6343	0,00342	2,4654	5,67675	2	91,73	669,66	292
293	85849	25153757	17,1172	6,6419	0,00341	2,4669	5,68017	3	92,05	674,26	293
294	86436	25412184	17,1464	6,6494	0,00340	2,4684	5,68358	4	92,36	678,87	294
295	87025	25672375	17,1756	6,6569	0,00339	2,4698	5,68698	5	92,68	683,49	295
296	87616	25934336	17,2047	6,6644	0,00338	2,4713	5,69036	6	92,99	688,13	296
297	88209	26198073	17,2337	6,6719	0,00337	2,4728	5,69373	7	93,31	692,79	297
298	88804	26463592	17,2627	6,6794	0,00336	2,4742	5,69709	8	93,62	697,46	298
299	89401	26730899	17,2916	6,6869	0,00334	2,4757	5,70044	9	93,93	702,15	299

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\,n$	πd	$\frac{1}{4}\pi d^2$	n
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	0,00333	2,4771	5,70378	30,0	94,25	706,86	300
301	90601	27270901	17,3494	6,7018	0,00332	2,4786	5,70711	1	94,56	711,58	301
302	91204	27543608	17,3781	6,7092	0,00331	2,4800	5,71043	2	94,88	716,31	302
303	91809	27818127	17,4069	6,7166	0,00330	2,4814	5,71373	3	95,19	721,07	303
304	92416	28094464	17,4356	6,7240	0,00329	2,4829	5,71703	4	95,50	725,83	304
305	93025	28372625	17,4642	6,7313	0,00328	2,4843	5,72031	5	95,82	730,62	305
306	93636	28652616	17,4929	6,7387	0,00327	2,4857	5,72359	6	96,13	735,42	306
307	94249	29934443	17,5214	6,7460	0,00326	2,4871	5,72685	7	96,45	740,23	307
308	94864	29218112	17,5499	6,7533	0,00325	2,4886	5,73010	8	96,76	745,06	308
309	95481	29503629	17,5784	6,7606	0,00324	2,4900	5,73334	9	97,08	749,91	309
310	96100	29791000	17,6068	6,7679	0,00323	2,4914	5,73657	31,0	97,39	754,77	310
311	96721	30080231	17,6352	6,7752	0,00322	2,4928	5,73979	1	97,70	759,64	311
312	97344	30371328	17,6635	6,7824	0,00321	2,4942	5,74300	2	98,02	764,54	312
313	97969	30664297	17,6918	6,7897	0,00319	2,4955	5,74620	3	98,33	769,45	313
314	98596	30959144	17,7200	6,7969	0,00318	2,4969	5,74939	4	98,65	774,37	314
315	99225	31255875	17,7482	6,8041	0,00317	2,4983	5,75257	5	98,96	779,31	315
316	99856	31554496	17,7764	6,8113	0,00316	2,4997	5,75574	6	99,27	784,27	316
317	100489	31855013	17,8045	6,8185	0,00315	2,5011	5,75890	7	99,59	789,24	317
318	101124	32157432	17,8326	6,8256	0,00314	2,5024	5,76205	8	99,90	794,23	318
319	101761	32461759	17,8606	6,8328	0,00313	2,5038	5,76519	9	100,2	799,23	319
320	102400	32768000	17,8885	6,8399	0,00313	2,5052	5,76832	32,0	100,5	804,25	320
321	103041	33076161	17,9165	6,8470	0,00312	2,5065	5,77144	1	100,8	809,28	321
322	103684	33386248	17,9444	6,8541	0,00311	2,5079	5,77455	2	101,2	814,33	322
323	104329	33698267	17,9722	6,8612	0,00310	2,5092	5,77765	3	101,5	819,40	323
324	104976	34012224	18,0000	6,8683	0,00309	2,5106	5,78074	4	101,8	824,48	324
325	105625	34328125	18,0278	6,8753	0,00308	2,5119	5,78383	5	102,1	829,58	325
326	106276	34645976	18,0555	6,8824	0,00307	2,5132	5,78690	6	102,4	834,69	326
327	106929	34965783	18,0831	6,8894	0,00306	2,5145	5,78996	7	102,7	839,82	327
328	107584	35287552	18,1108	6,8964	0,00305	2,5159	5,79301	8	103,0	844,96	328
329	108241	35611289	18,1384	6,9034	0,00304	2,5172	5,79606	9	103,4	850,12	329
330	108900	35937000	18,1659	6,9104	0,00303	2,5185	5,79909	33,0	103,7	855,30	330
331	109561	36264691	18,1934	6,9174	0,00302	2,5198	5,80212	1	104,0	860,49	331
332	110224	36594368	18,2209	6,9244	0,00301	2,5211	5,80513	2	104,3	865,70	332
333	110889	36926037	18,2483	6,9313	0,00300	2,5224	5,80814	3	104,6	870,92	333
334	111556	37259704	18,2757	6,9382	0,00299	2,5238	5,81114	4	104,9	876,16	334
335	112225	37595375	18,3030	6,9451	0,00299	2,5250	5,81413	5	105,2	881,41	335
336	112896	37933056	18,3303	6,9521	0,00298	2,5263	5,81711	6	105,6	886,68	336
337	113569	38272753	18,3576	6,9589	0,00297	2,5276	5,82008	7	105,9	891,97	337
338	114244	38614471	18,3848	6,9658	0,00296	2,5289	5,82305	8	106,2	897,27	338
339	114921	38958219	18,4120	6,9727	0,00295	2,5302	5,82600	9	106,5	902,59	339
340	115600	39304000	18,4391	6,9795	0,00294	2,5315	5,82895	34,0	106,8	907,92	340
341	116281	39651821	18,4662	6,9864	0,00293	2,5328	5,83188	1	107,1	913,27	341
342	116964	40001688	18,4932	6,9932	0,00292	2,5340	5,83481	2	107,4	918,63	342
343	117649	40353607	18,5203	7,0000	0,00292	2,5353	5,83773	3	107,8	924,01	343
344	118336	40707584	18,5472	7,0068	0,00291	2,5366	5,84064	4	108,1	929,41	344
345	119025	41063625	18,5742	7,0136	0,00290	2,5378	5,84354	5	108,4	934,82	345
346	119716	41421736	18,6011	7,0203	0,00289	2,5391	5,84644	6	108,7	940,25	346
347	120409	41781923	18,6279	7,0271	0,00288	2,5403	5,84932	7	109,0	945,69	347
348	121104	42144192	18,6548	7,0338	0,00287	2,5416	5,85220	8	109,3	951,15	348
349	121801	42508549	18,6815	7,0406	0,00287	2,5428	5,85507	9	109,6	956,62	349
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	0,00286	2,5440	5,85793	35,0	110,0	962,18	350
351	123201	43243551	18,7350	7,0540	0,00285	2,5453	5,86079	1	110,3	967,63	351
352	123904	43614208	18,7617	7,0607	0,00284	2,5465	5,86363	2	110,6	973,11	352
353	124609	43986977	18,7883	7,0674	0,00283	2,5478	5,86647	3	110,9	978,62	353
354	125316	44361864	18,8149	7,0740	0,00282	2,5490	5,86930	4	111,2	984,24	354
355	126025	44738875	18,8414	7,0807	0,00282	2,5502	5,87212	5	111,5	989,80	355
356	126736	45118016	18,8680	7,0873	0,00281	2,5515	5,87493	6	111,8	995,38	356
357	127449	45499293	18,8944	7,0940	0,00280	2,5527	5,87774	7	112,2	1002,0	357
358	128164	45882712	18,9209	7,1006	0,00279	2,5539	5,88053	8	112,5	1006,6	358
359	128881	46268279	18,9473	7,1072	0,00279	2,5550	5,88332	9	112,8	1012,2	359

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\,n$	πd	$^1/_4\,\pi d^2$	n
360	129600	46656000	18,9737	7,1138	0,00278	2,5563	5,88160	36,0	113,1	1017,9	360
361	130321	47045881	19,0000	7,1204	0,00277	2,5575	5,88888	1	113,4	1023,5	361
362	131044	47437928	19,0263	7,1269	0,00276	2,5587	5,89164	2	113,7	1029,2	362
363	131769	47832147	19,0526	7,1335	0,00275	2,5590	5,89446	3	114,0	1034,9	363
364	132496	48228544	19,0788	7,1400	0,00275	2,5611	5,89715	4	114,0	1040,6	364
365	133225	48627125	19,1050	7,1466	0,00274	2,5622	5,89990	5	114,7	1046,3	365
366	133956	49027896	19,1311	7,1531	0,00273	2,5635	5,90263	6	115,0	1052,1	366
367	134689	49430863	19,1572	7,1596	0,00272	2,5647	5,90536	7	115,3	1057,8	367
368	135424	49836032	19,1833	7,1661	0,00272	2,5659	5,90808	8	115,6	1063,6	368
369	136161	50243409	19,2094	7,1726	0,00271	2,5670	5,91080	9	115,9	1069,4	369
370	136900	50653000	19,2354	7,1791	0,00270	2,5682	5,91350	37,0	116,2	1075,2	370
371	137641	51064811	19,2614	7,1855	0,00270	2,5693	5,91620	1	116,6	1081,0	371
372	138384	51478848	19,2873	7,1920	0,00269	2,5705	5,91889	2	116,9	1086,9	372
373	139129	51895117	19,3132	7,1984	0,00268	2,5717	5,92158	3	117,2	1092,7	373
374	139876	52313624	19,3391	7,2048	0,00267	2,5729	5,92426	4	117,5	1098,6	374
375	140625	52734375	19,3649	7,2112	0,00267	2,5740	5,92693	5	117,8	1104,5	375
376	141376	53157376	19,3907	7,2177	0,00266	2,5752	5,92959	6	118,1	1110,4	376
377	142129	53582633	19,4165	7,2240	0,00265	2,5763	5,93225	7	118,4	1116,3	377
378	142884	54010152	19,4422	7,2304	0,00265	2,5775	5,93489	8	118,8	1122,2	378
379	143641	54439939	19,4679	7,2368	0,00264	2,5786	5,93754	9	119,1	1128,1	379
380	144400	54872000	19,4936	7,2432	0,00263	2,5798	5,94017	38,0	119,4	1134,1	380
381	145161	55306341	19,5192	7,2495	0,00262	2,5809	5,94280	1	119,7	1140,1	381
382	145924	55742968	19,5448	7,2558	0,00262	2,5821	5,94542	2	120,0	1146,1	382
383	146689	56181887	19,5704	7,2622	0,00261	2,5832	5,94803	3	120,3	1152,1	383
384	147456	56623104	19,5959	7,2685	0,00260	2,5843	5,95064	4	120,6	1158,1	384
385	148225	57066625	19,6214	7,2748	0,00260	2,5855	5,95324	5	121,0	1164,2	385
396	148996	57512456	19,6469	7,2811	0,00259	2,5866	5,95584	6	121,3	1170,2	386
387	149769	57960603	19,6723	7,2874	0,00258	2,5877	5,95842	7	121,6	1176,3	387
388	150544	58411072	19,6977	7,2936	0,00258	2,5888	5,96101	8	121,9	1182,4	388
389.	151321	58863869	19,7231	7,2999	0,00257	2,5899	5,96358	9	122,2	1188,5	389
390	152100	59319000	19,7484	7,3061	0,00256	2,5911	5,96615	39,0	122,5	1194,6	390
391	152881	59776471	19,7737	7,3124	0,00256	2,5922	5,96871	1	122,8	1200,7	391
392	153664	60236288	19,7990	7,3186	0,00255	2,5933	5,97126	2	123,2	1206,9	392
393	154449	60698457	19,8242	7,3248	0,00254	2,5944	5,97381	3	123,5	1213,0	393
394	155236	61162984	19,8494	7,3310	0,00254	2,5955	5,97635	4	123,8	1219,2	394
395	156025	61629875	19,8746	7,3372	0,00253	2,5966	5,97889	5	124,1	1225,4	395
396	156816	62099136	19,8997	7,3434	0,00253	2,5977	5,98141	6	124,4	1231,6	396
397	157609	62570773	19,9249	7,3496	0,00252	2,5988	5,98394	7	124,7	1237,9	397
398	158404	63044792	19,9499	7,3558	0,00251	2,5999	5,98645	8	125,0	1244,1	398
399	159201	63521199	19,9750	7,3619	0,00251	2,6010	5,98896	9	125,3	1250,4	399
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	0,00250	2,6021	5,99146	40,0	125,7	1256,6	400
401	160801	64481201	20,0250	7,3742	0,00249	2,6031	5,99396	1	126,0	1262,9	401
402	161604	64964808	20,0499	7,3803	0,00249	2,6042	5,99645	2	126,3	1269,2	402
403	162409	65450827	20,0749	7,3864	0,00248	2,6053	5,99894	3	126,6	1275,6	403
404	163216	65939264	20,0998	7,3925	0,00248	2,6064	6,00141	4	126,9	1281,9	404
405	164025	66430125	20,1246	7,3986	0,00247	2,6075	6,00389	5	127,2	1288,2	405
406	164836	66923416	20,1494	7,4047	0,00246	2,6085	6,00635	6	127,5	1294,6	406
407	165649	67419143	20,1742	7,4108	0,00246	2,6096	6,00881	7	127,9	1301,0	407
408	166464	67917312	20,1990	7,4169	0,00245	2,6106	6,01127	8	128,2	1307,4	408
409	167281	68417929	20,2237	7,4229	0,00244	2,6117	6,01372	9	128,5	1313,8	409
410	168100	68921000	20,2485	7,4290	0,00244	2,6128	6,01616	41,0	128,8	1320,3	410
411	168921	69426531	20,2731	7,4350	0,00243	2,6138	6,01859	1	129,1	1326,7	411
412	169744	69934528	20,2978	7,4410	0,00243	2,6149	6,02102	2	129,4	1333,2	412
413	170569	70444997	20,3224	7,4470	0,00242	2,6160	6,02345	3	129,7	1339,6	413
414	171396	70957944	30,3470	7,4530	0,00242	2,6170	6,02587	4	130,1	1346,1	414
415	172225	71473375	20,3715	7,4590	0,00241	2,6181	6,02828	5	130,4	1352,7	415
416	173056	71991296	20,3961	7,4650	0,00240	2,6191	6,03069	6	130,7	1359,2	416
417	173889	72511713	20,4206	7,4710	0,00240	2,6201	6,03309	7	131,0	1365,7	417
418	174724	73034632	20,4450	7,4770	0,00239	2,6212	6,03548	8	131,3	1372,3	418
419	175561	73560059	20,4695	7,4829	0,00239	2,6222	6,03787	9	131,6	1378,9	419

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\, n$	$log\, nat\, n$	$d = 0,1\, n$	πd	$^1/_4\, \pi d^2$	n
420	176400	74088000	20,4939	7,4889	0,00238	2,6233	6,04025	42,0	131,9	1385,4	420
421	177241	74618461	20,5183	7,4948	0,00238	2,6244	6,04263	1	132,3	1392,0	421
422	178084	75151448	20,5426	7,5007	0,00237	2,6253	6,04501	2	132,6	1398,7	422
423	178929	75686967	20,5670	7,5067	0,00236	2,6263	6,04737	3	132,9	1405,3	423
424	179776	76225024	20,5913	7,5126	0,00236	2,6274	6,04973	4	133,2	1412,0	424
425	180625	76765625	20,6155	7,5185	0,00235	2,6284	6,05209	5	133,5	1418,6	425
426	181476	77308776	20,6398	7,5244	0,00235	2,6294	6,05444	6	133,8	1425,3	426
427	182329	77854483	20,6640	7,5302	0,00234	2,6304	6,05678	7	134,1	1432,0	427
428	183184	78402752	20,6882	7,5361	0,00234	2,6314	6,05912	8	134,5	1438,7	428
429	184041	78953589	20,7123	7,5420	0,00233	2,6325	6,06146	9	134,8	1445,5	429
430	184900	79507000	20,7364	7,5478	0,00233	2,6335	6,06379	43,0	135,1	1452,2	430
431	185761	80062991	20,7605	7,5537	0,00232	2,6345	6,06611	1	135,4	1459,0	431
432	186624	80621568	20,7846	7,5595	0,00231	2,6355	6,06843	2	135,7	1465,7	432
433	187489	81182737	20,8087	7,5654	0,00231	2,6365	6,07074	3	136,0	1472,5	433
434	188356	81746504	20,8327	7,5712	0,00230	2,6375	6,07304	4	136,3	1479,3	434
435	189225	82312875	20,8567	7,5770	0,00230	2,6385	8,07535	5	136,7	1486,2	435
436	190096	82881856	20,8806	7,5828	0,00229	2,6395	6,07764	6	137,0	1493,0	436
437	190969	83453453	20,9045	7,5886	0,00229	2,6405	6,07993	7	137,3	1499,9	437
438	191844	84027672	20,9284	7,5944	0,00228	2,6415	6,08222	8	137,6	1506,7	438
439	192721	84604519	20,9523	7,6001	0,00228	2,6425	6,08450	9	137,9	1513,6	439
440	193600	85184000	20,9762	7,6059	0,00227	2,6435	6,08677	44,0	138,2	1520,5	440
441	194481	85766121	21,0000	7,6117	0,00227	2,6444	6,08904	1	138,5	1527,5	441
442	195364	86350888	21,0238	7,6174	0,00226	2,6454	6,09131	2	138,9	1534,4	442
443	196249	86938307	21,0476	7,6232	0,00226	2,6464	6,09357	3	139,2	1541,3	443
444	197136	87528384	21,0713	7,6289	0,00225	2,6474	6,09582	4	139,5	1548,3	444
445	198025	88121125	21,0950	7,6346	0,00225	2,6484	6,09807	5	139,8	1555,3	445
446	198916	88716536	21,1187	7,6403	0,00224	2,6493	6,10032	6	140,1	1562,3	446
447	199809	89314623	21,1424	7,6460	0,00224	2,6503	6,10256	7	140,4	1569,3	447
448	200704	89915392	21,1660	7,6517	0,00223	2,6513	6,10479	8	140,7	1576,3	448
449	201601	90518849	21,1896	7,6574	0,00223	2,6523	6,10702	9	141,1	1583,4	449
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	0,00222	2,6532	6,10925	45,0	141,4	1590,4	450
451	203401	91733851	21,2368	7,6688	0,00222	2,6542	6,11147	1	141,7	1597,5	451
452	204304	92345408	21,2603	7,6744	0,00221	2,6552	6,11368	2	142,0	1604,6	452
453	205209	92959677	21,2838	7,6801	0,00221	2,6561	6,11589	3	142,3	1611,7	453
454	206116	93576664	21,3073	7,6857	0,00220	2,6571	6,11810	4	142,6	1618,8	454
455	207025	94196375	21,3307	7,6914	0,00220	2,6580	6,12030	5	142,9	1626,0	455
456	207936	94818816	21,3542	7,6970	0,00219	2,6590	6,11249	6	143,3	1633,1	456
457	208849	95443993	21,3776	7,7026	0,00219	2,6599	6,12468	7	143,6	1640,3	457
458	209764	96071912	21,4009	7,7082	0,00218	2,6609	6,12687	8	143,9	1647,5	458
459	210681	96702579	21,4243	7,7138	0,00218	2,6618	6,12905	9	144,2	1654,7	459
460	211600	97336000	21,4476	7,7194	0,00217	2,6628	6,13123	46,0	144,5	1661,9	460
461	212521	97972181	21,4709	7,7250	0,00217	2,6637	6,13340	1	144,8	1669,1	461
462	213444	98611128	21,4942	7,7306	0,00216	2,6646	6,13556	2	145,1	1676,4	462
463	214369	99252847	21,5174	7,7362	0,00216	2,6656	6,13773	3	145,5	1683,7	463
464	215296	99897344	21,5407	7,7418	0,00216	2,6665	6,13988	4	145,8	1690,9	464
465	216225	100544625	21,5639	7,7473	0,00215	2;6675	6,14204	5	146,1	1698,2	465
466	217156	101194696	21,5870	7,7529	0,00215	2,6684	6,11419	6	146,4	1705,5	466
467	218089	101847563	21,6102	7,7584	0,00214	2,6693	6,14633	7	146,7	1712,9	467
468	219024	102503232	21,6333	7,7639	0,00214	2,6703	6,14847	8	147,0	1720,2	468
469	219961	103161709	21,6564	7,7695	0,00213	2,6712	6,15060	9	147,3	1727,6	469
470	220900	103823000	21,6795	7,7750	0,00213	2,6721	6,15273	47,0	147,7	1734,9	470
471	221841	104487111	21,7025	7,7805	0,00212	2,6730	6,15486	1	148,0	1742,3	471
472	222784	105154048	21,7256	7,7860	0,00212	2,6739	6,15698	2	148,3	1749,7	472
473	223729	105823817	21,7486	7,7915	0,00211	2,6749	6,15910	3	148,6	1757,2	473
474	224676	106496424	21,7715	7,7970	0,00211	2,6758	6,16127	4	148,9	1764,6	474
475	225625	107171875	21,7945	7,8025	0,00211	2,6767	6,16331	5	149,2	1772,1	475
476	226576	107850176	21,8174	7,8079	0,00210	2,6776	6,16542	6	149,5	1779,5	476
477	227529	108531333	21,8403	7,8134	0,00210	2,6784	6,16752	7	149,9	1787,0	477
478	228484	109215352	21,8632	7,8188	0,00209	2,6794	6,16961	8	150,2	1794,5	478
479	229441	109902239	21,8861	7,8243	0,00209	2,6803	6,17170	9	150,5	1802,0	479

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$\log n$	$\log nat\ n$	$d = 0,1\ n$	πd	$\frac{1}{4}\pi d^2$	n
480	230400	110592000	21,9089	7,8297	0,00208	2,6812	6,17379	48,0	150,8	1809,6	480
481	231361	111284641	21,9317	7,8352	0,00208	2,6822	6,17587	1	151,1	1817,1	481
482	232324	111980168	21,9545	7,8406	0,00207	2,6831	6,17794	2	151,4	1824,7	482
483	233289	112678587	21,9773	7,8460	0,00207	2,6840	6,18002	3	151,7	1832,2	483
484	234256	113379904	22,0000	7,8514	0,00207	2,6849	6,18208	4	152,1	1839,8	484
485	235225	114084125	22,0227	7,8568	0,00206	2,6857	6,18415	5	152,4	1847,5	485
486	236196	114791256	22,0454	7,8622	0,00206	2,6866	6,18621	6	152,7	1855,1	486
487	237169	115501303	22,0681	7,8676	0,00205	2,6875	6,18826	7	153,0	1862,7	487
488	238144	116214272	22,0907	7,8730	0,00205	2,6884	6,19032	8	153,3	1870,4	488
489	239121	116930169	22,1133	7,8784	0,00204	2,6893	6,19236	9	153,6	1878,1	489
490	240100	117649000	22,1359	7,8837	0,00204	2,6902	6,19441	49,0	153,9	1885,7	490
491	241081	118370771	22,1585	7,8891	0,00204	2,6911	6,19644	1	154,3	1893,4	491
492	242064	119095488	22,1811	7,8944	0,00203	2,6920	6,19848	2	154,6	1901,2	492
493	243049	119823157	22,2036	7,8998	0,00203	2,6929	6,20051	3	154,9	1908,9	493
494	244036	120553784	22,2261	7,9051	0,00202	2,6937	6,20254	4	155,2	1916,7	494
495	245025	121287375	22,2486	7,9105	0,00202	2,6946	6,20456	5	155,5	1924,4	495
496	246016	122023936	22,2711	7,9158	0,00202	2,6955	6,20658	6	155,8	1932,2	496
497	247009	122763473	22,2935	7,9211	0,00201	2,6964	6,20859	7	156,1	1940,0	497
498	248004	123505992	22,3159	7,9264	0,00201	2,6972	6,21060	8	156,5	1947,8	498
499	249001	124251499	22,3383	7,9317	0,00200	2,6981	6,21261	9	156,8	1955,6	499
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	0,00200	2,6990	6,21461	50,0	157,1	1963,5	500
501	251001	125751501	22,3830	7,9423	0,00200	2,6998	6,21661	1	157,4	1971,4	501
502	252004	126506008	23,4054	7,9476	0,00199	2,7007	6,21860	2	157,7	1979,2	502
503	253009	127263527	22,4277	7,9528	0,00199	2,7016	6,22059	3	158,0	1987,1	503
504	254016	128024064	22,4499	7,9581	0,00198	2,7024	6,22258	4	158,3	1995,0	504
505	255025	128787625	22,4722	7,9634	0,00198	2,7033	6,22456	5	158,7	2003,0	505
506	256036	129554216	22,4944	7,9686	0,00198	2,7042	6,22654	6	159,0	2010,9	506
507	257049	130323843	22,5167	7,9739	0,00197	2,7050	6,22851	7	159,3	2018,9	507
508	258064	131096512	22,5389	7,9791	0,00197	2,7059	6,23048	8	159,6	2026,8	508
509	259081	131872229	22,5610	7,9843	0,00196	2,7067	6,23245	9	159,9	2034,8	509
510	260100	132651000	22,5832	7,9896	0,00196	2,7076	6,23441	51,0	160,2	2042,8	510
511	261121	133432831	22,6053	7,9948	0,00196	2,7084	6,23637	1	160,5	2050,8	511
512	262144	134217728	22,6274	8,0000	0,00195	2,7093	6,23832	2	160,8	2058,9	512
513	263169	135005697	22,6495	8,0052	0,00195	2,7101	6,24028	3	161,2	2066,9	513
514	264196	135796744	22,6716	8,0104	0,00195	2,7110	6,24222	4	161,5	2075,0	514
515	265225	136590875	22,6936	8,0156	0,00194	2,7118	6,24417	5	161,8	2083,1	515
516	266256	137388096	22,7156	8,0208	0,00194	2,7127	6,24611	6	162,1	2091,2	516
517	267280	138188413	22,7376	8,0260	0,00193	2,7135	6,24804	7	162,4	2099,3	517
518	268324	138991832	22,7596	8,0311	0,00193	2,7143	6,24998	8	162,7	2107,4	518
519	269361	139798359	22,7816	8,0363	0,00193	2,7152	6,25190	9	163,0	2115,6	519
520	270400	140608000	22,8035	8,0415	0,00192	2,7160	6,25383	52,0	163,4	2123,7	520
521	271441	141420761	22,8254	8,0466	0,00192	2,7168	6,25575	1	163,7	2131,9	521
522	272484	142236648	22,8473	8,0517	0,00192	2,7177	6,20767	2	164,0	2140,1	522
523	273529	143055667	22,8692	8,0569	0,00191	2,7185	6,25958	3	164,3	2148,3	523
524	274576	143877824	22,8910	8,0620	0,00191	2,7193	6,26149	4	164,6	2156,5	524
525	275625	144703125	22,9129	8,0671	0,00190	2,7202	6,26340	5	164,9	2164,8	525
526	276676	145531576	22,9347	8,0723	0,00190	2,7210	6,26530	6	165,2	2173,0	526
527	277729	146363183	22,9565	8,0774	0,00190	2,7218	6,26720	7	165,6	2181,3	527
528	278784	147197952	22,9783	8,0825	0,00189	2,7226	6,26910	8	165,9	2189,6	528
529	279841	148035889	23,0000	8,0876	0,00189	2,7235	6,27099	9	166,2	2197,9	529
530	280900	148877000	23,0217	8,0927	0,00189	2,7243	6,27288	53,0	166,5	2206,2	530
531	281961	149721291	23,0434	8,0978	0,00188	2,7251	6,27476	1	166,8	2214,5	531
532	283024	150568768	23,0651	8,1028	0,00188	2,7259	6,27664	2	167,1	2222,9	532
533	284089	151419437	23,0868	8,1079	0,00188	2,7268	6,27852	3	167,4	2231,2	533
534	285156	152273304	23,1084	8,1130	0,00187	2,7275	6,28040	4	167,8	2239,6	534
535	286225	153130375	23,1301	8,1180	0,00187	2,7284	6,28227	5	168,1	2248,0	535
536	287296	153990656	23,1517	8,1231	0,00187	2,7292	6,28413	6	168,4	2256,4	536
537	288369	154854153	23,1733	8,1281	0,00186	2,7300	6,28600	7	168,7	2264,8	537
538	289444	155720872	23,1948	8,1332	0,00186	2,7308	6,28786	8	169,0	2273,3	538
539	290521	156590819	23,2164	8,1382	0,00186	2,7316	6,28972	9	169,3	2281,7	539

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\ n$	πd	$^1/_4\ \pi d^2$	n
540	291600	157464000	23,2379	8,1433	0,00185	2,7324	6,29157	54,0	169,6	2290,2	540
541	292681	158340421	23,2594	8,1483	0,00185	2,7332	6,29342	1	170,0	2298,7	541
542	293764	159220088	23,2809	8,1533	0,00185	2,7340	6,29527	2	170,3	2307,2	542
543	294849	160103007	23,3024	8,1583	0,00184	2,7348	6,29711	3	170,6	2315,7	543
544	295936	160989184	23,3238	8,1633	0,00184	2,7356	6,29895	4	170,9	2324,3	544
545	297025	161878625	23,3452	8,1683	0,00183	2,7364	6,30079	5	171,2	2332,8	545
546	298116	162771336	23,3666	8,1733	0,00183	2,7372	6,30262	6	171,5	2341,4	546
547	299209	163667323	23,3880	8,1783	0,00183	2,7380	6,30445	7	171,8	2350,0	547
548	300304	164566592	23,4094	8,1833	0,00182	2,7388	6,30628	8	172,2	2358,6	548
549	301401	165469149	23,4307	8,1882	0,00182	2,7396	6,30810	9	172,5	2367,2	549
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	0,00182	2,7404	6,30992	55,0	172,8	2375,8	550
551	303601	167284151	23,4734	8,1982	0,00181	2,7412	6,31173	1	173,1	2384,5	551
552	304704	168196608	23,4947	8,2031	0,00181	2,7419	6,31355	2	173,4	2393,1	552
553	305809	169112377	23,5160	8,2081	0,00181	2,7427	6,31536	3	173,7	2401,8	553
554	306916	170031464	23,5372	8,2130	0,00181	2,7435	6,31716	4	174,0	2410,5	554
555	308025	170953875	23,5584	8,2180	0,00180	2,7443	6,31897	5	174,4	2419,2	555
556	309136	171879616	23,5797	8,2229	0,00180	2,7451	6,32077	6	174,7	2427,9	556
557	310249	172808693	23,6008	8,2278	0,00180	2,7459	6,32257	7	175,0	2436,7	557
558	311364	173741112	23,6220	8,2327	0,00179	2,7466	6,32436	8	175,3	2445,4	558
559	312481	174676879	23,6432	8,2377	0,00179	2,7474	6,32615	9	175,6	2454,2	559
560	313600	175616000	23,6643	8,2426	0,00179	2,7482	6,32794	56,0	175,9	2463,0	560
561	314721	176558481	23,6854	8,2475	0,00178	2,7490	6,32972	1	176,2	2471,8	561
562	315844	177504328	23,7065	8,2524	0,00178	2,7497	6,33150	2	176,6	2480,6	562
563	316969	178453547	23,7276	8,2573	0,00178	2,7505	6,33328	3	176,9	2489,5	563
564	318096	179406144	23,7487	8,2621	0,00177	2,7513	6,33505	4	177,2	2498,3	564
565	319225	180362125	23,7697	8,2670	0,00177	2,7521	6,33683	5	177,5	2507,2	565
566	320356	181321496	23,7908	8,2719	0,00177	2,7528	6,33859	6	177,8	2516,1	566
567	321489	182284263	23,8118	8,2768	0,00176	2,7536	6,34036	7	178,1	2525,0	567
568	322624	183250432	23,8328	8,2816	0,00176	2,7544	6,34212	8	178,4	2533,9	568
569	323761	184220009	23,8537	8,2865	0,00176	2,7551	6,34388	9	178,8	2542,8	569
570	324900	185193000	23,8747	8,2913	0,00175	2,7559	6,34564	57,0	179,1	2551,8	570
571	326041	186169411	23,8956	8,2962	0,00175	2,7566	6,34739	1	179,4	2560,7	571
572	327184	187149248	23,9165	8,3010	0,00175	2,7574	6,34914	2	179,7	2569,7	572
573	328329	188132517	23,9374	8,3059	0,00175	2,7582	6,35089	3	180,0	2578,7	573
574	329476	189119224	23,9583	8,3107	0,00174	2,7589	6,35263	4	180,3	2587,7	574
575	330625	190109375	23,9792	8,3155	0,00174	2,7597	6,35437	5	180,6	2596,7	575
576	331776	191102976	24,0000	8,3203	0,00174	2,7604	6,35611	6	181,0	2605,8	576
577	332929	192100033	24,0208	8,3251	0,00173	2,7612	6,35784	7	181,3	2614,8	577
578	334084	193100552	24,0416	8,3300	0,00173	2,7619	6,35957	8	181,6	2623,9	578
579	335241	194104539	24,0624	8,3348	0,00173	2,7627	6,36130	9	181,9	2633,0	579
580	336400	195112000	24,0832	8,3396	0,00172	2,7634	6,36303	58,0	182,2	2642,1	580
581	337561	196122941	24,1039	8,3443	0,00172	2,7642	6,36475	1	182,5	2651,2	581
582	338724	197137368	24,1247	8,3491	0,00172	2,7649	6,36647	2	182,8	2660,3	582
583	339889	198155287	24,1454	8,3539	0,00172	2,7657	6.36819	3	183,2	2669,5	583
584	341056	199176704	24,1661	8,3587	0,00171	2,7664	6,36990	4	183,5	2678,6	584
585	342225	200201625	24,1868	8,3634	0,00171	2,7672	6,37161	5	183,8	2687,8	585
586	343396	201230056	24,2074	8,3682	0,00171	2,7679	6,37332	6	184,1	2697,0	586
587	344569	202262003	24,2281	8,3730	0,00170	2,7686	6,37502	7	184,4	2706,2	587
588	345744	203297472	24.2487	8,3777	0,00170	2,7694	6,37673	8	184,7	2715,5	588
589	346921	204336469	24,2693	8,3825	0,00170	2,7701	6,37843	9	185,0	2724,7	589
590	348100	205379000	24,2899	8,3872	0,00169	2,7709	6,38012	59,0	185,4	2734,0	590
591	349281	206425071	24,3105	8,3919	0,00169	2,7716	6,38182	1	185.7	2743,2	591
592	350464	207474688	24,3311	8,3967	0,00169	2,7723	6,38351	2	186,0	2752,5	592
593	351649	208527857	24,3516	8,4014	0,00169	2,7731	6,38519	3	186,3	2761,8	593
594	352836	209584584	24,3721	8,4061	0,00168	2,7738	6,38688	4	186,6	2771,2	594
595	354025	210644875	24,3926	8,4108	0,00168	2,7745	6,38856	5	186,9	2780,5	595
596	355216	211708736	24,4131	8,4155	0,00168	2,7753	6,39024	6	187,2	2789,9	596
597	356409	212776173	24,4336	8,4202	0,00168	2,7760	6,39192	7	187,6	2799,2	597
598	357604	213847192	24,4540	8,4249	0,00167	2,7767	6,39359	8	187,9	2808,6	598
599	358801	214921799	24,4745	8,4296	0,00167	2,7774	6,39526	9	188,2	2818,0	599

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\,n$	πd	$^1/_4\,\pi d^2$	n
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	0,00167	2,7782	6,39693	60,0	188,5	2827,4	600
601	361201	217081801	24,5133	8,4390	0,00166	2,7789	6,39859	1	188,8	2836,9	601
602	362404	218167208	24,5357	8,4437	0,00166	2,7796	6,40026	2	189,1	2846,3	602
603	363609	219256227	24,5561	8,4484	0,00166	2,7803	6,40192	3	189,4	2855,8	603
604	364816	220348864	24,5764	8,4530	0,00166	2,7810	6,40357	4	189,8	2865,3	604
605	366025	221445125	24,5967	8,4577	0,00165	2,7818	6,40523	5	190,1	2874,8	605
606	367236	222545016	24,6171	8,4623	0,00165	2,7825	6,40688	6	190,4	2884,3	606
607	368449	223648543	24,6374	8,4670	0,00165	2,7832	6,40853	7	190,7	2893,8	607
608	369664	224755712	24,6577	8,4716	0,00164	2,7839	6,41017	8	191,0	2903,3	608
609	370881	225866529	24,6779	8,4763	0,00164	2,7846	6,41182	9	191,3	2912,9	609
610	372100	226981000	24,6982	8,4809	0,00164	2,7853	6,41346	61,0	191,6	2922,5	610
611	373321	228099131	24,7184	8,4856	0,00164	2,7860	6,41510	1	192,0	2932,1	611
612	374544	229220928	24,7386	8,4902	0,00163	2,7868	6,41673	2	192,3	2941,7	612
613	375769	230346397	24,7588	8,4948	0,00163	2,7875	6,41836	3	192,6	2951,3	613
614	376996	231475544	24,7790	8,4994	0,00163	2,7882	6,41999	4	192,9	2960,9	614
615	378225	232608375	24,7992	8,5040	0,00163	2,7889	6,42162	5	193,2	2970,6	615
616	379456	233744896	24,8193	8,5086	0,00162	2,7896	6,42325	6	193,5	2980,2	616
617	380689	234885113	24,8395	8,5132	0,00162	2,7903	6,42487	7	193,8	2989,9	617
618	381924	236029032	24,8596	8,5178	0,00162	2,7910	6,42649	8	194,2	2999,6	618
619	383161	237176659	24,8797	8,5224	0,00162	2,7917	6,42811	9	194,5	3009,3	619
620	384400	238328000	24,8998	8,5270	0,00161	2,7924	6,42972	62,0	194,8	3019,1	620
621	385641	239483061	24,9199	8,5316	0,00161	2,7931	6,43133	1	195,1	3028,8	621
622	386884	240641848	24,9399	8,5362	0,00161	2,7938	6,43294	2	195,4	3038,6	622
623	388129	241804367	24,9600	8,5408	0,00161	2,7945	6,43455	3	195,7	3048,4	623
624	389376	242970624	24,9800	8,5453	0,00160	2,7952	6,43615	4	196,0	3058,2	624
625	390625	244140625	25,0000	8,5499	0,00160	2,7959	6,43775	5	196,3	3068,0	625
626	391876	245314376	25,0200	8,5544	0,00160	2,7966	6,43935	6	196,7	3077,8	626
627	393129	246491883	25,0400	8,5590	0,00159	2,7973	6,44095	7	197,0	3087,6	627
628	394384	247673152	25,0599	8,5635	0,00159	2,7980	6,44254	8	197,3	3097,5	628
629	395641	248858189	25,0799	8,5681	0,00159	2,7987	6,44413	9	197,6	3107,4	629
630	396900	250047000	25,0998	8,5726	0,00159	2,7993	6,44572	63,0	197,9	3117,2	630
631	398161	251239591	25,1197	8,5772	0,00158	2,8000	6,44731	1	198,2	3127,1	631
632	399424	252435968	25,1396	8,5817	0,00158	2,8007	6,44889	2	198,5	3137,1	632
633	400689	253636137	25,1595	8,5862	0,00158	2,8014	6,45047	3	198,9	3147,0	633
634	401956	254840104	25,1794	8,5907	0,00158	2,8021	6,45205	4	199,2	3157,0	634
635	403225	256047875	25,1992	8,5952	0,00157	2,8028	6,45362	5	199,5	3166,9	635
636	404496	257259456	25,2190	8,5997	0,00157	2,8035	6,45520	6	199,8	317[illegible],9	636
637	405769	258474853	25,2389	8,6043	0,00157	2,8041	6,45677	7	200,1	3186,9	637
638	407044	259694072	25,2587	8,6088	0,00157	2,8048	6,45834	8	200,4	3196,9	638
639	408321	260917119	25,2784	8,6132	0,00156	2,8055	6,45990	9	200,7	3206,9	639
640	409600	262144000	25,2982	8,6177	0,00156	2,8062	6,46147	64,0	201,1	3217,0	640
641	410881	263374721	25,3180	8,6222	0,00156	2,8069	6,46303	1	201,4	3227,1	641
642	412164	264609288	25,3377	8,6267	0,00156	2,8075	6,46459	2	201,7	3237,1	642
643	413449	265847707	25,3574	8,6312	0,00156	2,8082	6,46614	3	202,0	3247,2	643
644	414736	267089984	25,3772	8,6357	0,00155	2,8089	6,46770	4	202,3	3257,3	644
645	416025	268336125	25,3969	8,6401	0,00155	2,8096	6,46925	5	202,6	3267,5	645
646	417316	269586136	25,4165	8,6446	0,00155	2,8102	6,47080	6	202,9	3277,6	646
647	418609	270840023	25,4362	8,6490	0,00155	2,8109	6,47235	7	203,3	3287,7	647
648	419904	272097792	25,4558	8,6535	0,00154	2,8116	6,47389	8	203,6	3297,9	648
649	421201	273359449	25,4755	8,6579	0,00154	2,8122	6,47543	9	203,9	3308,1	649
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	0,00154	2,8129	6,47697	65,0	204,2	3318,3	650
651	423801	275894451	25,5147	8,6668	0,00154	2,8136	6,47851	1	204,5	3328,5	651
652	425104	277167808	25,5343	8,6713	0,00153	2,8143	6,48004	2	204,8	3338,8	652
653	426409	278445077	25,5539	8,6757	0,00153	2,8149	6,48158	3	205,1	3349,0	653
654	427716	279726264	25,5734	8,6801	0,00153	2,8156	6,48311	4	205,5	3359,3	654
655	429025	281011375	25,5930	8,6845	0,00153	2,8162	6,48464	5	205,8	3369,6	655
656	430336	282300416	25,6125	8,6890	0,00152	2,8169	6,48616	6	206,1	3379,9	656
657	431649	283593393	25,6320	8,6934	0,00152	2,8176	6,48768	7	206,4	3390,2	657
658	432964	284890312	25,6515	8,6978	0,00152	2,8182	6,48920	8	206,7	3400,5	658
659	434281	286191179	25,6710	8,7022	0,00152	2,8189	6,49072	9	207,0	3410,8	659

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\ n$	πd	$^1/_4\ \pi d^2$	n
660	435600	287496000	25,6905	8,7066	0,00152	2,8195	6,49224	66,0	207,3	3421,2	660
661	436921	288804781	25,7099	8,7110	0,00151	2,8202	6,49375	1	207,7	3431,6	661
662	438244	290117528	25,7294	8,7154	0,00151	2,8209	6,49527	2	208,0	3442,0	662
663	439569	291434247	25,7488	8,7198	0,00151	2,8215	6,49667	3	208,3	3452,4	663
664	440896	292754944	25,7682	8,7241	0,00151	2,8222	6,49828	4	208,6	3462,8	664
665	442225	294079625	25,7876	8,7285	0,00150	2,8228	6,49979	5	208,9	3473,2	665
666	443556	295408296	25,8070	8,7329	0,00150	2,8235	6,50129	6	209,2	3483,7	666
667	444889	296740963	25,8263	8,7373	0,00150	2,8241	6,50279	7	209,5	3494,2	667
668	446224	298077632	25,8457	8,7416	0,00150	2,8248	6,50429	8	209,9	3504,6	668
669	447561	299418309	25,8650	8,7460	0,00149	2,8254	6,50578	9	210,2	3515,1	669
670	448900	300763000	25,8884	8,7503	0,00149	2,8261	6,50728	67,0	210,5	3525,7	670
671	450241	302111711	25,9037	8,7547	0,00149	2,8267	6,50877	1	210,8	3536,2	671
672	451584	303464448	25,9230	8,7590	0,00149	2,8274	6,51026	2	211,1	3546,7	672
673	452929	304821217	25,9422	8,7634	0,00149	2,8280	6,51175	3	211,4	3557,3	673
674	454276	306182024	25,9615	8,7677	0,00148	2,8287	6,51323	4	211,7	3567,9	674
675	455625	307546875	25,9808	8,7721	0,00148	2,8293	6,51471	5	212,1	3578,5	675
676	456976	308915776	26,0000	8,7764	0,00148	2,8299	6,51619	6	212,4	3589,1	676
677	458329	310288733	26,0192	8,7807	0,00148	2,8306	6,51767	7	212,7	3599,7	677
678	459684	311665752	26,0384	8,7850	0,00147	2,8312	6,51915	8	213,0	3610,3	678
679	461041	313046839	26,0576	8,7893	0,00147	2,8319	6,52062	9	213,3	3621,0	679
680	462400	314432000	26,0768	8,7937	0,00147	2,8325	6,52209	68,0	213,6	3631,7	680
681	463761	315821241	26,0960	8,7980	0,00147	2,8332	6,52356	1	213,9	3642,4	681
682	465124	317214568	26,1151	8,8023	0,00147	2,8338	6,52503	2	214,3	3653,1	682
683	466489	318611987	26,1343	8,8066	0,00146	2,8344	6,52649	3	214,6	3663,8	683
684	467856	320013504	26,1534	8,8109	0,00146	2,8351	6,52796	4	214,9	3674,5	684
685	469225	321419125	26,1725	8,8152	0,00146	2,8357	6,52942	5	215,2	3685,3	685
686	470596	322828856	26,1916	8,8194	0,00146	2,8363	6,53088	6	215,5	3696,1	686
687	471969	324242703	26,2107	8,8237	0,00146	2,8370	6,53233	7	215,8	3706,8	687
688	473344	325660672	26,2298	8,8280	0,00145	2,8376	6,53379	8	216,1	3717,6	688
689	474721	327082769	26,2488	8,8323	0,00145	2,8382	6,53524	9	216,5	3728,5	689
690	476100	328509000	26,2679	8,8366	0,00145	2,8389	6,53669	69,0	216,8	3739,3	690
691	477481	329939371	26,2869	8,8408	0,00145	2,8395	6,53814	1	217,1	3750,1	691
692	478864	331373888	26,3059	8,8451	0,00145	2,8401	6,53959	2	217,4	3761,0	692
693	480249	332812557	26,3249	8,8493	0,00144	2,8407	6,54103	3	217,7	3771,9	693
694	481636	334255384	26,3439	8,8536	0,00144	2,8414	6,54247	4	218,0	3782,8	694
695	483025	335702375	26,3629	8,8578	0,00144	2,8420	6,54391	5	218,3	3793,7	695
696	484416	337153536	26,3818	8,8621	0,00144	2,8426	6,54535	6	218,7	3804,6	696
697	485809	338608387	26,4008	8,8663	0,00143	2,8432	6,54679	7	219,0	3815,5	697
698	487204	340068392	26,4197	8,8706	0,00143	2,8439	6,54822	8	219,3	3826,5	698
699	488601	341532099	26,4386	8,8748	0,00143	2,8445	6,54965	9	219,6	3837,5	699
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	0,00143	2,8451	6,55108	70,0	219,9	3848,5	700
701	491401	344472101	26,4764	8,8833	0,00143	2,8457	6,55251	1	220,2	3859,5	701
702	492804	345948408	26,4953	8,8875	0,00142	2,8463	6,55393	2	220,5	3870,5	702
703	494209	347428927	26,5141	8,8917	0,00142	2,8470	6,55536	3	220,9	3881,5	703
704	495616	348913664	26,5330	8,8959	0,00142	2,8476	6,55678	4	221,2	3892,6	704
705	497025	350402625	26,5518	8,9001	0,00142	2,8482	6,55820	5	221,5	3903,6	705
706	488436	351895816	26,5707	8,9043	0,00142	2,8488	6,55962	6	221,8	3914,7	706
707	499849	353393243	26,5895	8,9085	0,00141	2,8494	6,56103	7	222,1	3925,8	707
708	501264	354894912	26,6083	8,9127	0,00141	2,8500	6,56244	8	222,4	3936,9	708
709	502681	356400829	26,6271	8,9169	0,00141	2,8506	6,56386	9	222,7	3948,0	709
710	504100	357911000	26,6458	8,9211	0,00141	2,8513	6,56526	71,0	223,1	3959,2	710
711	505521	359425431	26,6646	8,9253	0,00141	2,8519	6,56667	1	223,4	3970,4	711
712	506944	360944128	26,6833	8,9295	0,00140	2,8525	6,56808	2	223,7	3981,5	712
713	508369	362467097	26,7021	8,9337	0,00140	2,8531	6,56948	3	224,0	3992,7	713
714	509796	363994344	26,7208	8,9378	0,00140	2,8537	6,57008	4	224,3	4003,9	714
715	511225	365525875	26,7395	8,9420	0,00140	2,8543	6,57228	5	224,6	4015,2	715
716	512656	367061696	26,7582	8,9462	0,00140	2,8549	6,57368	6	224,9	4026,4	716
717	514089	368601813	26,7769	8,9503	0,00139	2,8555	6,57508	7	225,3	4037,6	717
718	515524	370146232	26,7955	8,9545	0,00139	2,8561	6,57647	8	225,6	4048,9	718
719	516961	371694959	26,8142	8,9587	0,00139	2,8567	6,57786	9	225,9	4060,2	719

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$\log n$	$\log nat\, n$	$d = 0{,}1\, n$	πd	$\frac{1}{4} \pi d^2$	n
720	518400	373248000	26,8328	8,9628	0,00139	2,8573	6,57925	72,0	226,2	4071,5	720
721	519841	374805361	26,8514	8,9670	0,00139	2,8579	6,58064	1	226,5	4082,8	721
722	521284	376367048	26,8701	8,9711	0,00139	2,8585	6,58203	2	226,8	4094,2	722
723	522729	377933067	26,8887	8,9752	0,00138	2,8591	6,58341	3	227,1	4105,5	723
724	524176	379503424	26,9072	8,9794	0,00138	2,8597	6,58479	4	227,5	4116,9	724
725	525625	381078125	26,9258	8,9835	0,00138	2,8603	6,58617	5	227,8	4128,2	725
726	527076	382657176	26,9444	8,9876	0,00138	2,8609	6,58755	6	228,1	4139,6	726
727	528529	384240583	26,9629	8,9918	0,00138	2,8615	6,58893	7	228,4	4151,1	727
728	529984	385828352	26,9815	8,9959	0,00137	2,8621	6,59030	8	228,7	4162,5	728
729	531441	387420489	27,0000	9,0000	0,00137	2,8627	6,59167	9	229,0	4173,9	729
730	532900	389017000	27,0185	9,0041	0,00137	2,8633	6,59304	73,0	229,3	4185,4	730
731	534361	390617891	27,0370	9,0082	0,00137	2,8639	6,59441	1	229,7	4196,9	731
732	535824	392223168	27,0555	9,0123	0,00137	2,8645	6,59578	2	230,0	4208,4	732
733	537289	393832837	27,0740	9,0164	0,00136	2,8651	6,59715	3	230,3	4219,9	733
734	538756	395446904	27,0924	9,0205	0,00136	2,8657	6,59851	4	230,6	4231,4	734
735	540225	397065375	27,1109	9,0246	0,00136	2,8663	6,59987	5	230,9	4242,9	735
736	541696	398688256	27,1293	9,0287	0,00136	2,8669	6,60123	6	231,2	4254,5	736
737	543169	400315553	27,1477	9,0328	0,00136	2,8675	6,60259	7	231,5	4266,0	737
738	544644	401947272	27,1662	9,0369	0,00136	2,8681	6,60394	8	231,8	4277,6	738
739	546121	403583419	27,1846	9,0410	0,00135	2,8686	6,60530	9	232,2	4289,2	739
740	547600	405224000	27,2029	9,0450	0,00135	2,8692	6,60665	74,0	232,5	4300,8	740
741	549081	406869021	27,2213	9,0491	0,00135	2,8698	6,60800	1	232,8	4312,5	741
742	550564	408518488	27,2397	9,0532	0,00135	2,8704	6,60935	2	233,1	4324,1	742
743	552049	410172407	27,2580	9,0572	0,00135	2,8710	6,61070	3	233,4	4335,8	743
744	553536	411830784	27,2764	9,0613	0,00134	2,8716	6,61204	4	233,7	4347,5	744
745	555025	413493625	27,2947	9,0654	0,00134	2,8722	6,61338	5	234,0	4359,2	745
746	556516	415160936	27,3130	9,0694	0,00134	2,8728	6,61473	6	234,4	4370,9	746
747	558009	416832723	27,3313	9,0735	0,00134	2,8733	6,61607	7	234,7	4382,6	747
748	559504	418508992	27,3496	9,0775	0,00134	2,8739	6,61740	8	235,0	4394,3	748
749	561001	420189749	27,3679	9,0816	0,00134	2,8745	6,61874	9	235,3	4406,1	749
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	0,00133	2,8751	6,62007	75,0	235,6	4417,9	750
751	564001	423564751	27,4044	9,0896	0,00133	2,8756	6,62141	1	235,9	4429,7	751
752	565504	425259008	27,4226	9,0937	0,00133	2,8762	6,62274	2	236,2	4441,5	752
753	567009	426957777	27,4408	9,0977	0,00133	2,8768	6,62407	3	236,6	4453,3	753
754	568516	428661064	27,4591	9,1017	0,00133	2,8774	6,62539	4	236,9	4465,1	754
755	570025	430368875	27,4773	9,1057	0,00132	2,8780	6,62672	5	237,2	4477,0	755
756	571536	432081216	27,4955	9,1098	0,00132	2,8785	6,62804	6	237,5	4488,8	756
757	573049	433798093	27,5136	9,1138	0,00132	2,8791	6,62936	7	237,8	4500,7	757
758	574564	435519512	27,5318	9,1178	0,00132	2,8797	6,63068	8	238,1	4512,6	758
759	576081	437245479	27,5500	9,1218	0,00132	2,8802	6,63200	9	238,4	4524,5	759
760	577600	438976000	27,5681	9,1258	0,00132	2,8808	6,63332	76,0	238,8	4536,5	760
761	579121	440711081	27,5862	9,1298	0,00131	2,8814	6,63463	1	239,1	4548,4	761
762	580644	442450728	27,6043	9,1338	0,00131	2,8820	6,63596	2	239,4	4560,4	762
763	582169	444194947	27,6225	9,1378	0,00131	2,8825	6,63725	3	239,7	4572,3	763
764	583696	445943744	27,6405	9,1418	0,00131	2,8831	6,63857	4	240,0	4584,3	764
765	585225	447697125	27,6586	9,1458	0,00131	2,8837	6,63988	5	240,3	4596,3	765
766	586756	449455096	27,6767	9,1498	0,00131	2,8842	6,64118	6	240,6	4608,4	766
767	588289	451217663	27,6948	9,1537	0,00130	2,8848	6,64249	7	241,0	4620,4	767
768	589824	452984832	27,7128	9,1577	0,00130	2,8854	6,64379	8	241,3	4632,5	768
769	591361	454756609	27,7308	9,1617	0,00130	2,8859	6,64509	9	241,6	4644,5	769
770	592900	456533000	27,7489	9,1657	0,00130	2,8865	6,64639	77,0	241,9	4656,6	770
771	594441	458314011	27,7669	9,1696	0,00130	2,8870	6,64769	1	242,2	4668,7	771
772	595984	460099648	27,7849	9,1736	0,00130	2,8876	6,64898	2	242,5	4680,8	772
773	597529	461889917	27,8029	9,1775	0,00129	2,8881	6,65028	3	242,8	4693,0	773
774	599076	463684824	27,8209	9,1815	0,00129	2,8887	6,65157	4	243,2	4705,1	774
775	600625	465484375	27,8388	9,1855	0,00129	2,8893	6,65286	5	243,5	4717,3	775
776	602176	467288576	27,8568	9,1894	0,00129	2,8899	6,65415	6	243,8	4729,5	776
777	603729	469097433	27,8747	9,1933	0,00129	2,8904	6,65544	7	244,1	4741,7	777
778	605284	470910952	27,8927	9,1973	0,00129	2,8910	6,65673	8	244,4	4753,9	778
779	606841	472729139	27,9106	9,2012	0,00128	2,8916	6,65801	9	244,7	4766,1	779

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\ n$	πd	$^1/_4\ \pi d^2$	n
780	608400	474552000	27,9285	9,2052	0,00128	2,8921	6,65929	78,0	245,0	4778,4	780
781	609961	476379541	27,9464	9,2091	0,00128	2,8926	6,66058	1	245,4	4790,6	781
782	611524	478211768	27,9643	9,2130	0,00128	2,8932	6,66185	2	245,7	4802,9	782
783	613089	480048687	27,9821	9,2170	0,00128	2,8938	6,66313	3	246,0	4815,2	783
784	614656	481890304	28,0000	9,2209	0,00128	2,8943	6,66441	4	246,3	4827,5	784
785	616225	483736625	28,0179	9,2248	0,00127	2,8949	6,66568	5	246,6	4839,8	785
786	617796	485587656	28,0357	9,2287	0,00127	2,8954	6,66696	6	246,9	4852,2	786
787	619369	487443403	28,0535	9,2326	0,00127	2,8960	6,66823	7	247,2	4864,5	787
788	620944	489303872	28,0713	9,2365	0,00127	2,8965	6,66950	8	247,6	4876,9	788
789	622521	491169069	28,0891	9,2404	0,00127	2,8971	6,67077	9	247,9	4889,3	789
790	624100	493039000	28,1069	9,2443	0,00127	2,8976	6,67203	79,0	248,2	4901,7	790
791	625681	494913671	28,1247	9,2482	0,00126	2,8982	6,67330	1	248,5	4914,1	791
792	627264	496793088	28,1425	9,2521	0,00126	2,8987	6,67456	2	248,8	4926,5	792
793	628849	498677257	28,1603	9,2560	0,00126	2,8993	6,67582	3	249,1	4939,0	793
794	630436	500566184	28,1780	9,2599	0,00126	2,8998	6,67708	4	249,4	4951,4	794
795	632025	502459875	28,1957	9,2638	0,00126	2,9004	6,67834	5	249,8	4963,9	795
796	633616	504358336	28,2135	9,2677	0,00126	2,9009	6,67960	6	250,1	4976,4	796
797	635209	506261573	28,2312	9,2716	0,00125	2,9015	6,68085	7	250,4	4988,9	797
798	636804	508169592	28,2489	9,2754	0,00125	2,9020	6,68211	8	250,7	5001,4	798
799	638401	510082399	28,2666	9,2793	0,00125	2,9026	6,68336	9	251,0	5014,0	799
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	0,00125	2,9031	6,68461	80,0	251,3	5026,5	800
801	641601	513922401	28,3019	9,2870	0,00125	2,9036	6,68586	1	251,6	5039,1	801
802	643204	515849608	28,3196	9,2909	0,00125	2,9042	6,68711	2	252,0	5051,7	802
803	644809	517781627	28,3373	9,2948	0,00125	2,9047	6,68835	3	252,3	5064,3	803
804	646416	519718464	28,3549	9,2986	0,00124	2,9053	6,68960	4	252,6	5076,9	804
805	648025	521660125	28,3725	9,3025	0,00124	2,9058	6,69084	5	252,9	5089,6	805
806	649636	523606616	28,3901	9,3063	0,00124	2,9063	6,69208	6	253,2	5102,2	806
807	651249	525557943	28,4077	9,3102	0,00124	2,9069	6,69332	7	253,5	5114,9	807
808	652864	527514112	28,4253	9,3140	0,00124	2,9074	6,69456	8	253,8	5127,6	808
809	654481	529475129	28,4429	9,3179	0,00124	2,9080	6,69580	9	254,2	5140,3	809
810	656100	531441000	28,4605	9,3217	0,00123	2,9085	6,69703	81,0	254,5	5153,0	810
811	657721	533411731	28,4781	9,3255	0,00123	2,9090	6,69827	1	254,8	5165,7	811
812	659344	535387328	28,4956	9,3294	0,00123	2,9095	6,69950	2	255,1	5178,5	812
813	660969	537367797	28,5132	9,3332	0,00123	2,9101	6,70073	3	255,4	5191,2	813
814	662596	539353144	28,5307	9,3370	0,00123	2,9106	6,70196	4	255,7	5204,0	814
815	664225	541343375	28,5482	9,3408	0,00123	2,9112	6,70319	5	256,0	5216,8	815
816	665856	543338496	28,5657	9,3447	0,00123	2,9117	6,70441	6	256,4	5229,6	816
817	667489	545338513	28,5832	9,3485	0,00122	2,9122	6,70564	7	256,7	5242,4	817
818	669124	547343432	28,6007	9,3523	0,00122	2,9128	6,70686	8	257,0	5255,3	818
819	670761	549353259	28,6182	9,3561	0,00122	2,9133	6,70808	9	257,3	5268,1	819
820	672400	551368000	28,6356	9,3599	0,00122	2,9138	6,70930	82,0	257,6	5281,0	820
821	674041	553387661	28,6531	9,3637	0,00122	2,9143	6,71052	1	257,9	5293,9	821
822	675684	555412248	28,6705	9,3675	0.00122	2,9149	6,71174	2	258,2	5306,8	822
823	677329	557441767	28,6880	9,3713	0,00122	2,9154	6,71296	3	258,6	5319,7	823
824	678976	559476224	28,7054	9,3751	0,00121	2,9159	6,71417	4	258,9	5332,7	824
825	680625	561515625	28,7228	9,3789	0,00121	2,9164	6,71538	5	259,2	5345,6	825
826	682276	563559976	28,7402	9,3827	0,00121	2,9170	6,71659	6	259,5	5358,6	826
827	683929	565609283	28,7576	9,3865	0,00121	2,9175	6,71780	7	259,8	5371,6	827
828	685584	567663552	28,7750	9,3902	0,00121	2,9180	6,71901	8	260,1	5384,6	828
829	687241	569722789	28,7924	9,3940	0,00121	2,9186	6,72022	9	260,4	5397,6	829
830	688900	571787000	28,8097	9,3978	0,00120	2,9191	6,72143	83,0	260,8	5410,6	830
831	690561	573856191	28,8271	9,4016	0,00120	2,9196	6,72263	1	261,1	5423,7	831
832	692224	575930368	28,8444	9,4053	0,00120	2,9201	6,72383	2	261,4	5436,7	832
833	693889	578009537	28,8617	9,4091	0,00120	2,9206	6,72503	3	261,7	5449,8	833
834	695556	580093704	28,8791	9,4129	0,00120	2,9212	6,72623	4	262,0	5462,9	834
835	697225	582182875	28,8964	9,4166	0,00120	2,9217	6,72743	5	262,3	5476,0	835
836	698896	584277056	28,9137	9,4204	0,00120	2,9222	6,72863	6	262,6	5489,1	836
837	700569	586376253	28,9310	9,4241	0,00119	2,9228	6,72982	7	263,0	5502,3	837
838	702244	588480472	28,9482	9,4279	0,00119	2,9233	6,73102	8	263,3	5515,4	838
839	703921	590589719	28,9655	9,4316	0,00119	2,9238	6,73221	9	263,6	5528,6	839

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$\log n$	$\log nat\, n$	$d = 0,1\, n$	πd	$\frac{1}{4} \pi d^2$	n
840	705600	592704000	28,9828	9,4354	0,00119	2,9243	6,73340	84,0	263,9	5541,8	840
841	707281	594823321	29,0000	9,4391	0,00119	2,9248	6,73459	1	264,2	5555,0	841
842	708964	596947688	29,0172	9,4429	0,00119	2,9253	6,73578	2	264,5	5568,2	842
843	710649	599077107	29,0345	9,4466	0,00119	2,9258	6,63697	3	264,8	5581,4	843
844	712336	601211584	29,0517	9,4503	0,00118	2,9263	6,73815	4	265,2	5594,7	844
845	714025	603351125	29,0689	9,4541	0,00118	2,9269	6,73934	5	265,5	5607,9	845
846	715716	605495736	29,0861	9,4578	0,00118	2,9274	6,74052	6	265,8	5621,2	846
847	717409	607645423	29,1033	9,4615	0,00118	2,9279	6,74170	7	266,1	5634,5	847
848	719104	609800192	29,1204	9,4652	0,00118	2,9284	6,74288	8	266,4	5647,8	848
849	720801	611960049	29,1376	9,4690	0,00118	2,9289	6,74406	9	266,7	5661,2	849
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	0,00118	2,9294	6,74524	85,0	267,0	5674,5	850
851	724201	616295051	29,1719	9,4764	0,00118	2,9299	6,74641	1	267,3	5687,9	851
852	725904	618470208	29,1890	9,4801	0,00117	2,9304	6,74759	2	267,7	5701,2	852
853	727609	620650477	29,2062	9,4838	0,00117	2,9309	6,74876	3	268,0	5714,6	853
854	729316	622835864	29,2233	9,4875	0,00117	2,9315	6,74993	4	268,3	5728,0	854
855	731025	625026375	29,2404	9,4912	0,00117	2,9320	6,75110	5	268,6	5741,5	855
856	732736	627222016	29,2575	9,4949	0,00117	2,9325	6,75227	6	268,9	5754,9	856
857	734449	629422793	29,2746	9,4986	0,00117	2,9330	6,75344	7	269,2	5768,3	857
858	736164	631628712	29,2916	9,5023	0,00117	2,9335	6,75460	8	269,5	5781,8	858
859	737881	633839779	29,3087	9,5060	0,00116	2,9340	6,75577	9	269,9	5795,3	859
860	739600	636056000	29,3258	9,5097	0,00116	2,9345	6,75693	86,0	270,2	5808,8	860
861	741321	638277381	29,3428	9,5134	0,00116	2,9350	6,75809	1	270,5	5822,3	861
862	743044	640503928	29,3598	9,5171	0,00116	2,9355	6,75926	2	270,8	5835,9	862
863	744769	642735647	29,3769	9,5207	0,00116	2,9360	6,76041	3	271,1	5849,4	863
864	746496	644972544	29,3939	9,5244	0,00116	2,9365	6,76157	4	271,4	5863,0	864
865	748225	647214625	29,4109	9,5281	0,00116	2,9370	6,76273	5	271,7	5876,5	865
866	749956	649461896	29,4279	9,5317	0,00115	2,9375	6,76388	6	272,1	5890,1	866
867	751689	651714363	29,4449	9,5354	0,00115	2,9380	6,76504	7	272,4	5903,8	867
868	753424	653972032	29,4618	9,5391	0,00115	2,9385	6,76619	8	272,7	5917,4	868
869	755161	656234909	29,4788	9,5427	0,00115	2,9390	6,76734	9	273,0	5931,0	869
870	756900	658503000	29,4958	9,5464	0,00115	2,9395	6,76849	87,0	273,3	5944,7	870
871	758641	660776311	29,5127	9,5501	0,00115	2,9400	6,76964	1	273,6	5958,4	871
872	760384	663054848	29,5296	9,5537	0,00115	2,9405	6,77079	2	273,9	5972,0	872
873	762129	665338617	29,5466	9,5574	0,00115	2,9410	6,77194	3	274,3	5985,7	873
874	763876	667627624	29,5635	9,5610	0,00114	2,9415	6,77308	4	274,6	5999,5	874
875	765625	669921875	29,5804	9,5647	0,00114	2,9420	6,77422	5	274,9	6013,2	875
876	767376	672221376	29,5973	9,5683	0,00114	2,9425	6,77537	6	275,2	6027,0	876
877	769129	674526133	29,6142	9,5719	0,00114	2,9430	6,77651	7	275,5	6040,7	877
878	770884	676836152	29,6311	9,5756	0,00114	2,9435	6,77765	8	275,8	6054,5	878
879	772641	679151439	29,6479	9,5792	0,00114	2,9440	6,77878	9	276,1	6068,3	879
880	774400	681472000	29,6648	9,5828	0,00114	2,9445	6,77992	88,0	276,5	6082,1	880
881	776161	683797841	29,6816	9,5865	0,00114	2,9450	6,78106	1	276,8	6096,0	881
882	777924	686128968	29,6985	9,5901	0,00113	2,9455	6,78219	2	277,1	6109,8	882
883	779689	688465387	29,7153	9,5937	0,00113	2,9460	6,78333	3	277,4	6123,7	883
884	781456	690807104	29,7321	9,5973	0,00113	2,9465	6,78446	4	277,7	6137,5	884
885	783225	693154125	29,7489	9,6010	0,00113	2,9469	6,78559	5	278,0	6151,4	885
886	784996	695506456	29,7658	9,6046	0,00113	2,9474	6,78672	6	278,3	6165,3	886
887	786769	697864103	29,7825	9,6082	0,00113	2,9479	6,78784	7	278,7	6179,3	887
888	788544	700227072	29,7993	9,6118	0,00113	2,9484	6,78897	8	279,0	6193,2	888
889	790321	702595369	29,8161	9,6154	0,00112	2,9489	6,79010	9	279,3	6207,2	889
890	792100	704969000	29,8329	9,6190	0,00112	2,9494	6,79122	89,0	279,6	6221,1	890
891	793881	707347971	29,8496	9,6226	0,00112	2,9499	6,79234	1	279,9	6235,1	891
892	795664	709732288	29,8664	9,6262	0,00112	2,9504	6,79347	2	280,2	6249,1	892
893	797449	712121957	29,8831	9,6298	0,00112	2,9509	6,79459	3	280,5	6263,1	893
894	799236	714516984	29,8998	9,6334	0,00112	2,9513	6,79571	4	280,9	6277,2	894
895	801025	716917375	29,9166	9,6370	0,00112	2,9518	6,79682	5	281,2	6291,2	895
896	802816	719323136	29,9333	9,6406	0,00112	2,9523	6,79794	6	281,5	6305,3	896
897	804609	721734273	29,9500	9,6442	0,00111	2,9528	6,79906	7	281,8	6319,4	897
898	806404	724150792	29,9666	9,6477	0,00111	2,9533	6,80017	8	282,1	6333,5	898
899	808201	726572699	29,9833	9,6513	0,00111	2,9538	6,80128	9	282,4	6347,6	899

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0,1\ n$	πd	$^1/_4\ \pi d^2$	n
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	0,00111	2,9542	6,80239	90,0	282,7	6361,7	900
901	811801	731432701	30,0167	9,6585	0,00111	2,9547	6,80381	1	283,1	6375,9	901
902	813604	733870808	30,0333	9,6620	0,00111	2,9552	6,80461	2	283,4	6390,0	902
903	815409	736314327	30,0500	9,6656	0,00111	2,9557	6,80572	3	283,7	6404,2	903
904	817216	738763264	30,0666	9,6692	0,00111	2,9562	6,80683	4	284,0	6418,4	904
905	819025	741217625	30,0832	9,6727	0,00110	2,9567	6,80793	5	284,3	6432,6	905
906	820836	743677416	30,0998	9,6763	0,00110	2,9571	6,80904	6	284,6	6446,8	906
907	822649	746142643	30,1164	9,6799	0,00110	2,9576	6,81014	7	284,9	6461,1	907
908	824464	748613312	39,1330	9,6834	0,00110	2,9581	6,81124	8	285,3	6475,3	908
909	826281	751089429	30,1496	9,6870	0,00110	2,9586	6,81235	9	285,6	6489,6	909
910	828100	753571000	30,1662	9,6905	0,00110	2,9590	6,81344	91,0	285,9	6503,9	910
911	829921	756058031	30,1828	9,6941	0,00110	2,9595	6,81454	1	286,2	6518,2	911
912	831744	758550528	30,1993	9,6976	0,00110	2,9599	6,81564	2	286,5	6532,5	912
913	833569	761048497	30,2159	9,7012	0,00110	2,9605	6,81674	3	286,8	6546,8	913
914	835396	763551944	30,2324	9,7047	0,00109	2,9609	6,81783	4	287,1	6561,2	914
915	837225	766060875	30,2490	9,7082	0,00109	2,9614	6,81892	5	287,5	6575,5	915
916	839056	768575296	30,2655	9,7118	0,00109	2,9619	6,82002	6	287,8	6589,9	916
917	840889	771095213	30,2820	9,7153	0,00109	2,9624	6,82111	7	288,1	6604,3	917
918	842724	773620632	30,2985	9,7188	0,00109	2,9628	6,82220	8	288,4	6618,7	918
919	844561	776151559	30,3150	9,7224	0,00109	2,9633	6,82329	9	288,7	6633,2	919
920	846400	778688000	30,3315	9,7259	0,00109	2,9638	6,82437	92,0	289,0	6647,6	920
921	848241	781229961	30,3480	9,7294	0,00109	2,9643	6,82546	1	289,3	6662,1	921
922	850084	783777448	30,3645	9,7329	0,00108	2,9647	6,82655	2	289,7	6676,5	922
923	851929	786330467	30,3809	9,7364	0,00108	2,9652	6,82763	3	290,0	6691,0	923
924	853776	788889024	30,3974	9,7400	0,00108	2,9657	6,82871	4	290,3	6705,5	924
925	855625	791453125	30,4138	9,7435	0,00108	2,9661	6,82979	5	290,6	6720,1	925
926	857476	794022776	30,4302	9,7470	0,00108	2,9666	6,83087	6	290,9	6734,6	926
927	859329	796597983	30,4467	9,7505	0,00108	2,9671	6,83195	7	291,2	6749,2	927
928	861184	799178752	30,4631	9,7540	0,00108	2,9675	6,83303	8	291,5	6763,7	928
929	863041	801765089	30,4795	9,7575	0,00108	2,9680	6,83411	9	291,9	6778,3	929
930	864900	804357000	30,4959	9,7610	0,00108	2,9685	6,83518	93,0	292,2	6792,9	930
931	866761	806954491	30,5123	9,7645	0,00107	2,9689	6,83626	1	292,5	6807,5	931
932	868624	809557568	30,5287	9,7680	0,00107	2,9694	6,83733	2	292,8	6822,2	932
933	870489	812166237	30,5450	9,7715	0,00107	2,9699	6,83841	3	293,1	6836,8	933
934	872356	814780504	30,5614	9,7750	0,00107	2,9704	6,83948	4	293,4	6851,5	934
935	874225	817400375	30,5778	9,7785	0,00107	2,9708	6,84055	5	293,7	6866,1	935
936	876096	820025856	30,5941	9,7819	0,00107	2,9713	6,84162	6	294,1	6880,8	936
937	877969	822656953	30,6105	9,7854	0,00107	2,9717	6,84268	7	294,4	6895,6	937
938	879844	825293672	30,6258	9,7889	0,00107	2,9722	6,84375	8	294,7	6910,3	938
939	881721	827936019	30,6431	9,7924	0,00106	2,9727	6,84482	9	295,0	6925,0	939
940	883600	830584000	30,6594	9,7959	0,00106	2,9731	6,84588	94,0	295,3	6939,8	940
941	885481	833237621	30,6757	9,7993	0,00106	2,9736	6,84694	1	295,6	6954,6	941
942	887364	835896888	30,6920	9,8028	0,00106	2,9740	6,84801	2	295,9	6969,3	942
943	889249	838561807	30,7083	9,8063	0,00106	2,9745	6,84907	3	296,3	6984,1	943
944	891136	841232384	30,7246	9,8097	0,00106	2,9750	6,85013	4	296,6	6999,0	944
945	893025	843908625	30,7409	9,8132	0,00106	2,9754	6,85118	5	296,9	7013,8	945
946	894916	846590536	30,7571	9,8167	0,00106	2,9759	6,85224	6	297,2	7028,7	946
947	896809	849278123	30,7734	9,8201	0,00106	2,9763	6,85330	7	297,5	7043,5	947
948	898704	851971392	30,7896	9,8236	0,00105	2,9768	6,85435	8	297,8	7058,4	948
949	900601	854670349	30,8058	9,8270	0,00105	2,9773	8,85541	9	298,1	7073,3	949
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	0,00105	2,9777	6,85646	95,0	298,5	7088,2	950
951	904401	860085351	30,8383	9,8339	0,00105	2,9782	6,85751	1	298,8	7103,1	951
952	906304	862801408	30,8545	9,8374	0,00105	2,9786	6,85857	2	299,1	7118,1	952
953	908209	865523177	30,8707	9,8408	0,00105	2,9791	6,85961	3	299,4	7133,1	953
954	910116	868250664	30,8869	9,8443	0,00105	2,9796	6,86006	4	299,7	7148,0	954
955	912025	870983875	30,9031	9,8477	0,00105	2,9800	6,86171	5	300,0	7163,0	955
956	913936	873722816	30,9192	9,8511	0,00105	2,9805	6,86276	6	300,3	7178,0	956
957	915849	876467493	30,9354	9,8546	0,00104	2,9809	6,86380	7	300,7	7193,1	957
958	917764	879217912	30,9516	9,8580	0,00104	2,9814	6,86485	8	301,0	7208,1	958
959	919681	881974079	30,9677	9,8614	0,00104	2,9818	6,85589	9	301,3	7223,2	959

Quadrate, Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln etc.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	$log\ n$	$log\ nat\ n$	$d = 0{,}1\ n$	πd	$^1/_4\ \pi d^2$	n
960	921600	884736000	30,9839	9,8648	0,00104	2,9823	6,86693	96,0	301,6	7238,2	960
961	923521	887503681	31,0000	9,8683	0,00104	2,9827	6,86797	1	301,9	7253,3	961
962	925444	890277128	31,0161	9,8717	0,00104	2,9832	6,86901	2	302,2	7268,4	962
963	927369	893056347	31,0322	9,8751	0,00104	2,9836	6,87005	3	302,5	7283,5	963
964	929296	895841344	31,0483	9,8785	0,00104	2,9841	6,87109	4	302,8	7298,7	964
965	931225	898632125	31,0644	9,8819	0,00104	2,9845	6,87213	5	303,2	7313,8	965
966	933156	901428696	31,0805	9,8854	0,00104	2,9850	6,87316	6	303,5	7329,0	966
967	935089	904231063	31,0966	9,8888	0,00103	2,9854	6,87420	7	303,8	7344,2	967
968	937024	907039232	31,1127	9,8922	0,00103	2,9859	6,87523	8	304,1	7359,4	968
969	938961	909853209	31,1288	9,8956	0,00103	2,9863	6,87626	9	304,4	7374,6	969
970	940900	912673000	31,1448	9,8990	0,00103	2,9868	6,87730	97,0	304,7	7389,8	970
971	942841	915498611	31,1609	9,9024	0,00103	2,9872	6,87833	1	305,0	7405,1	971
972	944784	918330048	31,1769	9,9058	0,00103	2,9877	6,87936	2	305,4	7420,3	972
973	946729	921167317	31,1929	9,9092	0,00103	2,9881	6,88038	3	305,7	7435,6	973
974	948676	924010424	31,2090	9,9126	0,00103	2,9886	6,88141	4	306,0	7450,9	974
975	950625	926859375	31,2250	9,9160	0,00103	2,9890	6,88244	5	306,3	7466,2	975
976	952576	929714176	31,2410	9,9194	0,00102	2,9895	6,88346	6	306,6	7481,5	976
977	954529	932574833	31,2570	9,9227	0,00102	2,9903	6,88449	7	306,9	7496,9	977
978	956484	935441352	31,2730	9,9261	0,00102	2,9908	6,88551	8	307,2	7512,2	978
979	958441	938313739	31,2890	9,9295	0,00102	2,9912	6,88653	9	307,6	7527,6	979
980	960400	941192000	31,3050	9,9329	0,00102	2,9912	6,88755	98,0	307,9	7543,0	980
981	962361	944076141	31,3209	9,9363	0,00102	2,9917	6,88857	1	308,2	7558,4	981
982	964324	946966168	31,3369	9,9396	0,00102	2,9921	6,88959	2	308,5	7573,8	982
983	966289	949862087	31,3528	9,9430	0,00102	2,9925	6,89061	3	308,8	7589,2	983
984	968256	952763904	31,3688	9,9464	0,00102	2,9930	6,89163	4	309,1	7604,7	984
985	970225	955671625	31,3847	9,9497	0,00102	2,2934	6,89264	5	309,4	7620,1	985
986	972196	958585256	31,4006	9,9531	0,00101	2,9939	6,89366	6	309,8	7635,6	986
987	974169	961504803	31,4166	9,9565	0,00101	2,9943	6,89467	7	310,1	7651,1	987
988	976144	964430272	31,4325	9,9598	0,00101	2,9947	6,89568	8	310,4	7666,6	998
989	978121	967361669	31,4484	9,9632	0,00101	2,9952	6,89669	9	310,7	7682,1	989
990	980100	970299000	31,4643	9,9666	0,00101	2,9956	6,89770	99,0	311,0	7697,7	990
991	982081	973242271	31,4802	9,9699	0,00101	2,9961	6,89871	1	311,3	7713,2	991
992	984064	976191488	31,4960	9,9733	0,00101	2,9965	6,89972	2	311,6	7728,8	992
993	986049	979146657	31,5119	9,9766	0,00101	2,9969	6,90073	3	312,0	7744,4	993
994	988036	982107784	31,5278	9,9800	0,00101	2,9974	6,90174	4	312,3	7760,0	994
995	990025	985074875	31,5436	9,9833	0,00101	2,9978	6,90274	5	312,6	7775,6	995
996	992016	988047936	31,5595	9,9866	0,00100	2,9982	6,90375	6	312,9	7791,3	996
997	994009	991026973	31,5753	9,9900	0,00100	2,9987	6,90475	7	313,2	7806,9	997
998	996004	994011992	31,5911	9,9933	0,00100	2,9991	6,90575	8	313,5	7822,6	998
999	998001	997002999	31,6070	9,9967	0,00100	2,9996	6,90675	9	313,8	7838,3	999
1000	1000000	1000000000	31,6228	10,0000	0,00100	3,0000	6,90776	100,0	314,2	7853,9	1000

3. Tabelle der 9 Potenzen der Zahlen 1—9.

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n^6	n^7	n^8	n^9
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64	128	256	572
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1853125
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489

4. Tabelle der Zahlenwerthe von π = Ludolphische Zahl und g = der Beschleunigung durch die Schwere.

Grösse	Zahlenwerth
π	3,1415926
2π	6,283185
$\pi\sqrt{2}$	4,442883
$^1/_2\,\pi$	1,570796
$^1/_3\,\pi$	1,047197
$^2/_3\,\pi$	2,094395
$^1/_4\,\pi$	0,785398
$^1/_6\,\pi$	0,523599
$^1/_{12}\,\pi$	0,261799
$^1/_{16}\,\pi$	0,196350
$^1/_{32}\,\pi$	0,098175
$^1/_{64}\,\pi$	0,049087
$^1/_{90}\,\pi$	0,0034907
$^1/_{180}\,\pi$	0,017453
$\frac{1}{\sqrt{2}}\pi$	2,221441
π^2	9,869604
$4\pi^2$	39,478417
$^1/_4\,\pi^2$	2,467401
$^1/_{16}\,\pi^2$	0,616850
$^1/_{64}\,\pi^2$	0,154213
π^3	31,006277
π^4	97,409091
π^5	306,019685
π^6	961,389194
$\sqrt{\pi}$	1,772454
$2\sqrt{\pi}$	3,544908
$\sqrt{2\pi}$	2,506628
$\sqrt{^1/_2\,\pi}$	1,253314
$\sqrt{^1/_6\,\pi}$	0,723601
$\pi\sqrt{\pi}$	5,568328
$\sqrt[3]{\pi}$	1,464592
$\sqrt[3]{2\pi}$	1,845270
$\sqrt[3]{^1/_2\,\pi}$	1,162447
$\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}$	0,922635
$\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$	0,805996
$\sqrt[3]{\pi^2}$	2,145029
$\pi\sqrt[3]{\pi}$	4,601149
$\pi\sqrt[3]{\pi^2}$	6,738808
$\frac{1}{\pi}$	0,318310
$\frac{1}{2\pi}$	0,159155
$\frac{1}{3\pi}$	0,106103

Grösse	Zahlenwerth
$\frac{1}{4\pi}$	0,079577
$\frac{2}{\pi}$	0,636620
$\frac{3}{\pi}$	0,954930
$\frac{4}{\pi}$	1,273240
$\frac{12}{\pi}$	3,189719
$\frac{16}{\pi}$	5,092958
$\frac{30}{\pi}$	9,549297
$\frac{\sqrt{2}}{\pi}$	0,450158
$\frac{1}{\pi\sqrt{2}}$	0,225079
$\frac{1}{\pi^2}$	0,101321
$\frac{4}{\pi^2}$	0,405285
$\frac{1}{\pi^3}$	0,032252
$\frac{1}{\pi^4}$	0,010266
$\frac{1}{\pi^5}$	0,003268
$\frac{1}{\pi^6}$	0,001040
$\sqrt{\frac{1}{\pi}}$	0,564190
$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\pi}}$	0,282095
$\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	0,797885
$\sqrt{\frac{3}{\pi}}$	0,977205
$\sqrt{\frac{90}{\pi}}$	5,352372
$\sqrt{\frac{1}{2\pi}}$	0,398942
$\sqrt{\frac{3}{2\pi}}$	0,690988
$\sqrt{\frac{1}{3\pi}}$	0,325735
$\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$	0,682784
$\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$	0,860254

Grösse	Zahlenwerth
$\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$	0,984745
$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	0,541926
$\sqrt[3]{\frac{1}{\pi^2}}$	0,466194
$\sqrt[4]{\frac{4}{\pi}}$	1,062252
$\sqrt[4]{\frac{180}{\pi}}$	2,751253
g	9,808
$2g$	19,616
$\frac{g}{\pi^2}$	0,993829
g^2	96,196864
$4g^2$	384,887456
$\sqrt{g}$	3,131786
$2\sqrt{g}$	6,263572
$\pi\sqrt{g}$	9,839491
$\sqrt{2g}$	4,428648
$^2/_3\sqrt{2g}$	2,952432
$\pi\sqrt{2g}$	13,912889
$\frac{\pi}{2}\sqrt{2g}$	6,956444
$\frac{1}{g}$	0,101958
$\frac{\pi^2}{g}$	1,00628
$\frac{1}{2g}$	0,0056076
$\frac{3}{2g}$	0,15293
$\frac{1}{g^2}$	0,010395
$\frac{1}{4g^2}$	0,002598
$\sqrt{\frac{1}{g}}$	0,319308
$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{g}}$	0,159650
$\frac{\pi}{\sqrt{g}}$	9,83902
$\frac{1}{\sqrt{2g}}$	0,22583
$\frac{1}{2\sqrt{2g}}$	0,11291

Grösse	Zahlenwerth
$\frac{\pi}{\sqrt{2g}}$	0,70939
$\frac{\pi}{2\sqrt{2g}}$	0,35964
$\log\pi$	0,4971498
$\log 2\pi$	0,798180
$\log\frac{\pi}{2}$	0,196120
$\log\frac{\pi}{3}$	0,020029
$\log\frac{\pi}{4}$	0,895090—1
$\log\frac{\pi}{6}$	0,718999—1
$\log\pi^2$	0,994300
$\log\pi^3$	1,491450
$\log\sqrt{\pi}$	0,248575
$\log\sqrt[3]{\pi}$	0,165717
$\log\frac{1}{\pi}$	0,502850—1
$\log\frac{2}{\pi}$	0,83880—1
$\log\frac{1}{2\pi}$	0,201820—1
$\log\frac{1}{\pi^2}$	0,005700—1
$\log\frac{1}{\pi^3}$	0,508550—2
$\log\sqrt{\frac{1}{\pi}}$	0,751425—1
$\log\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	0,901940—1
$\log\sqrt{\frac{1}{2\pi}}$	0,600910—1
$\log\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$	0,834283—1
$\log\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	0,733940—1
$\log g$	0,99158
$\log 2g$	1,29261
$\log\sqrt{g}$	0,49579
$\log\sqrt{2g}$	0,64630
$\log\frac{1}{g}$	0,00842—1
$\log\frac{1}{2g}$	0,70739—2
$\log\sqrt{\frac{1}{g}}$	0,50421—1
$\log\sqrt{\frac{1}{2g}}$	0,67685—2

5. Einige Potenzen der Grundzahl $e = 2{,}71828182$ der natürlichen Logarithmen.

x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x
0,1	1,10517	1,6	4,95303	3,1	22,19795	4,6	99,48432	6,1	445,8578	7,6	1998,196
0,2	1,22140	1,7	5,47395	3,2	24,53253	4,7	109,9472	6,2	492,7490	7,7	2208,348
0,3	1,34986	1,8	6,04965	3,3	27,11264	4,8	121,5104	6,3	544,5719	7,8	2440,602
0,4	1,49183	1,9	6,68589	3,4	29,96410	4,9	134,2898	6,4	601,8450	7,9	2697,282
0,5	1,64872	2,0	7,38906	3,5	33,11545	5,0	148,4132	6,5	665,1416	8,0	2980,958
0,6	1,82212	2,1	8,16617	3,6	36,59823	5,1	164,0219	6,6	735,0952	8,2	3640,950
0,7	2,01375	2,2	9,02501	3,7	40,44730	5,2	181,2722	6,7	812,4057	8,4	4447,067
0,8	2,22554	2,3	9,97419	3,8	44,70118	5,3	200,3368	6,8	897,8472	8,6	5431,660
0,9	2,45960	2,4	11,02318	3,9	49,40245	5,4	221,4064	6,9	992,2748	8,8	6634,244
1,0	2,71828	2,5	12,18250	4,0	54,59815	5,5	244,6919	7,0	1096,633	9,0	8103,084
1,1	3,00417	2,6	13,46374	4,1	60,34028	5,6	270,4264	7,1	1211,967	9,2	9897,129
1,2	3,32012	2,7	14,87973	4,2	66,68633	5,7	298,8674	7,2	1339,431	9,4	12088,38
1,3	3,66930	2,8	16,44465	4,3	73,69980	5,8	330,2995	7,3	1480,300	9,6	14764,78
1,4	4,05520	2,9	18,17414	4,4	81,45088	5,9	365,0375	7,4	1635,984	9,8	18033,74
1,5	4,48169	3,0	20,08554	4,5	90,01713	6,0	403,4288	7,5	1808,042	10,0	22026,46

$$\log e = 0{,}434294$$
$$\frac{1}{\log e} = 2{,}382585.$$

6. Tabelle der Winkelgeschwindigkeit für die Umdrehungszahl n, sowie für die Fallhöhe bei der Geschwindigkeit n in Metern und für die Geschwindigkeit bei der Fallhöhe n in Metern.

Der Werth n wächst in Intervallen von 0,05 von 1 bis 10, und giebt die Horizontalreihe die Winkelgeschwindigkeit $\frac{\pi}{30} n$ an.

Ist n grösser als die Tabelle angiebt, z. B. 85, so findet man in der Reihe für 8,5 auch die Winkelgeschwindigkeit für 85 Umdrehungen, indem man den zugehörigen Werth für 8,5 mit 10 multiplicirt.

$$n = 85 \quad \omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{\pi}{30} n = 8{,}9012.$$

Die Reihe $\frac{n^2}{2g}$ giebt die Fallhöhe für n in m von $n = 1$ bis $n = 60$ an. So ist z. B. für eine Geschwindigkeit $n = 7{,}35$ m die Fallhöhe $\frac{n^2}{2g} = 2{,}7538$. In derselben Weise findet man für die Fallhöhe $n = 7{,}35$ in der Columne $\sqrt{2gn}$ die Geschwindigkeit 12,008. (S. Tabelle Seite 23.)

7. Tabelle der Bogenlängen, Sehnenlängen, Bogenhöhen und der Inhalte der Segmente für den Radius = 1.

Die Tafel giebt für ganze Grade sofort die Länge des Bogens, der Sehne, der Bogenhöhe und den Inhalt des Segmentes. Ist der Winkel auch in Minuten gegeben, so kann man den genauen Werth durch Interpolation finden.

Z. B. Es wird die Bogenlänge von $arc\ 16^0\ 43'$ gesucht:

$$arc\ 17^0 = 0{,}2967 \qquad arc\ 16^0\ 43' = 0{,}2793$$
$$arc\ 16^0 = 0{,}2793 \qquad + 0{,}0125$$
$$\text{Differenz} = 0{,}0174 \times {}^{43}/_{60} = 0{,}0125 \qquad \text{Bogenlänge} = 0{,}2918.$$

Umgekehrt, zu der Bogenlänge 0,2918 den zugehörigen Winkel zu finden:

$$0{,}2918 \text{ liegt zwischen } 17^0 = 0{,}2967 \qquad 0{,}2918$$
$$\text{und } 16^0 = 0{,}2793 \qquad - 0{,}2793$$
$$\text{Differenz} = 0{,}0174 \qquad \text{Differenz } 0{,}0125$$

$$\text{Bogenlänge} = 0{,}2918 = arc\ 16^0 + \frac{0{,}0125}{0{,}0174} \cdot 60'.$$

Der zugehörige Winkel ist also = $16^0\ 43'$.

6. Tabelle der Winkelgeschwindigkeit für die Umdrehungszahl n; für die Fallhöhe bei der Geschwindigkeit n in Metern und für die Geschwindigkeit bei der Fallhöhe n in Metern.

Zahl n	Winkelgeschwindigkeit für die Umdrehungszahl n $\omega = \frac{\pi}{30} n$	Fallhöhe für die Geschwindigkeit n in m $\frac{n^2}{2g}$	Geschwindigkeit für die Fallhöhe n in m $\sqrt{2gn}$
1,00	0,10472	0,005097	4,4292
1,05	0,10996	0,005620	4,5386
1,10	0,11519	0,06168	4,6454
1,15	0,12043	0,06741	4,7498
1,20	0,12556	0,07340	4,8519
1,25	0,13090	0,07965	4,9520
1,30	0,13614	0,08615	5,0500
1,35	0,14137	0,09290	5,1462
1,40	0,14661	0,09991	5,2407
1,45	0,15184	0,1072	5,3334
1,50	0,15708	0,1147	5,4246
1,55	0,16232	0,1225	5,5143
1,60	0,16755	0,1305	5,6025
1,65	0,17279	0,1388	5,6894
1,70	0,17802	0,1473	5,7749
1,75	0,18326	0,1561	5,8593
1,80	0,18850	0,1652	5,9424
1,85	0,19373	0,1745	6,0243
1,90	0,19897	0,1840	6,1052
1,95	0,20420	0,1938	6,1850
2,00	0,20944	0,2039	6,2638
2,05	0,21468	0,2142	6,3416
2,10	0,21991	0,2248	6,4185
2,15	0,22515	0,2356	6,4944
2,20	0,23038	0,2467	6,5695
2,25	0,23562	0,2581	6,6438
2,30	0,24086	0,2697	6,7172
2,35	0,24609	0,2815	6,7898
2,40	0,25133	0,2936	6,8616
2,45	0,25656	0,3060	6,9328
2,50	0,26180	0,3186	7,0031
2,55	0,26704	0,3315	7,0728
2,60	0,27227	0,3446	7,1418
2,65	0,27751	0,3580	7,2102
2,70	0,28274	0,3716	7,2779
2,75	0,28798	0,3855	7,3450
2,80	0,29332	0,3996	7,4114
2,85	0,29845	0,4140	7,4773
2,90	0,30369	0,4287	7,5426
2,95	0,30892	0,4436	7,6073
3,00	0,31416	0,4588	7,6716
3,05	0,31940	0,4742	7,7352
3,10	0,32463	0,4899	7,7984
3,15	0,32987	0,5058	7,8610
3,20	0,33510	0,5220	7,9232
3,25	0,34034	0,5384	7,9848
3,30	0,34558	0,5551	8,0460
3,35	0,35081	0,5721	8,1067
3,40	0,35605	0,5893	8,1670
3,45	0,36128	0,6067	8,2268
3,50	0,36652	0,6244	8,2862
3,55	0,37176	0,6424	8,3452
3,60	0,37699	0,6606	8,4038
3,65	0,38223	0,6791	8,4619
3,70	0,38746	0,6978	8,5197
3,75	0,39270	0,7168	8,5771
3,80	0,39794	0,7361	8,6341
3,85	0,40317	0,7556	8,6907
3,90	0,40841	0,7753	8,7469
3,95	0,41364	0,7953	8,8028
4,00	0,41888	0,8156	8,8584

Zahl n	Winkelgeschwindigkeit für die Umdrehungszahl n $\omega = \frac{\pi}{30} n$	Fallhöhe für die Geschwindigkeit n in m $\frac{n^2}{2g}$	Geschwindigkeit für die Fallhöhe n in m $\sqrt{2gn}$
4,05	0,42412	0,8361	8,9135
4,10	0,42935	0,8569	8,9684
4,15	0,43459	0,8779	9,0229
4,20	0,43982	0,8992	9,0771
4,25	0,44506	0,9207	9,1310
4,30	0,45029	0,9425	9,1845
4,35	0,45553	0,9646	9,2378
4,40	0,46077	0,9869	9,2907
4,45	0,46600	1,0094	9,3434
4,50	0,47124	1,0322	9,3957
4,55	0,47647	1,0553	9,4478
4,60	0,48171	1,0786	9,4995
4,65	0,48695	1,1022	9,5510
4,70	0,49218	1,1260	9,6022
4,75	0,49742	1,1501	9,6532
4,80	0,50265	1,1745	9,7038
4,85	0,50789	1,1990	9,7543
4,90	0,51313	1,2239	9,8044
4,95	0,51836	1,2490	9,8543
5,00	0,52360	1,2744	9,9039
5,05	0,52883	1,3000	9,9533
5,10	0,53407	1,3259	10,002
5,15	0,53931	1,3520	10,051
5,20	0,54454	1,3784	10,100
5,25	0,54978	1,4050	10,149
5,30	0,55501	1,4319	10,197
5,35	0,56025	1,4590	10,245
5,40	0,56549	1,4864	10,292
5,45	0,57072	1,5141	10,340
5,50	0,57596	1,5420	10,387
5,55	0,58119	1,5701	10,434
5,60	0,58643	1,5986	10,481
5,65	0,59167	1,6272	10,528
5,70	0,59690	1,6562	10,575
5,75	0,60214	1,6854	10,621
5,80	0,60737	1,7148	10,667
5,85	0,61261	1,7445	10,713
5,90	0,61785	1,7744	10,758
5,95	0,62308	1,8046	10,804
6,00	0,62832	1,8351	10,849
6,05	0,63355	1,8658	10,894
6,10	0,63879	1,8968	10,939
6,15	0,64403	1,9280	10,984
6,20	0,64926	1,9595	11,029
6,25	0,65450	1,9912	11,073
6,30	0,65973	2,0232	11,117
6,35	0,66497	2,0554	11,161
6,40	0,67021	2,0879	11,205
6,45	0,67544	2,1207	11,249
6,50	0,68068	2,1537	11,292
6,55	0,68591	2,1869	11,336
6,60	0,69115	2,2205	11,379
6,65	0,69639	2,2542	11,422
6,70	0,70162	2,2883	11,465
6,75	0,70686	2,3225	11,507
6,80	0,71209	2,3571	11,550
6,85	0,71733	2,3919	11,592
6,90	0,72257	2,4269	11,634
6,95	0,72780	2,4622	11,677
7,00	0,73304	2,4978	11,719

Zahl n	Winkelgeschwindigkeit für die Umdrehungszahl n $\omega = \frac{2\pi}{60} n$	Fallhöhe für die Geschwindigkeit n in m $\frac{n^2}{2g}$	Geschwindigkeit für die Fallhöhe n in m $\sqrt{2gn}$
7,05	0,73827	2,5336	11,760
7,10	0,74351	2,5696	11,802
7,15	0,74875	2,6060	11,843
7,20	0,75398	2,6425	11,885
7,25	0,75922	2,6794	11,926
7,30	0,76445	2,7164	11,967
7,35	0,76969	2,7538	12,008
7,40	0,77493	2,7914	12,049
7,45	0,78016	2,8292	12,089
7,50	0,78540	2,8673	12,130
7,55	0,79063	2,9057	12,170
7,60	0,79587	2,9443	12,210
7,65	0,80111	2,9832	12,250
7,70	0,80634	3,0223	12,290
7,75	0,81158	3,0617	12,330
7,80	0,81681	3,1013	12,370
7,85	0,82205	3,1412	12,410
7,90	0,82729	3,1813	12,449
7,95	0,83252	3,2217	12,488
8,00	9,83776	3,2624	12,528
8,05	0,84299	3,3033	12,567
8,10	0,84823	3,3444	12,606
8,15	0,85347	3,3859	12,645
8,20	0,85870	3,4275	12,683
8,25	0,86394	3,4695	12,722
8,30	0,86917	3,5116	12,760
8,35	0,87441	3,5541	12,799
8,40	0,87965	3,5968	12,837
8,45	0,88488	3,6397	12,875
8,50	0,89012	3,6829	12,913
8,55	0,89535	3,7264	12,951
8,60	0,90059	3,7701	12,989
8,65	0,90583	3,8141	13,027
8,70	0,91106	3,8583	13,094
8,75	0,91630	3,9027	13,012
8,80	0,92153	3,9475	13,139
8,85	0,92677	3,9925	13,176
8,90	0,93201	4,0377	13,214
8,95	0,93724	4,0832	13,251
9,00	0,94248	4,1289	13,288
9,05	0,94771	4,1750	13,324
9,10	0,95295	4,2212	13,361
9,15	0,95819	4,2677	13,398
9,20	0,96342	4,3145	13,434
9,25	0,96866	4,3615	13,471
9,30	0,97389	4,4088	13,507
9,35	0,97913	4,4563	13,543
9,40	0,98437	4,5041	13,580
9,45	0,98960	4,5522	13,616
9,50	0,99484	4,6005	13,652
9,55	1,00007	4,6490	13,688
9,60	1,00531	4,6978	13,723
9,65	1,01055	4,7469	13,759
9,70	1,01578	4,7962	13,795
9,75	1,02102	4,8458	13,830
9,80	1,02625	4,8956	13,866
9,85	1,03149	4,9457	13,901
9,90	1,03673	4,9960	13,936
9,95	1,04196	5,0466	13,971
10,00	1,05577	5,0975	14,006

In ähnlicher Weise interpolirt man bei den Sehnen, Bogenhöhen und Segmentinhalten, wenn dieselben nicht direct aus der Tabelle zu ersehen sind. Berechnet ist die Tabelle nach den Formeln, Bogen $= \varphi$ Grad. Bogenlänge $\frac{\varphi}{180}\pi$.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Die Sehnenlänge } s = 2r \sin\frac{\varphi}{2} \\ \text{Die Bogen- oder Pfeilhöhe } h = r\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) \\ \text{Der Inhalt des Segmentes } F = \frac{r^2}{2}\left(\frac{\varphi}{180}\pi - \sin\varphi\right) \end{array}\right\} r = 1.$$

Ist r nicht gleich 1, so hat man s und h mit dem einfachen Werthe von $r \gtrless 1$, den Inhalt aber mit dem Quadrate der Zahl $r \gtrless 1$ zu multipliciren.

1) Die Fläche des **Kreisausschnittes** ist $F_1 = \frac{\varphi}{360}\pi r^2 = 0{,}00872665\,\varphi r^2$.

2) Wenn s die Sehne, h die Höhe eines Kreisbogens ist, so ist seine Länge $l = 2\,\frac{s^2 + 4h^2}{8h}\,arc\sin\frac{4\,.\,hs}{4h^2 + s^2}$, angenähert $\sqrt{s^2 + \frac{4}{3}h^2}$.

3) Der dem Halbmesser gleiche Bogen ist $57^0\ 17'\ 44{,}806'' = 57{,}2957795^0 = 3437{,}746771' = 206264{,}806''$.

4) $arc\ 1^0 = \frac{\pi}{180} = 0{,}017453293$.

7. Tabelle

der Bogenlängen, Sehnenlängen, Bogenhöhen und der Inhalte der Segmente für den Radius = 1.

Gr.	Bogenlänge	Sehne	Bogenhöhe	Inhalt des Segmentes	Gr.	Bogenlänge	Sehne	Bogenhöhe	Inhalt des Segmentes
1	0,0175	0,0175	0,00004	0,00000	31	0,5411	0,5345	0,03637	0,01301
2	0,0349	0,0349	0,00015	0,00000	32	0,5585	0,5512	0,03874	0,01429
3	0,0524	0,0524	0,00034	0,00001	33	0,5760	0,5680	0,04118	0,01566
4	0,0698	0,0698	0,00061	0,00003	34	0,5934	0,5847	0,04370	0,01711
5	0,0873	0,0872	0,00095	0,00006	35	0,6109	0,6014	0,04628	0,01864
6	0,1047	0,1047	0,00137	0,00010	36	0,6283	0,6180	0,04984	0,02027
7	0,1222	0,1221	0,00187	0,00015	37	0,6458	0,6346	0,05168	0,02198
8	0,1396	0,1395	0,00244	0,00023	38	0,6632	0,6511	0,05448	0,02378
9	0,1571	0,1569	0,00308	0,00032	39	0,6807	0,6676	0,05736	0,02568
10	0,1745	0,1743	0,00381	0,00044	40	0,6981	0,6840	0,06031	0,02767
11	0,1920	0,1917	0,00460	0,00059	41	0,7156	0,7004	0,06333	0,02976
12	0,2094	0,2091	0,00548	0,00076	42	0,7330	0,7167	0,06642	0,03195
13	0,2269	0,2264	0,00643	0,00097	43	0,7505	0,7330	0,06958	0,03425
14	0,2443	0,2437	0,00745	0,00121	44	0,7679	0,7492	0,07282	0,03664
15	0,2618	0,2611	0,00856	0,00149	45	0,7854	0,7654	0,07612	0,03915
16	0,2793	0,2783	0,00973	0,00181	46	0,8029	0,7815	0,07950	0,04176
17	0,2967	0,2956	0,01098	0,00217	47	0,8203	0,7975	0,08294	0,04448
18	0,3142	0,3129	0,01231	0,00257	48	0,8378	0,8135	0,08645	0,04731
19	0,3316	0,3301	0,01371	0,00302	49	0,8552	0,8294	0,09004	0,05025
20	0,3491	0,3473	0,01519	0,00352	50	0,8727	0,8452	0,09369	0,05331
21	0,3665	0,3645	0,01675	0,00408	51	0,8901	0 8610	0,0974	0,05649
22	0,3840	0,3816	0,01837	0,00468	52	0,9076	0,8767	0,1012	0,05978
23	0,4014	0,3987	0,02008	0,00535	53	0,9250	0,8924	0,1051	0,06319
24	0,4189	0,4158	0,02185	0,00607	54	0,9425	0,9080	0,1090	0,06673
25	0,4363	0,4329	0,02370	0,00686	55	0,9599	0,9235	0,1130	0,07039
26	0,4538	0,4499	0,02563	0,00771	56	0,9774	0,9389	0,1171	0,07417
27	0,4712	0,4669	0,02763	0,00862	57	0,9948	0,9543	0,1212	0,07808
28	0,4887	0,4838	0,02969	0,00961	58	1,0123	0,9696	0,1254	0,08212
29	0,5061	0,5008	0,03185	0,01067	59	1,0297	0,9848	0,1296	0,08629
30	0,5236	0,5176	0,03407	0,01180	60	1,0472	1,0000	0,1340	0,09059

Tabelle der Bogenlängen, Sehnenlängen etc.

Gr.	Bogenlänge	Sehne	Bogenhöhe	Inhalt des Segmentes	Gr.	Bogenlänge	Sehne	Bogenhöhe	Inhalt des Segmentes
61	1,0647	1,0151	0,1384	0,09502	121	2,1118	1,7407	0,5076	0,62734
62	1,0821	1,0301	0,1428	0,09958	122	2,1293	1,7492	0,5152	0,64063
63	1,0996	1,0450	0,1474	0,10428	123	2,1468	1,7576	0.5228	0,65404
64	1,1170	1,0598	0,1520	0,10911	124	2,1642	1,7659	0,5305	0,66759
65	1,1345	1,0746	0,1566	0,11408	125	2,1817	1,7740	0,5383	0,68125
66	1,1519	1,0893	0,1613	0,11919	126	2,1991	1,7820	0,5460	0,69505
67	1,1694	1,1039	0,1661	0,12443	127	2,2166	1,7899	0,5538	0,70897
68	1,1868	1,1184	0,1710	0,12982	128	2,2340	1,7976	0,5616	0,72301
69	1,2043	1,1328	0,1759	0,13535	129	2,2515	1,8052	0,5695	0,73716
70	1,2217	1,1472	0,1808	0,14102	130	2,2689	1,8126	0,5774	0,75144
71	1,2392	1,1614	0,1859	0,14683	131	2,2864	1,8199	0,5853	0,76584
72	1,2566	1,1755	0,1910	0,15279	132	2,3038	1,8271	0,5933	0,78034
73	1,2741	1,1896	0,1961	0,15889	133	2,3213	1,8341	0,6013	0,79497
74	1,2915	1,2036	0,2014	0,16514	134	2,3387	1,8410	0,6093	0,80970
75	1,3090	1,2175	0,2066	0,17154	135	2,3562	1,8478	0,6173	0,82454
76	1,3265	1,2313	0,2120	0,17808	136	2,3736	1,8544	0,6254	0,83949
77	1,3439	1,2450	0,2174	0,18477	137	2,3911	1,8608	0,6335	0,85455
78	1,3614	1,2586	0,2229	0,19160	138	2,4086	1,8672	0,6416	0,86971
79	1,3788	1,2722	0,2284	0,19859	139	2,4260	1,8733	0,6498	0,88497
80	1,3963	1,2856	0,2340	0,20573	140	2,4435	1,8794	0,6580	0,90034
81	1,4137	1,2989	0,2396	0,21301	141	2,4609	1,8853	0,6662	0,91580
82	1,4312	1,3121	0,2453	0,22045	142	2,4784	1,8910	0,6744	0,93135
83	1,4486	1,3252	0,2510	0,22804	143	2,4958	1,8966	0,6827	0,94700
84	1,4661	1,3383	0,2569	0,23578	144	2,5133	1,9021	0,6910	0,96274
85	1,4835	1.3512	0,2627	0,24367	145	2,5307	1,9074	0,6993	0,97858
86	1,5010	1,3640	0,2686	0,25171	146	2,5482	1,9126	0,7076	0,99449
87	1,5184	1,3767	0,2746	0,25990	147	2,5656	1,9176	0,7160	1,01050
88	1,5359	1,3893	0,2807	0,26825	148	2,5831	1,9225	0,7244	1,02658
89	1,5533	1,4018	0,2867	0,27675	149	2,6005	1,9273	0,7328	1,04275
90	1,5708	1,4142	0,2929	0,28540	150	2,6180	1,9319	0,7412	1,05900
91	1,5882	1,4265	0,2991	0,29420	151	2,6354	1,9363	0,7496	1,07532
92	1,6057	1,4387	0,3053	0,30316	152	2,6529	1,9406	0,7581	1,09171
93	1,6232	1,4507	0,3116	0,31226	153	2,6704	1,9447	0,7666	1,10818
94	1,6406	1,4627	0,3180	0,32152	154	2,6878	1,9487	0,7750	1,12472
95	1,6580	1,4746	0,3244	0,33093	155	2,7053	1,9526	0,7836	1,14132
96	1,6755	1,4863	0,3309	0,34050	156	2,7227	1,9563	0,7921	1,15799
97	1,6930	1,4979	0,3374	0,35021	157	2,7402	1,9598	0,8006	1,17472
98	1,7104	1,5094	0,3439	0,36008	158	2,7576	1,9632	0,8092	1,19151
99	1,7279	1,5208	0,3506	0,37009	159	2,7751	1,9665	0,8178	1,20835
100	1,7453	1,5321	0,3572	0,38026	160	2,7925	1,9696	0,8264	1,22525
101	1,7628	1,5432	0,3639	0,39058	161	2,8100	1,9726	0,8350	1,24221
102	1,7802	1,5543	0,3707	0,40104	162	2,8274	1,9754	0,8436	1,25921
103	1,7977	1,5652	0,3775	0,41166	163	2,8449	1,9780	0,8522	1,27626
104	1,8151	1,5760	0,3843	0,42242	164	2,8623	1,9805	0,8608	1,29335
105	1,8326	1,5867	0,3912	0,43334	165	2,8798	1,9829	0,8695	1,31049
106	1,8500	1,5972	0,3982	0,44439	166	2,8972	1,9851	0,8781	1,32766
107	1,8675	1,6077	0,4052	0,45560	167	2,9147	1,9871	0,8868	1,34487
108	1,8850	1,6180	0,4122	0,46695	168	2,9322	1,9890	0,8955	1,36212
109	1,9024	1,6282	0,4193	0,47844	169	2,9496	1,9908	0,9042	1,37940
110	1,9198	1,6383	0,4264	0,49008	170	2,9671	1,9924	0,9128	1,39671
111	1,9373	1,6483	0,4336	0,50187	171	2,9845	1,9938	0,9215	1,41404
112	1,9548	1,6581	0,4408	0,51379	172	3,0020	1,9951	0,9302	1,43140
113	1,9722	1,6678	0,4481	0,52586	173	3,0194	1,9963	0,9390	1,44878
114	1,9897	1,6773	0,4554	0,53807	174	3,0369	1,9973	0,9477	1,46617
115	2,0071	1,6868	0,4627	0,55041	175	3,0543	1,9981	0,9564	1,48359
116	2,0246	1,6961	0,4701	0,56289	176	3,0718	1,9988	0,9651	1,50101
117	2,0420	1,7053	0,4775	0,57551	177	3,0892	1,9993	0,9738	1,51845
118	2,0595	1,7143	0,4850	0,58827	178	3,1067	1,9997	0,9825	1.53589
119	2,0769	1,7233	0,4925	0,60116	179	3,1241	1,9999	0,9913	1,55334
120	2,0944	1,7321	0,5000	0,61418	180	3,1416	2,0000	1,0000	1,57080

Tabelle der natürlichen trigonometrischen Zahlen der Winkel des ersten Quadranten von 10 zu 10 Minuten.

Grad	Sinus 0'	10'	20'	30'	40'	50'	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454	89
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	85
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	78
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284	74
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	71
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40141	0,40408	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	65
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745	58
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	47
43	0,68200	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	46
44	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0,70298	0,70505	45
45	0,70711						44
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	Grad
	Cosinus						

Grad	Cosinus 0'	10'	20'	30'	10'	50'	
0	1,00000	1,00000	0,99998	0,99996	0,99993	0,99989	89
1	0,99985	0,99979	0,99973	0,99966	0,99958	0,99949	88
2	0,99939	0,99929	0,99917	0,99905	0,99892	0,99878	87
3	0,99863	0,99847	0,99831	0,99813	0,99795	0,99776	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99668	0,99644	85
5	0,99619	0,99594	0,99567	0,99540	0,99511	0,99482	84
6	0,99452	0,99421	0,99390	0,99357	0,99324	0,99290	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	82
8	0,99027	0,98986	0,98944	0,98902	0,98858	0,98814	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	80
10	0,98481	0,98430	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97630	0,97566	0,97502	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97100	76
14	0,97030	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	72
18	0,95106	0,95015	0,94924	0,94832	0,94740	0,94646	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91590	0,91472	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,90133	0,90007	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	60
30	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78980	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	49
41	0,75471	0,75280	0,75088	0,74896	0,74703	0,74509	48
42	0,74314	0,74120	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	46
44	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	45
45	0,70711						44
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	Grad
	Sinus						

Tabelle der natürlichen trigonometrischen Zahlen etc.

Grad	Tangens 0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	89
1	0,01746	0,02036	0,02328	0,02619	0,02910	0,03201	88
2	0,03492	0,03783	0,04075	0,04366	0,04658	0,04949	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	83
7	0.12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	74
16	0,28675	0,28990	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31530	0,31850	0,32171	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33460	0,33783	0,34108	71
19	0,34433	0,34758	0,35085	0,35412	0,35740	0,36068	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	66
24	0,44523	0,44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	63
27	0,50953	0,51319	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	59
31	0,60086	0,60483	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	58
32	0,62487	0,62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	54
36	0,72654	0,73100	0,73547	0,73996	0.74447	0,74900	53
37	0,75355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	52
38	0,78129	0,78598	0,79070	0,79544	0,80020	0,80498	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	48
42	0,90040	0,90569	0,91099	0,91633	0,92170	0,92709	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	46
44	0,96569	0,97133	0,97700	0,98270	0,98843	0,99420	45
45	1,00000						44
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	Grad
	Cotangens						

Grad	Cotangens 0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	89
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98868	2,96004	2,93189	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82906	1,81649	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	54
36	1,37638	1,36800	1,35968	1,35142	1,34323	1,33511	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	46
44	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	45
45	1,00000						44
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	Grad
	Tangens						

8. Tabelle der natürlichen trigonometrischen Zahlen der Winkel des ersten Quadranten von 10 zu 10 Minuten.

Die Einrichtung der Tabelle ist derart, dass man in Zwischenräumen von 10 zu 10 Minuten, in dem am Kopfe mit Sinus überschriebenem Theile, die Sinuszahlen von 0^0 bis 45^0, oben anfangend findet. Vom Fussende nach aufwärts gelesen sind dies die Cosinuszahlen von 45^0 bis 90^0. Der folgende Theil ist in derselben Weise eingerichtet, nur dass man jetzt vom Kopf abwärts lesend die Cosinuszahlen von 0^0 bis 45^0, vom Fussende aufwärts die Sinuszahlen von 45^0 bis 90^0 aufgeführt findet. Die Tafeln für Tangens und Cotangens sind in derselben Weise eingerichtet, indem Tangens an der Stelle des Sinus und Cotangens für Cosinus steht.

Man findet also: $tang\ 26^0\ 20' = 0{,}49495 = cotg\ 63^0\ 40'$
$cotg\ 16^0\ 10' = 3{,}44951 = tang\ 73^0\ 50'$.

Ist ein Winkel auch noch in Einern der Minute angegeben, z. B. $sin\ 33^0\ 45'$, so sucht man

$$sin\ 33^0\ 50' = 0{,}55678$$
$$sin\ 33^0\ 40' = 0{,}55436$$

Die Differenz $= 0{,}00242$ ist in 10 Theile zu theilen, von denen 5 gleich dem fehlenden Zuschlage von $5'$ sind.

$$\frac{0{,}00242\ .\ 5'}{10} = 0{,}00121$$

$$0{,}55436 + 0{,}00121 = 0{,}55557 = sin\ 33^0\ 45'.$$

In ähnlicher Weise ist zu verfahren, wenn zu $0{,}55557 = sin\ x$ der Winkel zu suchen ist.

Der Werth liegt zwischen 0,55678 und 0,55436; die Differenz ist: 0,00242

$$sin\ x = 0{,}55557$$
$$sin\ 33^0\ 40' = 0{,}55436$$
$$\text{Differenz}\ 0{,}00121 \qquad \frac{0{,}00121}{0{,}00242} \cdot 10' = 5'$$
$$0{,}55557 = sin\ 33^0\ 45'.$$

Zu beachten ist, dass man bei der Bestimmung der Cotangente und des Cosinus den Werth für die Einer der Minute zu subtrahiren hat, da bei diesen beiden Funktionen ein Wachsen des Winkels eine Abnahme des Zahlenwerthes zur Folge hat.

B. Arithmetik.

1. Die Grundoperationen.

a. Addition und Subtraction.

I. Man kann in jeder Summe die Summanden beliebig vertauschen z. B. $a + b = b + a$.

II. Man addirt algebraische Grössen von verschiedenen Vorzeichen, indem man ihre Zahlwerthe subtrahirt und dem Reste das Vorzeichen der grösseren giebt. Z. B. $(+ 5{,}3) + (- 2{,}1) = 3{,}2$; $(- 7{,}9) + (+ 3{,}2) = - 4{,}7$.

III. Eine Subtraction kann immer in eine Addition verwandelt werden, wenn man die Vorzeichen umkehrt und algebraisch addirt. Z. B. $(+ 20{,}3) - (+ 7{,}2) = (+ 20{,}3) + (- 7{,}2) = + 13{,}1$; $(- 12{,}6) - (- 6{,}2) = (- 12{,}6) + (+ 6{,}2) = - 6{,}4$.

b. Multiplication und Division.

In einem jeden Product kann man die Factoren beliebig vertauschen. Z. B. $a\,.\,b = b\,.\,a$.

Haben die Factoren gleiche Vorzeichen, so erhält man ein positives, sind sie ungleich, ein negatives Product. Z. B. $- a\,.\,- b = + ab$; $+ a\,.\,- b = - ab$.

Zwei Summen werden miteinander multiplicirt, indem man jeden Summanden des einen Factors mit jedem Summanden des anderen Factors multiplicirt. Z. B. $(a + b + c)\,(d + e) = ad + bd + cd + ea + eb + ec$.

Gleiche Vorzeichen des Dividend und Divisors geben einen positiven, ungleiche Vorzeichen einen negativen Quotienten. Z. B. $- a : - b = + \frac{a}{b}$; $+ a : - b = - \frac{a}{b}$.

Besteht der Dividend aus einzelnen Summanden, so ist der Quotient gleich der Summe der Quotienten der einzelnen Summanden. Z. B. $\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$.

c. Die Theilbarkeit der Zahlen.

1. Eine Zahl ist durch **2** theilbar, wenn die letzte Ziffer **0**, **2** oder ein Vielfaches von 2 ist. Z. B. 27**0**, 56**4**.

2. Eine Zahl ist durch **4** theilbar, wenn die Zahl aus den beiden letzten Ziffern durch 4 theilbar oder wenn 2 Nullen am Ende stehen. Z. B. 125**36**, 75**00**.

3. Eine Zahl ist durch **8** theilbar, wenn die Zahl aus den 3 letzten Ziffern durch 8 theilbar ist, oder wenn 3 Nullen am Ende stehen. Z. B. 45**128**, 21**000**.

4. Eine Zahl ist durch **3** theilbar, wenn die Quersumme durch 3 theilbar ist. Z. B. 3567, da $3+5+6+7=21$ durch 3 theilbar ist.

5. Eine Zahl ist durch **9** theilbar, wenn die Quersumme durch 9 theilbar ist. Z. B. 7353; da $7+3+5+3=18$ durch 9 theilbar ist.

6. Eine Zahl ist durch **5** theilbar, wenn die letzte Ziffer 0 oder 5 ist. 56**0**, 32**5**.

7. Eine Zahl ist durch **11** theilbar, wenn die Differenz der Summen der Ziffern auf den geraden und den ungeraden Stellen 11 oder ein Vielfaches von 11 ist. Z. B. 75416, da

$$7+4+6=17$$
$$5+1=6$$
$$\text{Differenz} = 11$$

8. Eine Zahl ist durch **25** theilbar, wenn die Zahl aus den letzten beiden Ziffern durch 25 theilbar ist. 134**75**.

d. Brüche.

Ein Bruch bleibt unverändert, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt oder durch dieselbe Zahl dividirt. Z. B. $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$.

Brüche können addirt werden, wenn sie gleiche Nenner haben, alsdann sind die Zähler zu addiren, die Summe bekommt den gemeinschaftlichen Nenner. Z. B. $\frac{5}{7} + \frac{6}{7} = \frac{11}{7}$.

Brüche werden multiplicirt, indem man Zähler mit Zähler, Nenner mit Nenner multiplicirt. Z. B. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

Brüche werden dividirt, indem man den Divisor umkehrt und multiplicirt. Z. B. $\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{ad}{cb}$.

e. Grenzwerthe.

Null dividirt durch eine endliche Zahl giebt Null. Z. B. $\frac{0}{a} = 0$. Eine endliche Zahl dividirt durch Null giebt Unendlich. Z. B. $\frac{a}{0} = \infty$.

Die Quotienten $\frac{0}{0}$ und $\frac{\infty}{\infty}$ sind unbestimmt.

f. Kettenbrüche.

Um einen gewöhnlichen ächten Bruch in einen Kettenbruch zu verwandeln, dividirt man den Zähler in den Nenner, den Rest in den vorhergehenden Divisor und setzt dies Verfahren fort bis die Division aufgeht. Z. B.:

$$\frac{551}{3373} = 551|3373| = 6$$

```
551|3373| = 6
    3306
      67|551| = 8
         536
          15|67| = 4
             60
              7|15| = 2
                14
                 1|7| = 7
                   7
```

$$\frac{551}{3373} = \cfrac{1}{6+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{7}}}}}$$

Soll ein **Kettenbruch** in einen **gewöhnlichen Bruch** verwandelt werden, so verfährt man wie folgt:

$$K = \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{7}}}}}$$

$$2 + \frac{1}{7} + \frac{15}{7},\quad \frac{1}{\frac{15}{7}} = \frac{7}{15};\quad 4 + \frac{7}{15} = \frac{67}{15},\quad \frac{1}{\frac{67}{15}} = \frac{15}{67};$$

$$8 + \frac{15}{67} + \frac{551}{67},\quad \frac{1}{\frac{551}{67}} + \frac{67}{551};\quad 6 + \frac{67}{551} + \frac{3373}{551},\quad \frac{1}{\frac{3373}{551}} = K = \frac{551}{3373}$$

Ein **Näherungsbruch** ist der Theil eines Kettenbruches vom **Anfang bis an eine beliebige Stelle**; so ist z. B. in dem behandelten Beispiele $W_1 = \frac{1}{6}$; $W_2 = \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{8}}$; $W_3 = \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{4}}}$.

In einen gemeinen Bruch verwandelt man den Nährungsbruch nach der eben gegebenen Regel.

g. Potenzen und Wurzeln.

Potenzen derselben Basis werden multiplicirt oder dividirt, indem man ihre **Exponenten** addirt oder subtrahirt z. B. $a^m . a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $\frac{3{,}2^2 . 3{,}2^3}{3{,}2^4} = \frac{3{,}2^{3+2}}{3{,}2^4} = 3{,}2^{5-4} = 3{,}2$.

Potenzen desselben Exponenten werden multiplicirt oder dividirt, indem man die **Grundzahlen** multiplicirt oder dividirt und den Exponenten beibehält. Z. B.:

$$\frac{a^n . b^n}{c^n} = \left(\frac{a\,b}{c}\right)^n;\quad \frac{4^2 . 6^2}{3^2} = \left(\frac{4 . 6}{3}\right)^2 = 8^2.$$

Um eine **Potenz zu potenziren**, multiplicire man die Exponenten; um aus einer **Potenz die Wurzel** zu ziehen, dividire man die Exponenten. Z. B.:

$$(a^m)^p = a^{mp};\quad \sqrt[p]{a^m} = a^{\frac{m}{p}}\quad (4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6;\quad \sqrt[3]{4^2} = 4^{2/3}.$$

Besondere Werthe und Potenzen.

$a^0 = 1$. Jede Zahl auf die Potenz 0 erhoben ist Eins.

$1^a = 1$. Eins auf eine beliebige Potenz erhoben ist Eins.

$a^{-b} = \frac{1}{a^b} = \left(\frac{1}{a}\right)^b$. Eine **Potenz** mit **negativem** Exponenten ist gleich dem **reciproken Werthe** der Basis mit **demselben** Exponenten und **positivem** Vorzeichen.

$\frac{1}{a^{-b}} = a^b$; $(a+b)\,(a-b) = a^2 - b^2$. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$.

$$(a^3 - b^3) = (a^2 + ab + b^2)\,(a - b).$$

Bei **Wurzeln aus derselben Zahl** sind die Exponenten zu multipliciren. Z. B.:

$$\sqrt[a]{\sqrt[b]{n}} = \sqrt[ab]{n};\quad \sqrt[6]{729} = \sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[3]{27} = 3.$$

Ein **Product** oder ein **Quotient** von gleichhohen Wurzeln ist gleich der Wurzel aus den **einzelnen** Factoren

$$\sqrt[r]{abc} = \sqrt[r]{a}.\sqrt[r]{b}.\sqrt[r]{c}.\quad \sqrt[r]{a} : \sqrt[r]{b} = \sqrt[r]{\frac{a}{b}}\qquad \sqrt{\frac{4 . 9 . 16}{36}} = \sqrt{4}.\sqrt{9}.\sqrt{16}.\frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{2 . 3 . 4}{6} = 4.$$

Die **gerade Wurzel** aus einer positiven Zahl ist **positiv** und **negativ**, aus einer **negativen** Zahl aber **imaginär**.

Jede **negative** Wurzel kann man schreiben $i\sqrt{a} = \sqrt{-a}$, wenn i die $\sqrt{-1}$ bedeutet.

Quadriren und Ausziehen der Quadratwurzel.

Einen **Ausdruck** $(a+b+c)^2$ kann man **Quadriren**, indem man denselben in 2 **Theile** $(a+b)$ und c **zerlegt und jeden Theil nach der Formel** $(a+b)^2$ **behandelt**.

$$\{(a+b)+c\}^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)\,c + c^2 \quad = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2.$$

In ähnlicher Weise kann man eine 4 **theilige Summe** quadriren, indem dann c auch aus mehreren Gliedern besteht.

Soll man die **Quadratwurzel** aus einer Zahl (Decimalzahl) ziehen, so theilt man sie vom Komma ab rechts und links in Klassen von je 2 Ziffern. Man subtrahirt sodann von der höchsten Klasse das nächst kleinere Quadrat der ersten 9 Zahlen und trägt diese Zahl selbst als erste Ziffer in die Wurzel.

An den Rest hängt man die zweite Klasse und bestimmt durch Probiren die zweite Wurzelziffer. Man bilde zu dem Ende das Doppelte der ersten Wurzelziffer und dividire mit dieser Zahl in jenen Rest ohne dessen letzte Stelle. An das Doppelte der ersten hänge man die zweite, multiplicire die so entstandene Zahl mit der angehängten Ziffer und subtrahire das Product von dem vorigen Reste. Zu dem neuen Reste zieht man die dritte Klasse herunter und fährt so fort.

Das Resultat erhält so viele Stellen nach dem Komma, als die Wurzel Klassen hatte. Z. B.:

$\sqrt{3|20,98|30|56} = 17,916$

$a^2 = 1$
22
$2ab = 14$
80
$b^2 = 49$
319
$2a_1 b_1 = 306$
138
$b_1^2 = 81$
573
$2a_2 b_2 = 358$
2150
$b_2^2 = 1$
21495
$2a_3 b_3 = 21492$
$b_3^2 = 36$
36

$a = 1;\ 2a = 2$
$b = 7$
$a_1 = 17;\ 2a_1 = 34$
$b_1 = 9$
$a_2 = 179;\ 2a_2 = 338$
$b_2 = 1$
$a_3 = 1791;\ 2a_3 = 3582$
$b_3 = 6.$

Cubiren und Ausziehen der Cubikwurzel.

Auch das Cubiren und Cubikwurzelausziehen erfolgt mit Hülfe der Formel

$$(a + b + c)^3 = \{(a + b) + c\}^3 = (a + b)^3 + 3(a + b)^2 c + 3(a + b) c^2 + c^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + c^3.$$

Will man aus einer Zahl (Decimalzahl) die Cubikwurzel ziehen, so theilt man dieselbe vom Komma ab in Klassen von 3 Ziffern nach rechts und links. Danach subtrahirt man von der höchsten Klasse den nächst kleineren Cubus einer der 9 ersten Zahlen und trägt diese Zahl selbst als erste Stelle in die Cubikwurzel. Jetzt zieht man die zweite Klasse herunter und bestimmt die zweite Wurzelziffer durch Probiren. Man multiplicirt also das Quadrat der ersten Wurzelziffer mit drei; alsdann wird der Quotient aus dem nun 2 Stellen verkürzten Reste und der soeben gebildeten Zahl die zweite Stelle der Wurzel sein. Man bilde nun in der beim Cubiren gezeigten Weise aus den beiden ersten Ziffern den vollständigen zweiten Posten, subtrahire ihn vom letzten Reste und ziehe darauf die dritte Klasse des Radicanden herunter; in dieser Weise verfahre man bis zu Ende. Das Resultat erhält so viel Stellen nach dem Komma, als die Wurzeln Klassen enthielt.

Z. B.: $\sqrt[3]{95,569|357|428} = 4,572$

$a^3 = 64$
$315 : 3a^2 = 5 = b$
$3a^2b = 240$
756
$3ab^2 = 300$
4569
$b^3 = 125$
$44443 : 3a_1^2 = 7 = b_1$
$3a_1^2 b_1 = 42525$
19185
$3a_1 b_1^2 = 6615$
125707
$b_1^3 = 343$
$1253642 : 3a_2^2 = 2 = b_2$
$3a_2^2 b_2 = 1253094$
5384
$3a_2 b_2^2 = 5384$
8
$b_2^3 = 8.$

$a = 4$
$a_1 = 45$
$a_2 = 457$
$a^2 = 16$
$a_1^2 = 2025$
$a_2^2 = 208849$
$3a^2 = 48$
$3a_1^2 = 6075$
$3a_2^2 = 626547.$

Logarithmen.

Ist $b^c = n$, so ist $c = log^b n$, d. h. Logarithmiren heisst, zu einer gegebenen Basis und einer gegebenen Potenz (Logarithmus) den Exponenten (Numerus) zu suchen. Für jede Basis (e, 10 etc.) ist:

der Logarithmus eines Productes gleich der Summe der Logarithmen der einzelnen Factoren. Z. B.

$log\,(ab) = log\ a + log\ b \qquad log\,(40 \times 35) = log\ 40 + log\ 35$

der Logarithmus eines Quotienten gleich der Differenz der Logarithmen des Dividend und Divisors. Z. B. $log\left(\frac{a}{b}\right) = log\ a - log\ b$

$$log\left(\frac{0{,}7}{0{,}32}\right) = log\ 0{,}7 - log\ 0{,}32$$

der Logarithmus einer Potenz gleich dem Product aus dem Exponenten und dem Logarithmus der Basis Z. B. $log\,(a^b) = b\ log\,a;\ \ log\,(7^3) = 3\ log\,7$

der Logarithmus einer Wurzel gleich dem Quotienten aus dem Exponenten und dem Logarithmus der Basis. Z. B. $log\sqrt[b]{a} = \frac{1}{b}\ log\ a \qquad log\sqrt[3]{7} = {}^1/_3\ log\,7.$

2. Die Gleichungen.

a. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten.

Allgemeine Grundregeln. 1. Man darf ein Glied einer Gleichung von einer Seite auf die andere setzen, wenn man dabei das Vorzeichen wechselt. 2. Man darf einen Factor eines Gliedes fortlassen, wenn man auch alle übrigen Glieder durch diesen Factor dividirt. 3. Man darf den Nenner eines Gliedes fortlassen, wenn man auch alle übrigen Glieder mit demselben multiplicirt; um mehrere Nenner gleichzeitig fortzulassen, multiplicire man jedes Glied mit dem kleinsten Vielfachen dieser Nenner. 4. Man darf beide Seiten einer Gleichung auf dieselbe Potenz erheben, und man kann aus beiden Seiten dieselbe Wurzel ziehen.

Um aus einer Gleichung die Unbekannte zu berechnen, löst man alle Klammern auf und schafft alle Nenner fort, in welchen dieselbe vorkommt; alsdann schafft man die Glieder mit der Unbekannten auf die eine, diejenigen ohne die Unbekannte auf die andere Seite und vereinigt, was zu vereinigen ist. Es entsteht dann eine Gleichung von der Form

$$px = n; \text{ dann ist } x = \frac{n}{p}.$$

Um eine Gleichung aufzulösen, welche die Unbekannte im Exponenten enthält (Exponential-Gleichung), hat man beide Seiten der Gleichung zu logarithmiren. Z. B.:

$$a^{2x-b} = c$$
$$(2x - b) \log a = \log c$$
$$x = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\log c}{\log a} + b\right)$$

oder

$$\sqrt[2xb]{a} = c$$
$$\frac{1}{2bx} \log a = \log c$$
$$x = \frac{1}{2b} \frac{\log a}{\log c}.$$

b. Proportionen.

Eine **arithmetische Proportion** heisst die Gleichung zwischen dem Unterschiede zweier Zahlen. Z. B. $a - b = c - d$.

Eine Gleichung zwischen zwei Quotienten nennt man eine **geometrische Proportion** (kurz: Proportion). Z. B.: $a : b = c : d$.

Lautet eine Proportion wie $a : x = x : b$, so wird diese eine **stetige Proportion** genannt.

a) Bei einer jeden Proportion ist das Product der äusseren Glieder gleich dem Product der inneren. Z. B.:

$$a : b = c : d \qquad a : x = x : b$$
$$ad = bc \qquad x^2 = ab.$$

b) Die Summe oder Differenz der Glieder des einen Verhältnisses verhält sich zum ersten oder auch zum zweiten Gliede wie die Summe oder Differenz des anderen Verhältnisses zum dritten oder zum vierten Gliede. Z. B.:

$$a : b = c : d; \quad a \pm b : a = c \pm d : c; \quad a \pm b : b = c \pm d : d.$$

c. Die Summe der Glieder des einen Verhältnisses verhält sich zu ihrer Differenz wie die Summe der Glieder des anderen Verhältnisses zu deren Differenz. Z. B.:

$$a : b = c : d; \quad (a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d).$$

c. Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten.

Zur gleichzeitigen Bestimmung zweier Grössen sind zwei von einander unabhängige Gleichungen hinreichend und erforderlich. Um die Unbekannte zu berechnen, leitet man aus den beiden Gleichungen eine neue ab, welche nur eine Unbekannte enthält; man kann dieselbe dann auf die bekannte Weise finden (s. unter a).

Das Fortschaffen (Eliminiren) der einen Grösse erfolgt:

a) durch das Substitutionsverfahren; man berechnet eine Unbekannte aus einer Gleichung und setzt diesen Werth für dieselbe Unbekannte in die andere Gleichung ein. Z. B.:

1. $x + y = a$
2. $x - y = b$.

(aus 1) $x = a - y$ in 2 eingesetzt.

$$a - y - y = b; \quad 2y = a - b; \quad x = a - \frac{a-b}{2}$$
$$y = \frac{a-b}{2}; \quad x = \frac{a+b}{2}$$

b) durch das **Combinationsverfahren**, in dem man aus beiden Gleichungen dieselbe Unbekannte berechnet und die gefundenen Werthe gleichsetzt:

$$1.\ x + y = a;\quad x = a - y$$
$$2.\ x - y = b;\quad x = b + y\qquad a - y = b + y$$
$$y = \frac{a-b}{2}.$$
$$x = \frac{a+b}{2}$$

c) durch das **Additions- und Subtractionsverfahren**; man multiplicirt eine oder beide Gleichungen mit einer solchen Zahl, dass die zu eliminirende Unbekannte entgegengesetzte Coëfficienten erhält, so wird beim Addiren der Gleichungen diese Unbekannte herausfallen. Z. B.:

$$1)\ 5x - 7 - \frac{10x^2 + 6xy - 7}{2x+1} + 3y + 1 = 0;\ (5x-7)(2x+1) - (10x^2 + 6xy - 7) + (3y+1)(2x+1) = 0$$

$$2)\ \frac{4y+3x}{4y-3x} = \frac{11}{5};\ 5(4y+3x) = 11(4y-3x);\ \text{aufgelöst giebt:}$$

$$7x - 3y = 1 \text{ multiplicirt mit } 2: 14x - 6y = 2$$
$$-2x + y = 0\quad \text{„}\quad \text{„}\quad 7: -14x + 7y = 0 \quad \text{addirt}$$
$$y = 2$$
$$-2x + 2 = 0;\ x = 1$$

Sind mehr als 2 Unbekannte vorhanden, so stellt man aus den n Gleichungen $n-1$ derselben mit $n-1$ Unbekannten her, und fährt mit diesen so fort, bis man zwei Gleichungen mit 2 Unbekannten erhält, die man auf die angeführte Weise löst.

d. Quadratische Gleichungen.

Eine jede quadratische Gleichung ist, bevor man beginnt sie aufzulösen, auf die Form zu bringen: $x^2 \pm ax \pm b = 0$; dann ist $x = \mp \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} \mp b} = \frac{\mp a \pm \sqrt{a^2 \mp 4b}}{2}$

Z. B. $2x^2 - 4x + 3/2 = 0\quad x^2 - 2x + 3/4 = 0\quad x = +1 \pm \sqrt{1 - 3/4} = +1 \pm 1/2\quad x = 3/2$ und $1/2$.

In jeder quadratischen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$ ist der Coëfficient von x gleich dem Entgegengesetzten der Summe der Wurzeln, das von x unabhängige Glied gleich dem Producte der Wurzeln.

Z. B. sind die Wurzeln der Gleichung $x^2 - 5x + 6 = 0: +3$ und $+2$, denn $+2 + 3 = +5$ und $+2 \cdot +3 = +6$.

e. Cubische Gleichungen.

Aus der viergliedrigen cubischen Gleichung $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ wird durch Substitution von $x = y + m$, wenn $m = -\frac{a}{3}$, eine dreigliedrige von der Form $y^3 + py + q = 0$. Nach Cardanis Formel ist dann:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Jede Cubische Gleichung (mit reellen Coëfficienten) hat mindestens eine reelle Wurzel, wenn 1) p positiv; 2) p negativ und $\left(\frac{p}{3}\right)^3 < \left(\frac{q}{2}\right)^2$; 3) p negativ und $\left(\frac{p}{3}\right)^3 = \left(\frac{q}{2}\right)^2$ ist. Diese Wurzel wird in den ersten beiden Fällen mit Hilfe von Cardanis Formel gefunden, während der letzte Fall die 3 reellen Wurzeln $s_1 = 2\sqrt[3]{\frac{q}{2}}$; $s_2 = \sqrt[3]{\frac{q}{2}}$; $s_3 = \sqrt[3]{\frac{q}{2}}$ hat. Hat die Gleichung reelle Wurzeln und liegt keine der unter 1. 2. und 3. erwähnten Annahmen vor, sondern ist $\left(\frac{p}{3}\right)^3 > \left(\frac{q^2}{2}\right)$ und p negativ, so ist: $y = z \sin\varphi$; $y_2 = z \sin(60 - \varphi)$; $y_3 = -z \sin(60 + \varphi)$, worin $z = \sqrt{-\frac{4}{3}p}$, $\sin 3\varphi = \frac{q}{2}\left(-\frac{3}{p}\right)^{3/2}$.

Ist w eine gefundene Wurzel der Gleichung $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, so ist dieselbe durch $(x \pm w)$ theilbar; durch Ausführung der Division erhält man eine quadratische Gleichung, die auf bekannte Weise zu lösen ist.

Z. B. in der Gleichung $x^3-3x^2+x-3=0$ setzt man $x=(y+1)$; $(m=-(-3/3)=+1$
dann wird
$$\begin{array}{rl} x^3 = & y^3+3y^2+3y+1 \\ -3x^2 = & -3y^2-6y-3 \\ +x = & +y+1 \\ -3 & -3 \\ \hline & y^3-2y-4=0 \end{array}$$

$$y_1=\sqrt[3]{-\left(-\frac{4}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^3}}+\sqrt[3]{-\left(-\frac{4}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^3}}$$

$$y_1=\sqrt[3]{2+\sqrt{4-\frac{8}{27}}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{4-\frac{8}{27}}}=1{,}9879=2.$$

$$x_1=y_1+1=3.$$

Dividirt man $x^3-3x^2+x-3=0$ durch $x-3$, so erhält man $x^2+1=0$ $x=\sqrt{-1}=i$.

Nach der zweiten Formel wäre zu lösen $x^3-6x+4=0$, da

$$p=-6, \left(\frac{6}{3}\right)^3>\left(\frac{4}{2}\right)^2$$
$$q=4, \qquad 2^3>2^2.$$

$$z=\sqrt{-\frac{4}{3}(-6)}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}=2{,}828$$

$\sin 3\varphi=\frac{4}{2}\left(-\frac{3}{(-6)}\right)^{3/2}=\frac{4}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2}$, $\sin 3\varphi=\frac{1}{2}\sqrt{2}$ woraus sich 3φ zu 45^0 ergiebt.

$\varphi=15^0$; $\sin\varphi=0{,}2588$; Demnach: $y=2{,}828 \,.\, 0{,}2588=+0{,}732$
$60-\varphi=45^0$; $\sin(60-\varphi)=0{,}7071$; $y_1=2{,}828 \,.\, 0{,}7071=+2$
$60+\varphi=75^0$; $\sin(60+\varphi)=0{,}9659$; $y_2=-2{,}828 \,.\, 0{,}9659=-2{,}732$.

3. Von den Reihen.

a. Arithmetische Progression; allgemeine Form derselben: $a, a+d, a+2d, a+3d \ldots . u$.
Das letzte Glied $u=a+(n-1)d$.

Die Summe der n ersten Glieder:

1) $S=\frac{a+u}{2}$; 2) $S=\left(a+\frac{(n-1)d}{2}\right)$; 3) $S=\left(u-\frac{(n-1)d}{2}\right)n$; 4) $S=\frac{a+u}{2}\left(\frac{u-a}{d}+1\right)$.

Z. B. die Anzahl der durch 7 theilbaren Zahlen von 0 bis 100 ist

$u=a+(n-1)d$; $u=98$ als letzte Zahl, welche durch 7 theilbar ist
$a=0$
$d=7$
$n=?$

$98=0+(n-1)7$

$n=\frac{105}{7}=15$. Die Summe dieser Zahlen ist:

$$S=a+\frac{(n-1)d}{2}n=0+\frac{(15-1)}{2}7 \,.\, 15=7 \,.\, 7 \,.\, 15=735.$$

b. Geometrische Progression; die allgemeine Form ist: $a, ax, ax^2 \ldots . u$.
Das letzte Glied $u=ax^{n-1}$.

Die Summe 1) $S=a\left(\frac{x^n-1}{x-1}\right)$; 2) $S=\frac{xu-a}{x-1}$; 3) $S=\frac{u(x^n-1)}{(x-1)x^{n-1}}$.

Ist $n=\infty$; x ein ächter Bruch, so ist 4) $S=\frac{a}{1-x}$.

Z. B. Das neunte Glied der geometrischen Reihe: $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$ ist:

$u=ax^{n-1}$
$a=1$
$x=\frac{1}{2}$, $u=1 \,.\, \left(\frac{1}{2}\right)^{(9-1)}=\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{1}{256}$.
$n=9$.

Die Summe der 9 ersten Glieder ist $S = 1\,\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^9 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \dfrac{-\frac{511}{512}}{-\frac{1}{2}} = \dfrac{511}{256} = 1\tfrac{255}{256}.$

Die Summe der unendlichen Reihe ist:

$$n = \infty$$

$$S = \frac{a}{1 - x} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

Die Summe des periodischen Decimalbruches 0,232323 ... ist:

$$S = 0{,}23 \,.\, 1 + 0{,}23 \,.\, \frac{1}{100} + 0{,}23 \,.\, \frac{1}{100^2} + \ldots \qquad a = 0{,}23 \qquad S = \frac{0{,}23}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{23}{99}.$$

$$x = \frac{1}{100}$$

Der Decimalbruch 0,12343434 .... ist gleich

$$= 0{,}12 + 0{,}0034 + 0{,}0034\,\frac{1}{100} + 0{,}0034\,\frac{1}{100^2} + \ldots.$$

$$= \frac{12}{100} + \frac{0{,}0034}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{12}{100} + \frac{0{,}34}{99} = \frac{12}{100} + \frac{34}{9900} = \frac{1188 + 34}{9900} = \frac{1188}{9900}.$$

c. Anwendungen: 1. Zins, Zinseszins- und Renten-Rechnung.

Die Zinsen des Kapitals K zu P% in n Jahren sind:

$$z = \frac{KnP}{100}; \text{ das spätere Kapital } C \text{ ist dann: } C = \left(K + \frac{KnP}{100}\right) = K + z.$$

Z. B. 1000 M bringen in 10 Jahren zu 5%: $z = \dfrac{1000 \,.\, 10 \,.\, 5}{100} = 500$ M. Zinsen; der Werth des Kapitals ist also $1000 + 500 = 1500$ M.

Das Kapital K zu P% ist mit Zinses-Zinsen nach n Jahren:

$$C = Kp^n, \text{ wenn } p = \frac{P + 100}{100}.$$

Z. B. 4000 M zu 5% in 10 Jahren zu Zinses-Zins ausgeliehen:

$$p = \frac{100 + 5}{100} = 1{,}05 \qquad C = 4000 \,.\, 1{,}05^{10};\ \log 4000 = 3{,}60206$$

$$+ 10 \log 1{,}05 = 0{,}20190$$

$$3{,}80396,\ num \log = 6515{,}7 \text{ M.}$$

Wird jährlich eine Summe A hinzugefügt oder fortgenommen, so ist:

$$C = Kp^n \pm \frac{A(p^n - 1)}{(p - 1)}.$$

Z. B. Würde man von obigen 4000 M. jährlich 200 M. fortnehmen, so wäre C nach 10 Jahren

$$p = \frac{100 + 5}{100}; \quad C = 4000 \,.\, 1{,}05^{10} - 200\,\frac{(1{,}05^{10} - 1)}{1{,}05 - 1};\ 1{,}05^{10} = 10 \log 1{,}05 = 0{,}20190,\ num \log = 1{,}6289$$

$$= 6515{,}7 - 200\left(\frac{1{,}6289 - 1}{0{,}05}\right) = \frac{200 \,.\, 0{,}6289}{0{,}05} = 4000 \,.\, 0{,}6289 = 6515{,}7 - 2515{,}6 = 4000{,}1 \text{ M.}$$

Der baare Werth K einer Jahresrente R zu P%, welche während n Jahren zu geniessen ist:

$$K = \frac{R(p^n - 1)}{p^n(p - 1)}$$

So ist eine Rente von jährlich 1000 M 30 Jahre hindurch zu geniessen zu 5% gerechnet gleich K:

$$p = \frac{100 + 5}{100} = 1{,}05;\ K = 1000 \,.\, \frac{1{,}05^{30} - 1}{1{,}05^{30}(1{,}05 - 1)};\ 1{,}05^{30} = 4{,}322;\ K = 1000 \,.\, \frac{3{,}322}{4{,}322 \,.\, 0{,}05} = 15372{,}08 \text{ M.}$$

Mit Hülfe dieser Formeln kann man ebensowohl auch die Grössen n als den Procentsatz P berechnen, indem man die Gleichung nach der unbekannten Grösse auflöst.

2. Die Binomische Reihe.

1. $(a + b)^n = a^n + \dfrac{n}{1}\,a^{n-1}\,b + \dfrac{n(n-1)}{1 \,.\, 2}\,a^{n-2}\,b^2 + \dfrac{n(n-1)(n-2)}{1 \,.\, 2 \,.\, 3}\,a^{n-3}\,b^3 + \ldots.$

Z. B. 1. $(a \pm b)^6 = a^6 \pm \frac{6}{1} a^5 b + \frac{6.5}{1.2} a^4 b^2 \pm \frac{6.5.4}{1.2.3} a^3 b^3 + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4} a^2 b^4 \pm \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5} a b^5$
$+ \frac{6.5.4.3.2.1}{1.2.3.4.5.6} b^6 = a^6 \pm 6a^5 b + 15 a^4 b^2 \pm 20 a^3 b^3 + 15 a^2 b^4 \pm 6ab^5 + b^6.$

2. $(1 + x)^n = 1 + \frac{n}{1} x + \frac{n(n-1)}{1.2} x^2 + \frac{n.(n-1)(n-2)}{1.2.3} x^3 + \ldots.$

3. $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1 + \frac{x}{x} \frac{1}{1} + \frac{x(x-1)}{x^2} \frac{1}{1.2} + \frac{x.(x-1)(x-2)}{x^3} \frac{1}{1.2.3} + \ldots.$
$= 1 + 1 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) \frac{1}{1.2} + \left(1 - \frac{1}{x}\left(1 - \frac{2}{x}\right)\right) \frac{1}{1.2.3} + \ldots\ldots$ lässt man $x = \infty$ werden, so werden $\frac{1}{x}, \frac{2}{x} \ldots. = 0$, so ist
$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x_{(x=\infty)} = 1 + 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \ldots. = 2{,}7182818 = e$ (Basis des natürlichen Logarithmen-Systems).

3. Newtons Interpollations-Formel.

Bezeichnet y die unbekannte, für einen gegebenen Werth von x zu bestimmende Grösse und ist y_1 der nächst kleinere, y_2 der nächst grössere Werth von y; x_1 der nächst kleinere, x_2 der nächst grössere Werth von x, so ist:

$$y = y_1 + (y_2 - y_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

Ist mit Hülfe der auf Seite 1 etc. gegebenen Tabelle der Quadrate, Cuben u. s. w. der Werth einer Zahl zu bestimmen, die nicht ganz in der Tabelle enthalten ist, so bedient man sich obenstehender Formel wie folgt:

Z. B. $7{,}3215^2$; es ist dann:

$x = 7{,}3215$; $y = 7{,}3215^2$;
$x_1 = 7{,}32$; $y_1 = 7{,}32^2 = 53{,}5824$ (aus der Tabelle);
$x_2 = 7{,}33$; $y_2 = 7{,}33^2 = 53{,}7289$ „ „ „

$$y = 53{,}5824 + (53{,}7289 - 53{,}5824) \frac{7{,}3215 - 7{,}32}{7{,}33 - 7{,}32}$$
$$= 53{,}5824 + \left(0{,}1465 \frac{0{,}0015}{0{,}01}\right)$$
$$= 53{,}5824 + 0{,}021975$$
$$y = 53{,}604375$$

oder $\sqrt[3]{0{,}5673}$; dann ist

$x = 0{,}5673$; $y = \sqrt[3]{0{,}5673}$

$x_1 = 0{,}567$; $y_1 = \sqrt[3]{0{,}567} = 0{,}82768$ } aus der
$x_2 = 0{,}568$; $y_2 = \sqrt[3]{0{,}568} = 0{,}82816$ } Tabelle

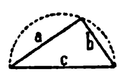
$$y = \sqrt[3]{0{,}5673} = 0{,}82768 + (0{,}82816 - 82768) \frac{0{,}5673 - 0{,}567}{0{,}568 - 0{,}567}$$
$$= 0{,}82768 + 0{,}00048 . \frac{0{,}0003}{0{,}001}$$
$$= 0{,}82768 + 0{,}000144$$
$$\sqrt[3]{0{,}5673} = 0{,}827824.$$

C. Geometrie.

1. Planimetrie.

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist: 1. Das Quadrat über der Hypothenuse gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten: $a^2 + b^2 = c^2$.

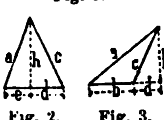
Fällt man vom Scheitel des rechten Winkels die Höhe, so theilt diese die Hypothenuse c in zwei Theile e und d (e an d, d an b liegend), dann ist:


Fig. 1.

2. Das Quadrat über einer Kathete gleich dem Rechtecke aus der Hypothenuse und der Projection der Kathete. $a^2 = c \, . \, e$; $b^2 = c \, . \, d$.

3. Das Quadrat über der Höhe ist gleich dem Rechteck aus den Projectioen der Katheten. $h^2 = d \, . \, e$.

In jedem Dreiecke ist: Das Quadrat einer Seite, welche einem spitzen Winkel gegenüberliegt, gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten, vermindert um das doppelte Rechteck aus einer der Seiten und der Projection der andern auf sie. $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bd$.

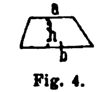

Fig. 2. Fig. 3.

Das Quadrat einer Seite, welche einem stumpfen Winkel gegenüberliegt, gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten vermehrt um das doppelte Rechteck einer der Seiten und der Projection der andern auf sie. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bd$.

Der Inhalt F eines Dreiecks ist gleich Grundfläche $\times$ Höhe $= \frac{bh}{2}$.

Der Inhalt eines Trapezes ist, wenn a und b die beiden parallelen Seiten sind:

$$F = \frac{(a+b)\,h}{2};\; a = \frac{2F}{h} - b;\; b = \frac{2F}{h} - a;\; h = \frac{2F}{a+b}.$$


Fig. 4.

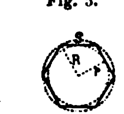
Der Inhalt eines Trapezoides ist, wenn g eine Diagonale und h_1 und h_2 die Höhen der neuentstandenen Dreiecke sind:

$$F = \frac{g}{2}\,(h_1 + h_2).$$

Fig. 5.

Wenn S die Länge einer Seite und n die Anzahl der Seiten eines regelmässigen Polygones ist, ferner R der Radius des umschriebenen, r derjenige des eingeschriebenen Kreises ist, so findet man: $S = 2\,R \sin\left(\frac{180^0}{n}\right) = 2r \, tng\left(\frac{180^0}{n}\right)$

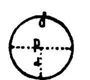
der Flächeninhalt $F = n\,R^2 \cos\left(\frac{180^0}{n}\right) = nr^2 \, tng\left(\frac{180^0}{n}\right) = \frac{nS^2}{4} \, cotg\left(\frac{180^0}{n}\right)$.


Fig. 6.

Man hat für folgende regelmässige Polygone:

Bezeichnung des Polygones	R	r	S	F
Dreieck	0,577 S	0,289 S	1,732 R oder 3,463 r	0,433 S^2 oder 1,299 R^2
Quadrat	0,707 S	0.500 S	1,414 R „ 2,000 r	1,000 S^2 „ 2,000 R^2
Fünfeck	0,851 S	0,695 S	1,176 R „ 1,453 r	1,721 S^2 „ 2,378 R^2
Sechseck	1,000 S	0,866 S	1,000 R „ 1,155 r	2,598 S^2 „ 2,598 R^2
Siebeneck	1,152 S	1,038 S	1,868 R „ 0,963 r	3,634 S^2 „ 2,736 R^2
Achteck	1,307 S	1,208 S	1,765 R „ 0,828 r	4,828 S^2 „ 2,828 R^2
Neuneck	1,462 S	1,374 S	1,684 R „ 0,728 r	6,182 S^2 „ 2,892 R^2
Zehneck	1,618 S	1,540 S	1,618 R „ 0,649 r	7,694 S^2 „ 2,939 R^2
Elfeck	1,776 S	1,710 S	0,563 R „ 0,587 r	9,366 S^2 „ 2,973 R^2
Zwölfeck	1,930 S	1,866 S	0,518 R „ 0,536 r	11,190 S^2 „ 3,000 R^2

Die Kreisfläche $F = r^2\pi = \frac{d^2\pi}{4}$. Die Kreisperipherie $p = 2r\pi = d\pi$.


Fig. 7.

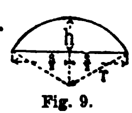
Die Fläche eines Kreissectors $F = \frac{br}{2} = 0{,}0087\,vr^2$

und der Bogen $b = \frac{r\pi v^0}{180}$

der Winkel v ist $= \frac{180^0\,b}{\pi r} = 57{,}326\,\frac{b}{r}$.

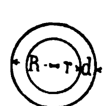
Fig. 8.

Die Fläche eines Kreissegmentes F ist: $F = \frac{br - s\,(r-h)}{2}$ oder wenn β der zu dem Bogen b gehörende Centriwinkel ist $F = \left(\frac{\beta\pi}{180} - \sin\beta\right)\frac{r^2}{2}$.


Fig. 9.

Die Sehne $s = 2\sqrt{h(2r-h)}$; $r = \frac{\frac{s^2}{4} + h^2}{2h}$.

Die Fläche eines Kreisringes $F = \pi\,(R+r)\,(R-r)$, wenn R und r die Radien sind. Ist $R - r = d$, so ist $F = \pi\,(2r + d)\,d$.


Fig. 10.

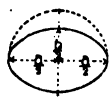


Fig. 11.

Es ist die Kreisfläche $= F = \frac{a^2\pi}{4}$ und a die grosse, b die kleine Axe einer Ellipse, deren Fläche $= f$, so ist $F : f = a : b$. Die Ellipsenfläche $f = \frac{1}{4} ab\pi$.

Die Parabelfläche ist (Fig. 12) $F = \frac{2}{3} hr$. Die Länge L eines gedrückten Parabelbogens und eines flachen Kreisbogens ist zu setzen;

$$L = s\left(1 + \frac{8}{3}\frac{h^2}{s^2}\right).$$

Fig. 12.

Die Berechnung beliebiger ebener Flächen. Ist eine Fläche $ABCD$ (Fig. 13) zu berechnen, so theilt man dieselbe durch eine Linie MN in 2 Theile und zieht die Ordinaten $z_1\, z_2 \ldots z_n \perp$ zu MN. Den (gleichen) Zwischenraum d wählt man so klein, dass man das zwischen je zwei Ordinaten liegende Curvenstück als gerade ansehen kann und man die Gesammtfläche als die Summe der einzelnen kleinen Trapeze erhält.

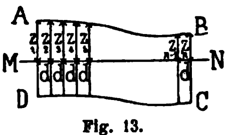


Fig. 13.

Ist die Anzahl n gerade, so ist nach Simpson's Regel:

$$S = \frac{d}{3}\{z_1 + z_n + 4(z_2 + z_4 + z_6 + \ldots) + 2(z_3 + z_5 + \ldots)\}$$

Ist n ungerade, so kann man das $n$te Stück als Trapez berechnen und zur Berechnung der übrigen $(n-1)$ Theile die Formel anwenden.

2. Goniometrie und Trigonometrie.

a. Goniometrische Formeln und Grundgesetze.

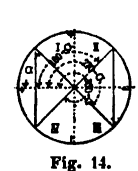


Fig. 14.

Grad	0°	90°	180°	270°	360°	30°	45°	60°
sin	0	1	0	−1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
cos	+1	0	−1	0	+1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
tng	0	+∞	0	−∞	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotng	+∞	0	−∞	0	−∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$

Ist α ein Winkel $< 90°$, so ist, vorausgesetzt:

	φ liegt zwischen				φ ist			
	0° u. 90°	90° u. 180°	180° u. 270°	270° u. 360°	$\pm\alpha$	$90 \pm \alpha$	$180 \pm \alpha$	$270 \pm \alpha$
$\sin\varphi$	+	+	−	−	$\pm\sin\alpha$	$+\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
$\cos\varphi$	+	−	−	+	$+\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\pm\sin\alpha$
$tg\,\varphi$	+	−	+	−	$\pm tg\,\alpha$	$\mp cotg\,\alpha$	$\pm tg\,\alpha$	$\mp cotg\,\alpha$
$cotg\,\varphi$	+	−	+	−	$\pm cotg\,\alpha$	$\mp tg\,\alpha$	$\pm cotg\,\alpha$	$\pm tg\,\alpha$

Grundgesetze.

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

2. $tng\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $cotg\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

3. $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$; $cosec\,\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$.

Eine Function ausgedrückt durch die andere.

4. $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \frac{tng\,\alpha}{\sqrt{1 + tng^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + cotg^2\alpha}}$.

5. $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + tng^2\alpha}} = \frac{cotg\,\alpha}{\sqrt{1 + cotg^2\alpha}}$.

6. $tng\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{1}{cotg\,\alpha}$.

7. $cotg\,\alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}} = \frac{1}{tng\,\alpha}$.

Formeln für zwei Winkel.

8. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$.

9. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$.

10. $tng(\alpha \pm \beta) = \frac{tng\,\alpha \pm tng\,\beta}{1 \mp tng\,\alpha\, tng\,\beta}$.

11. $cotg(\alpha \pm \beta) = \frac{cotg\,\alpha \,.\, cotg\,\beta \mp 1}{cotg\,\alpha \pm cotg\,\beta}$.

12. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \,.\, \cos\frac{\alpha-\beta}{2}.$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}.$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$

13. $\operatorname{tng}\alpha \pm \operatorname{tng}\beta = \frac{\sin\alpha \pm \beta}{\cos\alpha \,.\, \cos\beta}.$

14. $\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin\alpha \,.\, \sin\beta}.$

Formeln für die Bestimmung des halben Winkels aus dem ganzen.

15. $\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}.$

16. $\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2} = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$= 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1.$

17. $\operatorname{tng}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$

18. $\operatorname{tng}\alpha = \frac{2\operatorname{tng}\frac{\alpha}{2}}{1-\operatorname{tng}^2\frac{\alpha}{2}}.$

19. $\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}.$

20. $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2\frac{\alpha}{2} - 1}{2\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}}.$

b. Berechnung der ebenen Dreiecke.

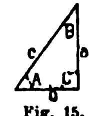


Fig. 15.

1. Das rechtwinkelige Dreieck. (Fig. 15.)

Gegeben	Gesucht	Auflösung
$a \,.\, b$	$A\,B\,C$ F	$\operatorname{tng}A = \frac{a}{b},\ \operatorname{tng}B = \frac{b}{a},\ c = \sqrt{a^2+b^2} = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\cos A},\quad F = \frac{ab}{2}.$
$a \,.\, c$	$A\,B\,b$ F	$\sin A = \frac{a}{c},\ \cos B = \frac{a}{c};\ b = \sqrt{c^2-a^2} = \sqrt{(c+a)(c-a)};\ B = 90 - A.$ $F = \frac{a}{2}\sqrt{(c+a)(c-a)}.$
$a\,A$	$b\,c$ F	$b = a\operatorname{cotg}A;\ c = \frac{a}{\sin A};\ F = \frac{a^2}{2}\operatorname{cotg}a.$
$b\,A$	$a\,c$ F	$a = b\operatorname{tng}A;\ c = \frac{b}{\cos A};\ F = \frac{b^2}{2}\operatorname{tng}A.$
$c\,A$	$a\,b$ F	$a = c\sin A;\ b = c\cos A;\ F = \frac{c^2}{2}\sin A\cos A = \frac{c^2}{4}\sin 2A.$

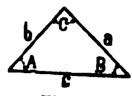


Fig. 16.

2. Das schiefwinkelige Dreieck (Fig. 16).

Gegeben	Gesucht	Auflösung
a b c	A F	$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc};\ s = \frac{a+b+c}{2};\ \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}};$ $\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}};\ \operatorname{tng}\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}};\quad \frac{B+C}{2} = 90 - \frac{A}{2};$ $\cos\frac{B-C}{2} = \frac{b+c}{a}\sin\frac{A}{2};\ \sin\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{a}\cos\frac{A}{2}:\ \operatorname{tng}\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c}\operatorname{cotg}A.$ $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$

Gegeben	Gesucht	Auflösung
a b A	B C F	$\sin B = \frac{b \sin A}{a}$; B kann $\lesseqgtr 90^0$ sein; ist $b \lesseqgtr a$, so ist auch $B \gtrless A$. $C = 180 - (A + B)$; $C = \frac{a \sin C}{\sin A} = b \cos A \pm \sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 A}$ (positiv wenn $b > a$). $F = \frac{a\, b \sin C}{2} = \frac{b \sin A}{2} (b \cos A \pm \sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 A})$.
$a\ A$ B	b c C F	$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$; $c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{a \sin (A + B)}{\sin A}$. $C = 180 - (A + B)$. $F = \frac{a\, b \sin C}{2} = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$.
a b c	A B C F	$tng\, A = \frac{a \sin C}{b - a \cos C}$; $A + B = 90^0 - \frac{C}{2}$; $tng\, (A - B) = \frac{a - b}{a + b} cotg \frac{C}{2}$; $A = \frac{A + B}{2} + \frac{A - B}{2}$; $c = \frac{a \sin C}{\sin A}$; $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\, a\, b \cos C} =$ $\sqrt{(a + b)^2 - 4\, a\, b \cos^2 \frac{C}{2}} = \sqrt{(a - b)^2 + 4\, a\, b \cos^2 \frac{C}{2}} = \frac{a - b}{\cos \varphi}$, wenn $tng\, \varphi = \frac{2 \sin \frac{C}{2} \sqrt{a\, b}}{a - b}$ oder $c = (a + b) \sin \varphi$, wenn $\cos \varphi = \frac{2 \sqrt{a\, b}}{a + b} \cos \frac{C}{2}$; $F = \frac{a\, b}{2} \sin C$.

3. Stereometrie.

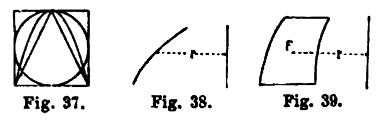
Körper	Flächeninhalt F	Kubikinhalt J
1) Cylinder. Fig. 17.	Mantel $M = 2 r \pi h$ Höhe $h = \frac{M}{2 r \pi}$	$J = \pi r^2 h = 0{,}785\, d^2 h$
2) Schief-abgeschnittener Cylinder. Fig. 18.	$M = \pi r (h_1 + h_2)$	$J = \pi r^2 \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)$
3) Hohlcylinder. Fig. 19.	Innere u. äussere Umfläche $= 2 \pi h (r_1 + r_2)$ Endfläche $= \pi (r_1^2 - r_2^2)$	$J = \pi h (r_1^2 - r_2^2)$
4) Cylinderhuf. Fig. 20.	$M = Fl\, A B C D = 2 r h$	$J = \frac{2}{3} h r^2$
5) Kugel. Fig. 21.	$F = 4 \pi r^2 = 12{,}56 r^2 = \pi d^2$	$J = \frac{4}{3} \pi r^3 = 4{,}189 r^3 = \frac{\pi d^3}{6} = 0{,}5236\, d^3$
6) Kugelsector. Fig. 22.	$F = \frac{\pi r}{2} (4 h + c)$	$J = \frac{2}{3} \pi r^2 h = 2{,}0944\, r^2 h$

Körper	Flächeninhalt F	Kubikinhalt J
7) Kugelsegment. Fig. 23.	$F = 2 \pi r h = \frac{\pi}{4} (c^2 + 4 h^2)$ (c = Sehne)	$J = \pi h^2 (r - {}^1/_3 h) = \pi h \left(\frac{c^2}{8} + \frac{h^2}{6}\right)$
8) Kugelzone. Fig. 24.	$F = 2 r \pi h$	$J = \frac{1}{6} \pi h. (3 a^2 + 3 b^2 + h^2)$
9) Prisma. Fig. 25.	Umfang × der Höhe + doppelte Grundfläche	Länge × Breite × Höhe
10) Pyram. u. Kegel. Fig. 26. Fig. 27.	f. d. Kegelmantel $F = \pi r s = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$	$J = {}^1/_3$ der Grundfläche × Höhe
11) Abgestumpfte Pyramide. Fig. 28.	Endflächen $= F$ und f	$J = \frac{h}{3} (F + f + \sqrt{F f})$

Körper	Flächeninhalt F	Kubikinhalt J	Körper	Flächeninhalt F	Kubikinhalt J
Fig. 29. 12) Abgestumpfter Kegel.	Mantel $= \pi s (R + r)$	$J = \frac{(R^2 + r^2 + Rr)\pi h}{3} = \frac{(D^2 + Dd + d^2)\pi h}{12}$	Fig. 32. 15) Cyl. Ring	$F = 4\pi^2 Rr = 39{,}478 = 9{,}87\, Dd$	$J = 2\pi^2 Rr^2 = 2{,}467\, Dd^2$
Fig. 30. 13) Obelisk.	Mantel = Summe der 4 Trapeze	$J = \frac{h}{6}\{(2a + a_1)b + (2a_1 + a)b_1\}$	Fig. 33. Fig. 34. 16) Dreiaxiges Ellipsoid.	—	$J = \frac{4}{3}\pi abc$
			Fig. 35. 17) Umdrehungs-Paraboloid.	—	$J = \frac{\pi}{2} r^2 h$
Fig. 31. 14) Keil.	Mantel = Summe der beiden Trapeze und der beiden Seitendreiecke.	$J = (2a + a_1)\frac{bh}{6}$	Fig. 36. 18) Fass.	—	$J = 1{,}0453\, l(0{,}4 D^2 + 0{,}2 Dd + 0{,}15 d^2)$

Die Inhalte von Kegel (J_1), Umdrehungsparaboloid (J_2), Kugel (J_3) und Cylinder (J_4) von gleicher Höhe verhalten sich: $J_1 : J_2 : J_3 : J_4 = 1/3 : 1/2 : 2/3 : 1$.

Guldin'sche Regel. Der Inhalt J einer Umdrehungsfläche. Länge der Erzeugenden l multiplicirt mit dem Weg, den der Schwerpunkt beschreibt.


Fig. 37. Fig. 38. Fig. 39.

Der Inhalt eines Umdrehungskörpers, entstanden durch Rotation der Fläche F um eine Axe, ist gleich dem Flächeninhalte F, multiplicirt mit dem Wege, den der Schwerpunkt beschreibt.

4. Die gebräuchlichsten Curven und deren Eigenschaften.

a. Der Korbbogen.

1. Die zusammengehörigen Kämpferpunkte liegen in einer horizontalen Ebene. Gegeben ist die halbe Spannweite ac und die Pfeilhöhe cd (Fig. 40). Man construirt dann das Rechteck $abcd$ und zieht die Diagonale ad; sodann halbirt man die Winkel $\angle bda$ und $\angle dab$, deren Halbirungslinien sich in f schneiden. Fällt man jetzt die Senkrechte $\overline{fho}$ auf ad, so sind die Schnittpunkte h und o die Mittelpunkte für die Kreisbögen $\widehat{af}$ und $\widehat{fd}$.

Eine andere Construction ist in Fig. 41 angewendet; ab ist die halbe Spannweite, bc die Pfeilhöhe. Man zieht ca und macht $bd = ba$ und trägt dann cd nach cf. In der Mitte von af errichtet man die Senkrechte $\overline{hgo}$ und sind die Punkte g und o die Mittelpunkte für die Kreisbogen $\widehat{ai}$ und $\widehat{ic}$.

Fig. 40. Fig. 41.

2. Die zusammengehörigen Kämpferpunkte liegen nicht in einer horizontalen Ebene. (Einhüftige Bögen.) Es sei ab die Spannweite, bc die Ueberhöhung (Fig. 42). Zur Construction des Bogens verfährt man folgendermaassen: Man zieht in $1/2\, ab$ $\overline{df}$ senkrecht zu ab und durch c $\overline{ch}$ parallel ab. Durch Verbinden der Punkte c und a erhält man den Winkel $\angle agf$, dessen verlängerte Halbirende ig der Mittelpunkt o für den Bogen $\widehat{af}$ ist; of liefert den Schnittpunt m und für den Bogen fc den Mittelpunkt m.

Fig. 42. Fig. 43.

3. Ist der Kämpferpunkt a gegeben, die Spannweite an und die Richtung der Scheitellinie ed (Fig. 43), so verlängert man die senkrechten Widerlagsmauern bis c und d. Man mache dann $\overline{ca} = \overline{cf}$; $\overline{fd} = \overline{db}$. Errichtet man nun die Senkrechten $\overline{fm}$ auf $\overline{cd}$, $\overline{ob}$ auf $\overline{dn}$, so sind die Punkte o und m die Mittelpunkte für die Kreise $\widehat{af}$ und $\widehat{fb}$.

b. Die Ellipse.

Bezeichnungen und Eigenschaften. Man nennt $2a$ die grosse, $2b$ die kleine Hauptaxe, F und F_1 sind die Brennpunkte der Ellipse und werden durch einen Kreisbogen aus D mit dem Radius a abgeschnitten.

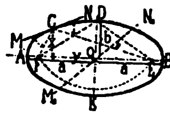


Fig. 44.

FC und F_1C heissen Fahrstrahlen und ist bei der Ellipse $FC + F_1C$ an jeder Stelle $= 2a$; ferner $FC = a - \frac{ex}{a}$; $F_1C = a + \frac{ex}{a}$, worin x die Abscisse des Punktes C und $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ die Excentricität ($FO = F_1O$) der Ellipse bedeutet. O heisst Mittelpunkt der Ellipse; eine durch O gezogene Linie M_1N_1 wird Durchmesser genannt; conjugirte Durchmesser sind solche, wo der eine die Sehnen halbirt, die dem andern parallel sind.

Die Winkel, die eine Tangente mit den Fahrstrahlen einschliesst, sind gleich. ($\sphericalangle MCF = \sphericalangle F_1CN$, Figur 44.)

Mittelpunkts-Gleichung der Ellipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Construction der Ellipse: 1. Gegeben ist: die grosse Axe $= 2a$, die Brennpunkte F und F_1, man nehme dann ein Stück F_1D in den Zirkel und beschreibe einen Kreis um F und F_1. Nun ist $FD + F_1D = 2a = OA$; $F_1D = OA - FD$. Man trägt also F_1D von A nach C und erhält $CO = FD$; mit dieser Länge beschreibt man aus F und F_1 Kreisbogen und erhält dann die Ellipsenpunkte D, D_1, D_2 und D_3. Auf diese Weise construirt man eine genügende Anzahl von Punkten.

Fig. 45.

2. Gegeben ist: Die grosse und die kleine Axe, $2a$ und $2b$. Man errichtet die beiden Halbaxen a und b in O senkrecht zu einander gleich OA und OB, beschreibt dann mit a und b Kreise um O. Punkte der Ellipse werden gefunden, wenn man von O aus Linien gleich OC zieht; im Punkte C, wo der grosse Kreis getroffen, zieht man eine Senkrechte auf a, in D eine solche auf B; der Schnittpunkt E ist der gesuchte Ellipsenpunkt.

In derselben Weise bestimmt man soviele Punkte wie nöthig sind, um die Ellipse zeichnen zu können.

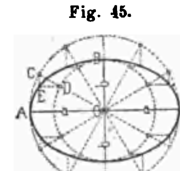


Fig. 46.

Angenäherte Constructionen der Ellipse (Constructionen von Ovalen) sind folgende:

1. Es sind die beiden Halbaxen a und b in O senkrecht stehend gegeben. (Fig. 47.) Das Stück $DB = a - b$ theilt man in 3 Theile und trägt eins derselben auf OB nach E. Mit dem Radius OE beschreibt man aus A und A_1 die Kreise $\widehat{mGn}$ und $\widehat{OHP}$; aus G und H mit demselben Radius die Kreise $\widehat{mAn}$ und $\widehat{oAp}$. Sodann setzt man die Zirkelspitzen in o ein und beschreibt den Bogen $\widehat{mM}$; in M ist der Mittel- für den Bogen $\widehat{mo}$. Mit gleichem Radius ist der Bogen np zu beschreiben.

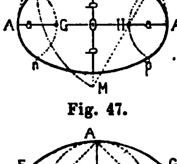


Fig. 47.

2. Soll AB, Fig. 48, die Höhe eines Ovales werden, so beschreibe man mit $\frac{1}{2}AB$ aus O einen Kreis, ziehe OC und darauf AC und BC, AD und BD; dann ist A der Mittelpunkt für den Kreis $\widehat{FBH}$, B derjenige für $\widehat{EAG}$. $\widehat{EF}$ und $\widehat{GH}$ sind aus den Mittelpunkten C und D beschrieben.

Fig. 48.

c. Die Parabel.

Eigenschaften und Bezeichnungen. Die Scheitelgleichung ist $y^2 = 2px$; p heisst der Parameter der Parabel und ist der Abstand vom Scheitel $AF = \frac{1}{2}p$ (Fig. 49). p ist die Ordinate des Brennpunktes; eine Linie, die in $\frac{1}{2}p = AO \parallel$ zur y-Axe läuft, heisst Direktrix. Für jeden Punkt der Parabel ist dann: $\overline{FE} = \overline{EB}$. Ist ED eine Tangente an die Parabel, so ist $\overline{AG} = \overline{AD} \sphericalangle DEF \sphericalangle MEN$.

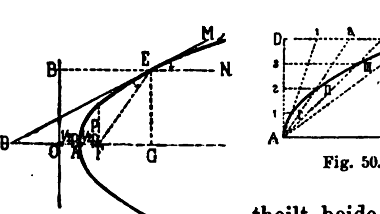


Fig. 49. Fig. 50.

Constructionen der Parabel. 1) Ist der Scheitel A, die Richtung der Axe AO und ein Punkt P der Parabel gegeben, Fig. 50, so zieht man $AD \perp AO$; $DP \parallel AO$. Man theilt beide Linien in die gleiche Anzahl Theile, zieht die Strahlen nach den Theilpunkten auf PD und durch die Punkte auf AD Parallelle zu AO. Entsprechende Linien liefern die Schnittpunkte I, II etc.

2. Sind die beiden Tangenten OP und OR (Fig. 51) einer Parabel gegeben, so schneide man auf den Schenkeln des Winkels gleiche Stücke ab, welche man wieder in eine gleiche Anzahl

Theile theilt. Man benenne die Theilpunkte dann, wie die Figur anzeigt und verbinde die gleichnummerirten Punkte, wodurch man Tangenten an die Parabel erhält, welche dann die Form der Curve festlegen.

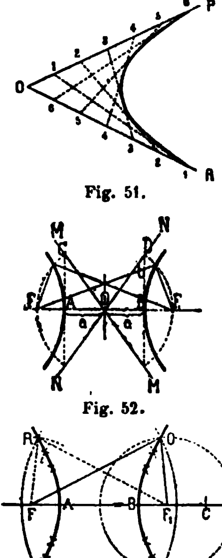


Fig. 51.

Fig. 52.

Fig. 53.

d. Die Hyperbel.

Eigenschaften und Bezeichnungen. MM und NN sind die Asymptoten der Hyperbel, FC und F_1C die Fahrstrahlen. Man nennt a die erste, b die zweite Axe der Hyperbel. $a = OA$; $b = BD$. Es ist stets $F_1C - FC = 2a = AB$. $OF = OF_1$ ist die Excentricität der Hyperbel. $OF = e = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Die Mittelpunktsgleichung der Hyperbel lautet $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Construction der Hyperbel. Es sind von einer Hyperbel gegeben: Die beiden Brennpunkte (Fig. 53) F, F_1 und die Richtung derselben; da nun $FO - F_1O = 2a$ und $FO = 2a + F_1O$, so wird man F_1O beliebig lang in den Zirkel nehmen und Kreise um F und F_1 beschreiben; FO findet man, indem man F_1O von B nach C trägt ($BC = F_1O$), dann ist $AC = F_1O = AB + F_1O = 2a + F_1O$. Durch Schlagen von Kreisbögen aus F und F_1 mit FO erhält man die Hyperbelpunkte R und R_1, O und O_1. Auf diese Weise bestimmt man eine genügende Anzahl Punkte, durch die man die Hyperbel legt.

e. Die Cycloiden.

a. Die **gemeine Cycloide** entsteht, wenn ein Kreis auf einer geraden Linie rollt. Um die Curve zu zeichnen, theile man den Rollkreis in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, durch die man Parallele zur Bahn zieht (Fig. 54). Auf AB trägt man den Umfang des Kreises (gleich dem 3fachen Durchmesser + $1/5$ der Seite ($= \overline{4F}$) des eingeschriebenen Quadrats $\overline{46}$) ab, welche in dieselbe Anzahl Theile wie der Kreis getheilt wird (I—VIII).

Fig. 54.

Man errichtet sodann Senkrechte in I, II ... und erhält die Schnittpunkte a, b, c .... Um die Cycloidenpunkte zu finden, trägt man von a, b, c ... die Stücke $\overline{g7}$ nach α, $\overline{o6}$ nach β, $\overline{h5}$ nach γ ... Diese Punkte α, β γ ... verbindet man durch eine stetige Curve, die in d ihren Scheitel hat und auf der rechten Seite von a_1, b_1, o_1 ... um ebensoviel nach rechts abweicht, wie von abc auf der linken Seite.

b. Die **Epicycloide** entsteht durch Rollen eines Kreises auf einem anderen. Man zeichnet die Curve, indem man, wie früher, die geradlinige Bahn, jetzt die Kreisbahn (Fig. 55) in eine genügende Anzahl gleicher Theile theilt; in dieselbe Anzahl Theile wird der Rollkreis getheilt. Nun wickelt sich der Rollkreis auf $\widehat{AD}$ ab, man hat also den Bogen $\widehat{AD}$ gleich dem Bogen $\widehat{AB}$ zu machen.

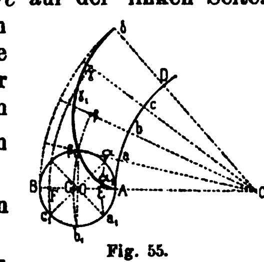


Fig. 55.

Sind so die Punkte a, b, c ... und a_1, b_1, c_1 ... bestimmt, so zieht man die Strahlen aus C durch erstere Punkte und Kreise um C durch letztere.

Man erhält dann die Schnittpunkte α, β, γ ... Die wirklichen Cycloidenpunkte α_1, β_1, γ_1 ... liegen noch um $\widehat{FC_1} = \widehat{\gamma\gamma_1}$, $\widehat{Gb_1} = \widehat{\beta\beta_1}$, $\widehat{Ea_1} = \widehat{\alpha\alpha_1}$ ... zurück; verbindet man α_1, β_1, γ_1 ... durch eine stetige Curve, so erhält man die Epicycloide, deren anderer Theil diesem Theile symmetrisch ist.

c. Die **Hypocycloide** wird von einem, innerhalb einer Kreisbahn rollenden Kreise beschrieben. O ist der Rollkreis, $\widehat{AD}$ die Bahn; beide theilt man in dieselbe Anzahl gleicher Theile, zieht die Strahlen aC, Cb, Cc ... und die Kreise um C, sodass man die Schnittpunkte α, β, γ ... erhält. Die Punkte der

Fig. 56.



Hypocycloide α_1, β_1, γ_1 ... liegen noch um $\widehat{Ea_1} = \widehat{\alpha_1\alpha}$, $\widehat{Gb_1} = \widehat{\beta\beta_1}$, $\widehat{FC_1} = \widehat{\gamma\gamma_1}$ zurück; man verbindet dieselben und erhält die Hypocycloide, deren anderer Theil symmetrisch zu diesem ist.

f. Die Daumencurve (Archimedische Spirale).

Um eine solche Curve zu construiren, theilt man den gegebenen Kreisbogen $\widehat{ADB}$ und die Höhe BE (das Wachsthum) in dieselbe Anzahl gleicher Theile und zieht durch die Theilpunkte des ersteren radiale Linien, durch die der letzteren Kreise um C; die Schnittpunkte H, G ... sind Punkte der archimedischen Spirale.

Fig. 57.

g. Die Kreisevolvente

wird construirt, indem man den abzuwickelnden Kreis in n gleiche Theile theilt; in diesen Punkten zieht man Tangenten an den Kreis und macht deren Länge gleich der linearen Länge des Bogens (z. B. $\overline{1\,III} = \overline{III\,3}$, Fig. 58). Zu dem Ende rectificirt man den Kreis ($3d + \frac{1}{5}$ Seite des eingeschriebenen Quadrats) und theilt diese Linie in dieselbe Anzahl Theile wie den Kreis; man kann dann leicht die Bogenlänge auf der Tangente abtragen. Darauf schlägt man aus II den Kreisbogen $\widehat{1\,2}$, aus III den Bogen $\widehat{2\,3}$, fährt so fort und erhält die Evolvente.

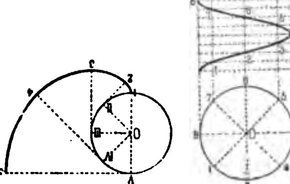


Fig. 58. Fig. 59.

h. Die cylindrische Schraubenlinie.

Die Peripherie des Cylinders (Fig. 59) und die Steigung der Schraube sind in dieselbe Anzahl gleicher Theile zu theilen; durch Projiciren auf die Horizontal-Projection des Cylinders erhält man Punkte der Schraubenlinie, die durch eine stetige Curve zu verbinden sind.

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Autenheimer, Bernoullis Vademecum des Mechanikers. Stuttgart, Cotta.
Deutscher Baukalender. Berlin, Commissionsverlag von C. Beelitz.
Deutsches Bauhandbuch, von den Herausgebern des Deutschen Baukalender etc. Berlin, Commissionsverlag von C. Beelitz.
Gauss, F. G„ Fünfstellige logarithmisch-trigonemetrische Tafeln. Berlin, L. Rauh.
Hrabák, Mathematisch-technisches Tabellenwerk. Brünn.
Hütte, Des Ingenieurs Taschenbuch. Berlin.
Heusinger v. Waldegg, Kalender für Eisenbahn-Ingenieure. Wiesbaden, Bergmann.
Marin, Portefeuille für Ingenieure. Brünn, Buschack & Irrgang.
Neumann, Führer des Technikers. Weimar, Fr. Voigt.
Neumann, Formelbuch. Dresden, Woldemar Türck. (A. Urban.)
Pollitzer, Der praktische Ingenieur und Baumeister· Brünn, Buschack & Irrgang. (Neue Ausgabe von Marins Portefeuille.)
Querfurth, Dr. Weisbachs Ingenieur. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.
Sonndorfer, Oesterreich. Architekten- und Ingenieur-Kalender. Wien, R. v. Waldheim.
Uhland, Ingenieur-Kalender von 1880. Leipzig, Baumgärtner.
Wittstein, Fünfstellige logarithmisch-trigometrische Tafeln. Hannover, Hahn'sche Hofbuchhandlung.

In Betreff der Literatur der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie und niedern Analyses erwähnen wir:

Dorck, Arithmetik und Algebra. Berlin, Weidmann.
Grelle, Lehrbücher der Mathematik. Hannover, Hellwing.
Heiss, Lehrbücher und Aufgabensammlungen. Wien, Gerold & Co.
Lübsen, Analytische Geometrie. Leipzig, Brandstetten.
Wiecke, Lehrbuch der Mathematik, Leipzig, Wigand.
Wittstein, Lehrbuch der Mathematik. Hannover, Hahn'sche Hofbuchhandlung.

II. Mechanik.

A. Grundgesetze, Mechanik des materiellen Punktes.

Bewegung und Beschleunigung; von den Kräften.

a. Einfache Bewegung. Ist bei einer gleichförmigen Bewegung in der Zeit t pro Secunde die Geschwindigkeit c, so ist der Weg $s = ct$; $c = \frac{s}{t}$; $t = \frac{s}{c}$. Ist die Kraft gleich $P kg$, so ist die Wirkungsgrösse K der Kraft in der Zeit t'': $K = Pct$, und in einer Secunde $K = Pc$; N ist die Zahl der Pferdekräfte, die zu 75 mkg gerechnet wird, dann ist $N = \frac{Ps}{75t} = \frac{Pc}{75}$; daraus berechnet sich: $P = \frac{75\,N}{c}$; $c = \frac{75\,N}{P}$; $s = \frac{75 t N}{P}$; $t = \frac{Ps}{75 N} = \frac{K}{75\,N}$.

Bei einer gleichförmig beschleunigten oder verzögerten Bewegung sei die Anfangsgeschwindigkeit $= c$; die Beschleunigung $= p$; die Geschwindigkeit nach der Zeit $t'' = v$; der in t'' zurückgelegte Weg $= s$, so ist: für beschleunigte Bewegung: $v = c + pt$; $s = ct + p\frac{t^2}{2} = \left(\frac{c+v}{2}\right) t = \frac{v^2 - c^2}{2p}$; für verzögerte Bewegung: $v = c - pt$; $s = ct - \frac{pt^2}{2} = \left(\frac{c-v}{2}\right) t = \frac{c^2 - v^2}{2p}$.

Ist $c = o$, so ist $v = pt$; $s = \frac{pt^2}{2} = \frac{vt}{2} = -\frac{v^2 p}{2}$.

Beim freien Fall ist $c = o$, und p gleich der Beschleunigung durch die Schwere $= g = 9{,}81$ m [1]); der in t'' zu durchlaufende Weg ist h, die Geschwindigkeit v; es wird dann $h = \frac{gt^2}{2}$; $v = gt = \sqrt{2gh}$; $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Als Beispiel einer verzögerten Bewegung gilt die vertical aufwärts gerichtete Bewegung. $p = g$, $v = c - gt$; $s = ct - \frac{g}{2} t^2 = \frac{c^2 - v^2}{2g}$.

b. Zusammengesetzte Bewegung, Zusammensetzen der Kräfte. Seiten-Geschwindigkeiten, Seiten-Kräfte und Beschleunigungen setzen sich in genau derselben Weise zusammen.

Die nachstehenden Formeln gelten für jeden der genannten Fälle. $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2QP\cos\alpha}$ (Parallelogramm-Gesetz). Die Richtung von R ist: $tng\,\alpha_1 = \frac{Q \sin\alpha}{P + Q \sin\alpha}$. Ist $\alpha = 90^0$ so ist $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$; $tng\,\alpha_1 = \frac{Q}{P}$. Wirken Kräfte auf ein freies, festes System, so ist die Resultirende bei parallelen Kräften in derselben Richtung gleich der Summe, bei entgegengesetzt gerichteten Kräften gleich der Differenz derselben.

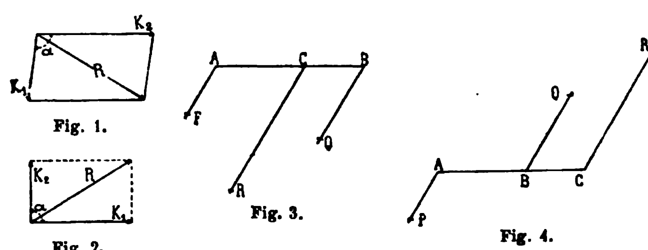


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

1) für den 50. Breitengrad.

Der Angriffspunkt wird gefunden aus den Beziehungen $P:Q:R = BC:AC:AB$. Zwei parallele, gleiche und entgegengesetzte Kräfte bilden ein Kräftepaar. Das Producct aus P und dem senkrechten Abstande a (Kraft $\times$ Hebelarm) nennt man das statische Moment.

Fig. 5.

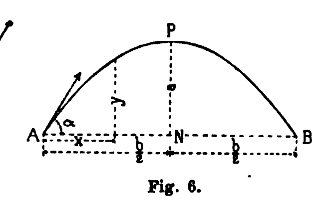


Fig. 6.

c. **Die Wurfbewegung.** Nach einer Zeit t'' ist, wenn v die Anfangsgeschwindigkeit, eine Höhe erreicht, welche der Ordinate $y = vt \,.\, sin\, \alpha + \frac{gt^2}{2}$ entspricht, deren Abscisse $x = vt\, cos\, \alpha$ ist (α ist der Elevationswinkel). Die Wurfhöhe a ist $= \frac{v^2}{2g} sin^2 \alpha$; die Wurfweite b ist $= \frac{v^2}{g} sin\, 2\,\alpha$; der Parameter der Wurflinie (Parabel) ist $= \frac{2\, c^2 cos^2 \alpha}{g}$.

d. **Bewegung um eine Axe;** Rotationsbewegung. Ist n die Tourenzahl in der Minute, r der Radius der Kreislinie, v die Geschwindigkeit so wird $v = \frac{2 r \pi n}{60}$; $n = \frac{60 v}{2 r \pi}$; $r = \frac{60 v}{2 \pi n}$. $K_1 = Pv$ also $K_1 = \frac{P 2 r \pi n}{60}$; $N = \frac{2 P r \pi n}{75 \,.\, 60} = \frac{P r n}{716{,}2}$.

e. **Kraft und Arbeit.** Die Masse eines Körpers nennt man den Quotient: Gewicht dividirt durch die Beschleunigung durch die Schwere: $M = \frac{G}{g} = \frac{G}{9{,}81} = 0{,}1019\ G$.

Wirkt auf die Masse M eine Kraft P und ist die hierdurch hervorgerufene Beschleunigung p, so gilt der Satz: Beschleunigung $= \frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}$; $p = \frac{P}{M}$; $P = p\,M = p\,\frac{G}{g}$.

Mechanische Arbeit nennt man das Product aus der Kraft und dem zurückgelegten Wege; $\mathfrak{A} = Ps$; die mechanische Arbeit einer Resultirenden ist gleich der Summe der mechanischen Arbeiten der Einzelkräfte. Steht die Richtung der Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung, so ist die mechanische Arbeit gleich Null. Bewegt sich ein materieller Punkt von der Masse m mit der Geschwindigkeit c, so ist dessen lebendige Kraft $\mathfrak{A} = \frac{mc^2}{2}$.

Die Zunahme an lebendiger Kraft ist, wenn die Geschwindigkeiten c und v sind $= \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2}\right)$.

Die mechanische Arbeit ist gleich der Zunahme an lebendiger Kraft $\mathfrak{A} = Ps = \frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2}$.

f. **Centrifugalkraft.** Bewegt sich ein Gewicht G in einem Bogen vom Radius r mit der Geschwindigkeit v in m, so ist die Centrifugalkraft $C = \frac{Gv^2}{gr}$; $g = 9{,}81$; $C = 0{,}102\,\frac{Gv^2}{r} = \frac{4 \pi^2 n^2 G r}{3600\, g}$. Ist ω die Winkelgeschwindigkeit, so ist: $C = M r \omega^2$; wenn die Umdrehungszeit $= t''$ ist, so gilt die Formel $C = \frac{4\pi^2}{g t^2} G r = 4{,}024\,\frac{Gr}{t^2}$.

g. **Pendelbewegung.** Die Schwingungsdauer eines Pendelschwunges eines materiellen Pendels, d. i. die Zeit, in welcher der Bogen AMB (Fig. 7) fallend und steigend durchlaufen wird, ist:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \left(\frac{1}{2} sin\,\frac{\varphi}{2}\right)^2 + \left(\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4} sin^2\,\frac{\varphi}{2}\right)^2 + \ldots\right.$$

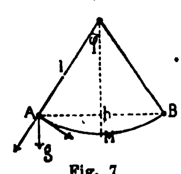


Fig. 7.

Für mässige Ausschläge wird $t = \pi \sqrt{\frac{t}{g}}\left(1 + \frac{h}{8l}\right)$.

Wenn $\varphi < 5^0$, so ist $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 1{,}0032 \sqrt{lm}$.

Die Länge des Secundenpendels ist: $t = 1$; $l = \frac{g}{\pi^2} = 0{,}9938$m.

Die Zeitdauer eines Rotationspendels ist: $t = 2\pi \sqrt{\frac{l-h}{g}}$.

B. Statik fester Körper.

1. Vom Schwerpunkte.

Jeder Körper besteht aus Theilen an welchem Schwerkräfte vertical abwärts wirken; setzt man dieselben zusammen, so erhält man eine Mittelkraft, deren Angriffspunkt der **Schwerpunkt** ist.

Bei symmetrischen Körpern liegt der Schwerpunkt in der Symmetrieebene, hat der Körper mehrere Symmetrieebenen, so befindet er sich in deren Schnitt, der Symmetrieaxe.

Der Schwerpunkt regelmässiger Körper liegt im Mittelpunkt.

Kann die Lage des Schwerpunktes nicht direct erkannt werden, so kann man den Körper auf einer scharfen Kante balanciren lassen, in der Vertikalebene liegt der Schwerpunkt, der Schnitt dreier Ebenen legt denselben fest. Man kann den Körper auch an einem Faden aufhängen, die Verlängerung des Fadens ist eine Schweraxe und geht durch den Schwerpunkt. Der Schnitt zweier Schweraxen bestimmt den Schwerpunkt.

Lage des Schwerpunktes.

Gegenstand	Schwerpunktslage	Gegenstand	Schwerpunktslage
1) Kreisbogen. 2) Halbkreis. Fig. 8.	$SO = \frac{r \sin\alpha}{\alpha} = \frac{rs}{b}$ $SO = \frac{2r}{\pi}$	7) Kreissegment. Fig. 13.	$OS = \frac{s^3}{12F}$ F = Segmentfläche, s = Sehne
3) Dreiecksfläche. Fig. 9.	$Sd = \frac{1}{3} cd;\ ad = bd$	8) Ellipsensegment. Fig. 14.	$OS = \frac{s^3}{12F}$ F = Fläche, s = Sehne, O = Scheitelpunkt, OS = Richtung der Hauptachse der Ellipse
4) Trapez. Fig. 10.	Durch Construction (siehe Fig. 10) $SO = \frac{h}{3} \frac{a+2b}{a+b}$ $SR = \frac{h}{3} \frac{b+2a}{a+b}$	9) Parallelsegment. Fig. 15.	$OS = {}^3/_5\, x$ $SS_1 = {}^3/_8\, y$
		10) Ringstücke. Fig. 16.	$OS = {}^2/_3 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \frac{\sin\alpha}{\alpha}$
5) Kreissector. Fig. 11.	$SO = {}^2/_3\, r \frac{\sin\alpha}{\alpha} = {}^2/_3 \frac{rs}{b}$	11) Kugelzone oder Calotte.	Schwerpunkt liegt in ${}^1/_2$ Höhe
		12) Pyramiden-Kegel.	${}^1/_4$ Höhe von der Basis der Schwerpunktaxe
6) Halbkreis. Fig. 12.	$OS = {}^4/_3 \frac{r}{\pi} = \frac{14}{33} r$	13) Kugelabschnitt.	$OS = {}^3/_4 \frac{2r - h^2}{3r - h}$ r = Radius, h = Höhe des Abschnittes
		14) Kugelausschnitt.	$OS = {}^3/_8\, r\,(1 + \cos\alpha) = {}^3/_4 \left(r - \frac{h}{2}\right)$

Stabilität. Das Maass der Stabilität ist gleich dem auf die Basis projicirten Abstand des Schwerpunktes von der Kippkante, multiplicirt mit dem Gewichte desselben. (Stabilitätsmoment M.) $M = G \cdot a$. Die verrichtete mechanische Arbeit $\mathfrak{A}$ ist $= GH$, alle gleich dem Gewicht, multiplicirt mit der Erhebung des Schwerpunktes.

Die zum Umkippen erforderliche mechanische Arbeit wird dynamische Stabilität genannt.

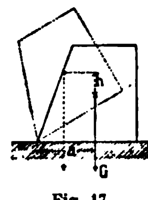


Fig. 17.

2. Gesetze der Reibung.

Werden zwei Körper gegen einander gepresst, so entsteht beim Verschieben der Oberflächen eine Kraft, die man die Reibung nennt.

Dieselbe ist:
1. unabhängig von der Verschiebung, mit welcher die Bewegung erfolgt,
2. unnäbhängig von der Grösse der reibenden Flächen,
3. direct proportional dem ausgeübten Normaldruck N.

Ist F der Reibungswiderstand in kg, so wird $\frac{F}{N} = f$ der Reibungscoefficient genannt. Der zur trigonometrischen Tangente des Reibungscoefficienten gehörige Winkel heisst der Reibungswinkel.

Man unterscheidet nun:

1. Die gleitende Reibung, Tabelle der Reibungscoefficienten (Nach Morin).

Reibende Körper	Lage der Fasern	Zustand der Oberflächen	Reibungscoefficient	
			der Ruhe	der Bewegung
Gusseisen auf Gusseisen	—	wenig Fett	0,16	0,15
		mit Wasser	—	0,31
Schmiedeeisen auf Gusseisen oder Bronze	—	trocken	0,19	0,18
Schmiedeeisen auf Schmiedeeisen	—	trocken	—	0,44
		wenig Fett	0,13	—
Bronze auf Gusseisen	—	trocken	—	0,21
Bronze auf Schmiedeeisen	—	etwas fettig	—	0,16
Bronze auf Bronze	—	trocken	—	0,20
Gusseisen auf Eiche	=	trocken	—	0,49
	=	mit Wasser	0,65	0,22
	=	trockene Seife	—	0,19
Schmiedeeisen auf Eiche	=	trocken	0,62	0,62
	=	mit Wasser	0,65	0,26
	=	trockene Seife	—	0,21
	—	Talg	0,11	0,08
Messing auf Eiche	=	trocken	0,62	0,62
Eiche auf Eiche	=	trocken	0,62	0,48
	=	trockene Seife	0,44	0,16
	†	ohne Schmiere	0,54	0,34
	†	mit Wasser	0,71	0,25
	⊥	ohne Schmiere	0,43	0,19
Holz (mittelhart) auf Eiche	=	trocken	0,55	0,38
Rindsleder auf Eiche	Leder flach	trocken	0,61	—
	hohe Kante	trocken	0,43	0,33
		mit Wasser	0,79	0,29
Lederriemen auf Eichen-Trommel	=	trocken	0,47	0,27
Hanf-Seil auf Eiche	=	trocken	0,80	0.52
Lederriemen auf Gusseisen	flach	trocken	0,28	0,56
	„	mit Wasser	0,38	0,36
Rindsleder als Kolbenliderung auf Gusseisen oder Bronze	flach	trocken	—	0,56
	„	mit Wasser	0,62	0,36
	„	Oel Seife	0,12	0,15
	„	feucht fett	—	0,23
Hanf-Seile auf Eiche	=	trocken	0,80	0,52
	†	mit Wasser	—	0,33
Holztrommeln	=	trocken	—	0,50

Anmerkung: Es bedeutet
=, dass bei beiden Körpern die Fasern in der Bewegungsrichtung parallel sind,
†, dass die Fasern des einen parallel, die des andern rechtwinklig zur Bewegungsrichtung sind,
⊥, dass sich Kernholz auf Langholz in der Faserrichtung des letzteren bewegt.

2. Die Zapfenreibung, Tabelle der Reibungscoefficienten (Nach Morin).

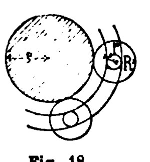
Reibende Körper		Art des Schmiermaterials	Reibungscoefficient, wenn das Schmieren erfolgt:	
Zapfen aus	Lager aus		zeitweise	ununterbrochen
Gusseisen	Gusseisen	Olivenöl, Schweinefett, Talg, weiche Wagenschmiere	0,07—0,08	0,054
		dieselben Schmieren nass	0,08	—
		mit Asphalt	0,054	—
		fettig	0,14	—
		fettig und nass	0,14	—
Gusseisen	Bronze	Olivenöl, Schweinefett, Talg, Wagenschmiere (weiche)	0,07—0,08	0,054
		fettig	0,16	—
		fettig und nass	0,16	—
		sehr wenig fettig	0,19	—*
Gusseisen	Pockholz	ohne Schmiere	0,18	—**
		Oel, Schweinefett	—	0,090
		fettig von Oel, Schweinefett	0,10	—
		fettig von Schweinefett, od. m. wenig Graphit geschmiert	0,14	—
Schmiedeeisen	Gusseisen	Olivenöl, Talg, Wagenschmiere, Schweinefett	0,07—0,08	0,054
Schmiedeeisen	Bronze	Olivenöl, Schweinefett, Talg	0,07—0,08	0,054
		Wagenschmiere (fest)	0,09	—
		fettig und nass	0,19	—
		sehr wenig fettig	0,25	—***
Schmiedeeisen	Pockholz	Oel, Schweinefett	0,11	—
		fettig	0,19	—
Bronze	Bronze	Oel	0,10	—
		Schweinefett	0,09	—
Bronze	Gusseisen	Oel, Talg	—	0,045—0,052
Pockholz	Gusseisen	Schweinefett	0,12	
		fettig	0,15	
Pockholz	Pockholz	Schweinefett		0,07

Anmerkung: * Die Oberflächen beginnen sich anzugreifen. ** Die Oberflächen sind etwas fettig. *** Die Oberflächen beginnen sich anzugreifen.

Bei Stützzapfen oder Fusszapfen, die sich an ihrer ebenen, zugespitzten oder ringförmigen Fläche reiben sind die Coefficienten der gleitenden Reibung einzuführen.

Der **Effectverlust durch Reibung** ist, wenn d der Durchmesser des Zapfens, P der Zapfendruck gegen die Lagerschale, P und P_1 Druck auf die Umfangsfläche und auf die Grundfläche (letzterer bei Stützzapfen), n Anzahl der Umdrehungen, f der Reibungscoefficient, E der Effectverlust durch Reibung in der Sekunde in mkg, so ist für liegende Zapfen

$$E = \frac{nd \cdot f \cdot P}{1910} \text{ mkg; Stützzapfen } E = \frac{ndf}{1910}(P + {}^2/_3\, P_1).$$


Fig. 18.

Durch **Frictionsrollen** wird die Reibung vermindert, im Verhältniss $\frac{r}{R}$, wenn R und r der Halbmesser der Rolle und des Rollenzapfens sind; ϱ ist derjenige des gestützten Zapfens, dann ist die Reibung gleich $= f\frac{r}{R}P\varrho$.

3. Die rollende oder wälzende Reibung. Wirkt eine Kraft Q vertikal am Umfange einer Walze vom Radius $= r$, so ist das Reibungsmoment $Pr = Qf$, wirkt sie horizontal im Scheitel, so ist $P = \frac{f \cdot Q}{2r}$.

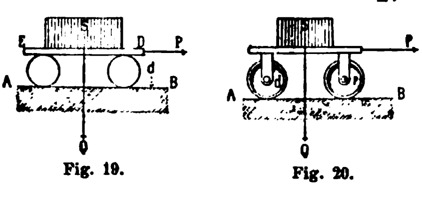


Fig. 19. Fig. 20.

Wird eine Last Q auf Walzen fortbewegt so ist, wenn f und f_1 die Reibungscoefficienten zwischen Walzen und AB einerseits, zwischen Walzen und ED anderseits bedeuten $P = (f + f_1)\frac{Q}{d}$.

Liegt die Last auf einem Wagen, dessen Axendurchmesser $= d_1$, so wird, wenn f der Coefficient für rollende, f_1 derjenige für gleitende Reibung ist, die Zugkraft $P = \left(f_1 + f\frac{d_1}{2}\right)\frac{Q}{r}$.

Die Coefficienten f_1 der rollenden Reibung sind nun bei Walzen von:

Pockholz auf Eichenholz	= 0,048	nach Versuchen von Coulomb
Ulmenholz auf Eichenholz	= 0,081	„ „ „ „
Kalkstein auf Kalkstein	= 0,154	„ „ „ „
Gusseiserne Räder auf gusseisernen Schienen	= 0,055	„ „ „ „
schmiedeeiserne Räder auf Eisenbahnschienen	= 0,050	„ „ „ Wood.

4. Die Seilreibung. Bei einem, um einen festen Cylinder gelegten Seile ist die bewegende Kraft $P = Q e^{f\alpha} = Q e^{f\frac{s}{r}}$, die erhaltende Kraft $P_o = Q e^{-f\alpha}$. Für $f = 1/3$ ist

$\frac{s}{r} = \frac{\pi}{2}$	π	$3/2\,\pi$	2π	4π
$P = 1{,}69\,Q$	$2{,}85\,Q$	$4{,}81\,Q$	$8{,}12\,Q$	$65{,}94\,Q$

Fig. 21.

5. Steifigkeit der Ketten und Seile. Wickelt sich eine Kette auf eine Trommel, so ist die Kraft zum Aufwinden: $P = Q + Qf\frac{r_1}{a} = Q\left(1 + f\frac{r_1}{a}\right)$. r_1 = Radius des Kettengliedes, a = Trommelhalbmesser + 1/2 Kettenstärke.

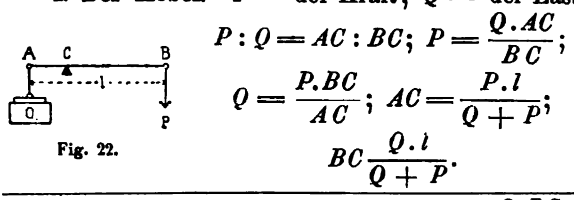
Wickelt sich auf der einen Seite die Kette ab, auf der anderen auf (z. B. bei den Leitrollen), so ist die Kraft $P = \left(1 + f\frac{r_1}{a}\right)^2 Q$; angenähert $P = \left(1 + 2f\frac{r_1}{a}\right) Q$.

Ist der Zapfendruck D, der Halbmesser des Zapfens r, der Reibungscoefficient f_2, so sind die Gesammthindernisse $P = \left(1 + 2f\frac{r_1}{a}\right) Q + f_2 \frac{r}{a} D$.

Für den Seilbiegungswiderstand hat Prony nach Coulombs Versuchen die Werthe gefunden: für neue Seile $W = (2{,}45 + 0{,}053\,Q)\frac{d^{1,7}}{a}$, für alte Seile $W = (2{,}45 + 0{,}053)\,Q\frac{d^{1,4}}{a}$, worin a den Rollenhalbmesser + 1/2 Seilstärke, d den Seildurchmesser bezeichnet.

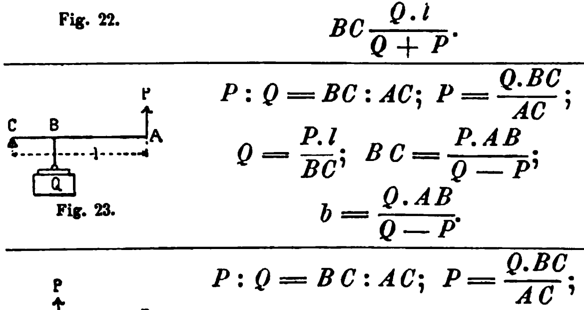
3. Die einfachen Maschinen.

1. Der Hebel. P = der Kraft; Q = der Last.



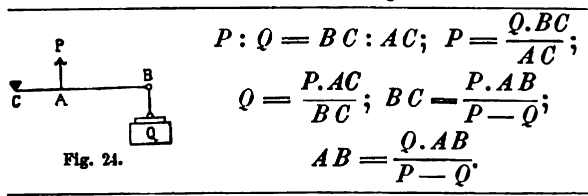
$P : Q = AC : BC$; $P = \frac{Q.AC}{BC}$; $Q = \frac{P.BC}{AC}$; $AC = \frac{P.l}{Q+P}$; $BC \frac{Q.l}{Q+P}$.

Fig. 22.



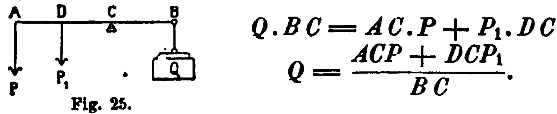
$P : Q = BC : AC$; $P = \frac{Q.BC}{AC}$; $Q = \frac{P.l}{BC}$; $BC = \frac{P.AB}{Q-P}$; $b = \frac{Q.AB}{Q-P}$.

Fig. 23.



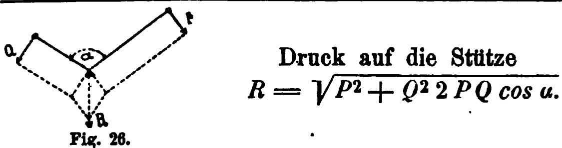
$P : Q = BC : AC$; $P = \frac{Q.BC}{AC}$; $Q = \frac{P.AC}{BC}$; $BC = \frac{P.AB}{P-Q}$; $AB = \frac{Q.AB}{P-Q}$.

Fig. 24.



$Q.BC = AC.P + P_1.DC$
$Q = \frac{ACP + DCP_1}{BC}$.

Fig. 25.



Druck auf die Stütze
$R = \sqrt{P^2 + Q^2\, 2\,PQ\cos\alpha}$.

Fig. 26.

2. Die Rolle. P bedeutet die Kraft, Q die Last.

Für die Rolle, Fig. 27, ist: $P = Q$ + Seilbiegungs- + Zapfenreibungs-Widerstand. Der Zapfendruck R annähernd $= 2\,P\cos\frac{\alpha}{2}$.

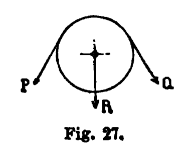


Fig. 27.

Für eine Rolle, Fig. 28, ist, wenn $AB = a$
$P : R = r : a$; für $a = 2r$
$P = \frac{R}{2}$.

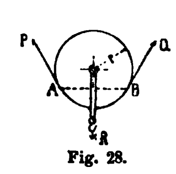


Fig. 28.

Sind R u. r die Halbmesser von Rollen, Fig. 29, so verhält sich wie beim Hebel
$P : Q = r : R$; $Qr = PR$;
$P = \frac{Qr}{R}$; $Q = \frac{PR}{r}$.
$r = \frac{P}{Q} R$; $R = \frac{Q}{P} r$.

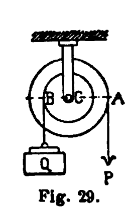
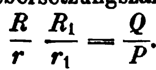


Fig. 29.

Bei einem Räder-Vorgelege, ist
$P . \frac{R}{r}\frac{R_1}{r_1} = Q$.
Die Uebersetzungszahl



$\frac{R}{r}\frac{R_1}{r_1} = \frac{Q}{P}$.

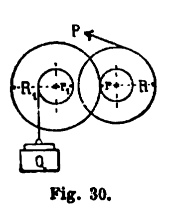


Fig. 30.

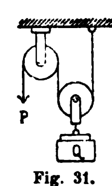


Fig. 31.

3. Der Flaschenzug. Ohne Rücksicht auf Reibung ist:

1. Fig. 31. $P : Q = 1 : 2$;

$$P = \frac{Q}{2};\quad Q = 2P.$$

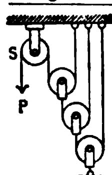


Fig. 32.

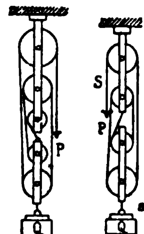
2. Fig. 32. Bei einer Anzahl von n losen Rollen ist:

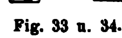
$$P = \frac{Q}{2^n};\quad Q = 2^n P.$$

Die Erhebung der Last $s = \frac{1}{2^n}$.

s = Seillänge.

3. Fig. 33 u. 34. Enthält die Zugflasche eine Rolle weniger als die feste, so ist:




Fig. 33 u. 34.

$$Q = (2n + 1)P;\quad P = \frac{Q}{(2n + 1)}.$$

Ist die Rollenzahl in beiden Flaschen gleich, so ist:

$$Q = 2nP;\quad P = \frac{1}{2n}\,Q.$$

Die Erhebung $s = \frac{1}{2n}$.

Auch für Flaschen, wo die Rollen neben einander liegen gelten die obigen Werthe.

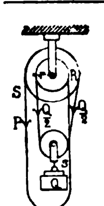


Fig. 35.

4. Der Differential-Flaschenzug

$$\frac{Q}{2}R = PR + \frac{Q}{2}r.$$

$$P = \frac{R - r}{2R}\cdot Q;\quad Q = \frac{2R}{R - r}P.$$

Die Erhebung $s = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ Seillänge.

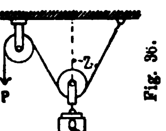


Fig. 36.

5. $P : Q = 1 : 2\cos Z$;

$$P = \frac{Q}{2\cos Z};\quad Q = 2P\cos Z.$$

4. Die schiefe Ebene. Der gewöhnliche Fall ist der, dass die Kraft parallel der schiefen Ebene wirkt.

$$P = Q\sin\alpha = Q\frac{h}{l};$$

$$Q = \frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Ql}{h};$$

$$Q_1 = Q\cos\alpha = Q\frac{b}{l}.$$

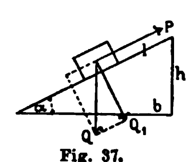


Fig. 37.

Die Kraft zum Aufwärtsziehen (bei Berücksichtigung der Reibung) ist: $f(\cos\alpha + \sin\alpha)\,Q$; beim Abwärtsziehen: $f(\cos\alpha - \sin\alpha)\,Q$; beim Anhalten: $(\sin\alpha - f\cos\alpha)\,Q$. ($f$ = Reibungscoefficient.)

Ist (Fig. 38) die Kraft P parallel der Basis, so ist:

$$P_1 = P\cos\alpha;$$
$$P = Q\sin\alpha.$$

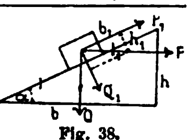


Fig. 38.

Wenn P beliebig aufwärts, unter einem $\measuredangle\,\alpha_1$ gerichtet ist, so wird die Kraft, welche parallel der Ebene zur Wirkung kommt $= P\cos\alpha_1$.

(Fig. 39) Ferner ist: $P = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha_1}\,Q.$

$$Q = \frac{P\cos\alpha_1}{\sin\alpha};\quad Q_1 = \frac{Q\cos(\alpha + \alpha_1)}{\cos\alpha_1}.$$

Fig. 39.

5. Der Keil. Wenn die Resultirende der Kräfte senkrecht zu den Flächen eines gleichschenklichen Keiles steht (Fig. 40), so ist:

$$P = 2Q\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Mit Berücksichtigung der Reibung ist:

$$P = 2Q\left(\sin\frac{\alpha}{2} + f\cos\frac{\alpha}{2}\right).$$

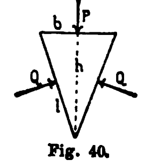


Fig. 40.

Wirken die Druckkräfte parallel zur Basis ein, (Fig. 41) so ist:

$$P = 2Q\cos\frac{\alpha}{2};$$

$$Q = \frac{P}{2\cos\frac{\alpha}{2}}.$$

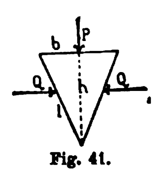


Fig. 41.

6. Die Schraube. a. Die flachgängige Schraube. Es ist α der Steigungswinkel, h die Ganghöhe $\left(tng\,\alpha = \frac{h}{\pi d}\right)$, $d = 2r$ der mittlere Durchmesser, φ ist der Reibungswinkel, f der Reibungscoefficient ($f = tng\,\varphi$) der Schraube, so berechnet sich (ohne Rücksicht auf Reibung) $PR = Qb\,tng\,\alpha = \frac{Qh}{2\pi}$, (mit Berücksichsigung der Reibung) $PR = Qr\,tng\,(\alpha + \varphi)$ $= \left(\frac{h \pm f\pi\alpha}{\pi\alpha \mp fh}\right)Qr$. Das Güteverhältniss $y = \frac{tng\,\alpha}{tng\,(\alpha + \varphi)}$.

Fig. 42.

b. Die scharfgängige Schraube.

$$PR = Qr\,tng\,(\alpha \pm \varphi_1) = \left(\frac{h\cos\beta \pm f\pi d}{\pi d\,aos\,\beta \mp fh}\right)Qr.$$

$$tng\,\varphi_1 = \frac{tng\,\varphi}{\cos\beta} = \frac{f}{\cos\beta}.$$

Das Güteverhältniss $y_1 = \frac{tng\,\alpha}{tng\,(\alpha + \varphi_1)}$.


Fig. 43.

Das letztere fällt bei der scharfgängigen Schraube kleiner aus, als bei der flachgängigen, deshalb eignet sich letztere besser als erstere zum Bewegungsmechanismus.

Wird die Schraubenspindel durch die Drehung der Mutter gehoben so kommt deren Reibung noch hinzu, so dass bei ϱ als mittleren Halbmesser sich ergibt: $PQ = Q\,(r\; tng\; \alpha + \varphi_1 + f\varrho)$.

Anwendung der Reibung: **Pronys Zaum** zur Ermittelung des Betriebseffectes der Motoren. Das Gewicht des Hebels wird ausbalancirt, um es nicht mit in Rechnung bringen zu müssen.

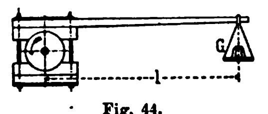


Fig. 44.

Nennt man nun G das reducirte und das an den Hebel gehängte Gewicht, l den Hebelarm in m; n die Anzahl der Umdrehungen, so ist die effective Leistung in Pferdekräften $N_e = \frac{\pi n l}{75\,.\,30}\, G$.

C. Dynamik fester Körper.

Von den Trägheitsmomenten.

Eine Masse M, die aus den Massentheilen M_1, $M_2 \ldots$ besteht, besitzt ein Trägheitsmoment in Bezug auf eine bestimmte Axe $= J$. $J = Mr^2 = M_1 r_1{}^2 + M_2 r_2{}^2 + \ldots$.

Die mechanische Arbeit, wodurch diese Masse in eine Umdrehung mit der Winkelgeschwindigkeit ω gesetzt wird ist: $Ps = {}^1/_2\, Mr^2 \omega^2 = {}^1/_2\, J\omega^2$.

Ist das Trägheitsmoment J in Bezug auf eine Axe bekannt, z. B. auf eine durch den Schwerpunkt gehende Axe, so ist das Trägheitsmoment in Bezug auf eine Parallelaxe gleich dem Trägheitsmomente J, vermehrt um das Product aus der Masse und dem Quadrat des rechtwinkligen Abstandes. $Ja = J + Md^2$.

Sind zwei Trägheitsmomente $M_1 r_1{}^2$ und $M_2 r_2{}^2$ einander gleich, so kann $M_2 = \frac{M_1 r_1{}^2}{r_2{}^2} = \frac{J_1}{r_2{}^2}$ setzen, und die auf die Entfernung r_2 reducirte Masse ist der Quotient aus dem Trägheitsmomente der Masse und dem Quadrate jener Entfernung.

Die reducirte Masse in der Entfernung 1 ist: $r_2 = 1$. $M_2 = \frac{M_1 r_1{}^2}{1^2} = J_1$.

Denkt man sich die ganze Masse eines Körpers in einem Punkte zusammengedrängt, so lässt sich die Entfernung von der Drehaxe so bestimmen, dass dies construirte Gewicht mit dem Gesammtgewicht dasselbe Trägheitsmoment besitzt. $Mr^2 = J$; $r^2 = \frac{J}{M}$.

Bei der Reduction auf eine zweite Axe in der Entfernung d ist $r_1{}^2 = r^2 + d^2$.

Beschleunigte Drehbewegung.

Es ist: Winkelbeschleunigung $\omega = \frac{\text{Kraftmoment}}{\text{Trägheitsmoment}}$; für eine Welle also, deren Halbmesser $= r$ ist, und an der die Kraft P wirkt, ist $\omega = \frac{Pr}{J}$, wobei J das Trägheitsmoment der ganzen rotirenden Masse in Bezug auf die Drehaxe bezeichnet. Die Beschleunigung ist: $p = r\omega = \frac{Pr^2}{J} = \frac{P}{M}$.

Schwungräder. Erfolgt die Drehbewegung einer Welle unter dem Einflusse von 2 Kräften P_1 und P_2, wovon die eine im Sinne der Drehbewegung mit dem veränderlichen statischen Moment Mp_1, die andere verzögernd mit dem statischen Moment Mp_2 wirkt, so ist die in irgend einem Zeitpunkte stattfindende Winkelbeschleunigung: $\omega = \frac{Mp_1 . Mp_2}{J}$.

Die während des Ueberganges von der Winkelgeschwindigkeit ω_1 nach ω_2 (ω_1 kleinster, ω_2 grösster Werth) erfolgte Zunahme an lebendiger Kraft ist: $\mathfrak{A}p_1 - \mathfrak{A}p_2$.

$$\mathfrak{A}p_1 - \mathfrak{A}p_2 = \frac{J\omega_2{}^2}{2} - \frac{J\omega_1{}^2}{2} = \frac{J}{2}(\omega_2 + \omega_2)(\omega_2 - \omega_2);\; \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} = a;\; \frac{a}{\omega_2 - \omega_1} = n;\; J = \frac{n}{a^2}(\mathfrak{A}p_1 - \mathfrak{A}p_2).$$

Wenn das Schwungrad auf einer Kurbelwelle sitzt, und die Kraft P_1 wirkt constant und vertical zum Endpunkt der Kurbel, die Kraft P_2 dagegen tangential ebenfalls constant, so ist wenn R der Kurbelradius: $P_2 R =$ dem statischen Momente des Widerstandes. Die mechanischen Arbeiten sind gleich: $P_1 2R = P_2 \pi R$, mithin bleibt $P_1 = \frac{\pi}{2} P_2$ als Bedingung für die Drehbewegung.

Wenn α der Drehungswinkel, so ist für $\cos \alpha = \frac{\pi}{2} = 0{,}881$ die Winkelbeschleunigung gleich Null.

Unter dieser Voraussetzung ist $Ap_1 = P_1 2R \sin \alpha = \frac{\pi}{2} P_2 2R \sin \alpha$; $Ap_2 = P_2 2R\alpha$, woraus sich die Beschleunigung der oben erwähnten Formeln $J = \frac{n}{a^2} P_2 R\,(\pi \sin \alpha - \alpha)$ ableitet; wenn $\alpha = 0{,}881$ so ist $J = 0{,}661\, \frac{n}{a^2} P_2 R$.

Wenn M die Masse, G das Gewicht und D der Durchmesser des Schwungrades, und wird das Trägheitsmoment des Schwungringes gegenüber der Welle vernachlässigt, so ist:

$$J = M \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{G}{g}\left(\frac{D}{2}\right)^2; \text{ also } G = 0{,}661 \frac{n g}{\left(\frac{D}{2}\right)^2 a^2} P_2 R.$$

Tabelle der Trägheitsmomente J und der Widerstandsmomente $\frac{J}{a} = W$.

(a Abstand der äussersten, beanspruchten Faser von der neutralen Axe.)

Fig.	J	W	Fig.	J	W
Fig. 45.	$J = \frac{b h^3}{36}$	$W = \frac{J}{a} = t \frac{1}{12} b h^2$ $W = \frac{J}{a_1} = \frac{1}{24} b h^2$	Fig. 49.	$J = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$	$W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$
Fig. 46.	$J = \frac{b h^3}{12}$	$W = \frac{b h^2}{6}$	Fig. 50.	$J = \frac{\pi}{64} b h^3$	$W = \frac{\pi}{32} b h^2$
Fig. 47.	$J = \frac{b^4}{12}$	$W = \frac{b^3}{6}$	Fig. 51.	$J = \frac{\pi}{64}(b h^3 - b_1 h_1{}^3)$	$W = \frac{\pi}{32} \frac{b h^3 - b_1 h_1{}^3}{h}$
Fig. 48.	$J = \frac{\pi d^4}{64} =$ $0{,}0491\, d^4$	$W = \frac{\pi}{32} d^3 = 0{,}0982\, d^3$	Fig. 52.	$J = \frac{b}{12}(h^3 - h_1{}^3)$	$W = \frac{b}{6} \frac{h^3 - h^{1\,3}}{h}$

Fig.	J	W
Fig. 53.	$J = \frac{b h^3 + b_1 h_1{}^3}{12}$	$W = \frac{b h^3 + b_1 h_1{}^3}{6 h}$
Fig. 54.	$J = \frac{h_1{}^4 + (h^3 - h_2{}^3) h + (h - h_1) h_2{}^3}{12}$	$W = \frac{h^4 + (h^3 - h_1{}^3) h_2 + (h - h_1) h_2{}^3}{6 h}$
Fig. 55.	$J = \frac{b h^3 - (b - b_2) h_1{}^3 + b_1 h_2{}^3}{12}$	$W = \frac{b h^3 - (b - b_2) h^3 + b_1 h_2{}^3}{6 h}$
Fig. 56.	$J = \frac{\frac{3\pi}{16} d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3 (h - d)}{12}$	$W = \frac{0{,}5891\, d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3 (h - d)}{6 h}$
Fig. 57.	$J = \frac{1}{12}(b h^3 - b_1 h_1{}^3)$	$W = \frac{1}{6} \frac{b h^3 - b_1 h_1{}^3}{h}$
Fig. 58.	$J = \frac{1}{12}(b h^3 - b_1 h_1{}^3 - b_2 h_2{}^3)$	$W = \frac{1}{6}\left(\frac{b h^3 - b_1 h_1{}^3, - b_2 h_2{}^3}{h}\right)$
Fig. 59.	$W = \frac{1}{6}\left\{b h^2 - b_1 h_1{}^2 - \frac{4 b h b_1 h_1 (h - h_1)^2}{b h^2 - b_1 h_1{}^2}\right\}$	
Fig. 60.	$W = \frac{1}{6}\left\{\frac{(b h^2 - b_1 h_1{}^2)^2}{b h^2 - 2 b_1 h h_1 + b h_1{}^2} - \frac{4 b h b_1 h_1 (h - h_1)^2}{b h^2 - 2 b_1 h h_1 + b_1 h_1{}^2}\right.$	

D. Statik elastisch fester Körper (Festigkeitslehre).

1. Tabelle der Festigkeitscoefficienten verschiedener Materialien.

Material	Kilogramme pro Quadratmillimeter *											Ausdehnung an der Elasticitätsgrenze	
	Zulässige Belastung			Belastung d. Elasticitätsgrenze (Tragmodul)			Bruchbelastung (Bruchmodul)			Elasticitätsmodul			
	Zug	Druck	Schub	Zug	Druck	Schub	Zug	Druck	Schub	Zug | Druck	Schub	Zug	Druck
	S	S_1	S_2	T	T_1	T_2	K	K_1	K_2	E	E_1	σ	σ_1
Stabeisen	7	7	6	14	14	10,5	40	35	35	20000	7500	0,0007	0,0007
Eisenblech	7	7	6	14	14	10,5	35	30	—	17500	6562	0,0008	0,0008
Eisendraht	12	—	—	22	—	—	65	—	—	20000	7500	0,0012	—
Gusseisen	2,5	7	2	7,5	15	5,6	12,5	75	20	10000	3750	0,00075	0,0015
Cementstahl	13	13	10	27	—	20	75	—	50	22500	8440	0,0012	—
Gussstahl	30	30	22	60	—	45	100	—	65	27500	10312	0,0022	—
Gussstahldraht	19,2	—	—	—	—	—	115	—	—	28000	—	—	—
Kupferblech gehämmert	6,6	6,6	5,0	14	14	10,5	—	—	—	10700	4012	0,0013	0,0013
Kupferblech geglüht	2,5	2,0	1,5	3	2,75	2,0	21	41	—	10700	4012	0,00027	0,00025
Kupferdraht	6,6	—	—	12	—	—	42	—	—	12000	—	0,001	—
Messing	2,5	—	1,9	4,85	—	3,64	12,4	7,3	—	6400	2400	0,00076	—
Messingdraht	6,6	—	5,0	13,3	—	—	36,5	—	—	9870	—	0,00135	—
Bronze (Kanonenmetall, 8 Kupf., 1 Zinn)	2,0	—	1,5	3	—	3,25	25,6	—	—	6000	2587	0,00063	—
Zink (gegossen)	—	—	—	2,3	—	—	5,26	—	—	9500	3562	0,00024	—
Blei	—	—	—	1,05	—	—	1,3	5	—	500	187,5	0,00210	—
Bleidraht	—	—	—	0.47	—	—	2,2	—	—	700	262,5	0,00067	—
Zinn	—	—	—	—	—	—	3,5	—	—	4000	1500	—	—
Aluminium	—	—	—	—	—	—	20,3	—	—	6750	2531	—	—
Eschenholz ‖ **	1,2	0,66	—	2,56	2	—	12	6,6	—	985	—	0,0026	—
Eschenholz ⊥	—	0,36	—	—	—	—	—	3,5	—	—	—	—	—
Eichenholz ‖	1,1	0,66	0,07	2,7	2	—	11	6,6	0,79	1170	80	0,00233	—
Eichenholz ⊥	—	0,36	—	—	—	—	0,5	3,5	—	—	—	—	—
Buchenholz ‖	1,2	0,66	0,06	1,6	2	—	11,7	6,6	0,66	921	120	0,00176	—
Buchenholz ⊥	—	0,36	—	—	—	—	0,73	3,5	—	—	—	—	—
Kiefernholz ‖	0,7	0,44	0,04	2,56	—	—	11,3	4,5	0,42	1200	70	6,00213	—
Kiefernholz ⊥	—	0,22	—	—	—	—	0,48	2,2	—	—	—	—	—
Hanfseile	—	—	—	1,6	—	—	5	—	—	—	—	—	—
Lederriemen	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—
Glas	0,25	—	—	—	—	—	2,48	—	—	7000	—	—	—
Basalt	—	1,2	—	—	—	—	—	12	—	—	—	—	—
Gneis und Granit	—	0,6	—	—	—	—	—	6	—	—	—	—	—
Kalkstein	—	0,3	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
Sandstein	—	0,2	—	—	—	—	0,6	2	—	—	—	—	—
Guter Ziegelstein	—	0,1	—	—	—	—	0,8	1	—	—	—	—	—
Gew. Ziegelstein		0,06	—	—	—	—	—	0,6	—	—	—	—	—
Cementmörtel	0,02	0,15	—	—	—	—	0,18	1,5	—	—	—	—	—
Kalkmörtel		0,04	—	—	—	—	—	0,4	—	—	—	—	—

* Multiplicirt man diese Zahlen, ausgenommen die der letzten beiden Columnen, mit 100, so bezeichnen sie kg pro qcm.
** ‖ bedeutet in der Richtung der Fasern; ⊥ bedeutet normal zu denselben.

2. Die absolute (Zug-) Festigkeit.

Ist P die an einem Stabe von F qmm Querschnitt wirkende Kraft und S die zulässige Beanspruchung (siehe Tabelle unter 1.) so ist $P = FS$.

Ist die Länge so bedeutend, dass das Gewicht berücksichtigt werden muss, so ist $P + G = FS$.

Elasticitätsmodul (E) nennt man diejenige Kraft, welche einen Stab vom Querschnitte $= 1$ um das Doppelte seiner Länge ausdehnt. Bezeichnet λ die Ausdehnung eines Stabes von der ursprünglichen Länge l bis an die Elasticitätsgrenze, so ist $\frac{\lambda}{l} = \sigma =$ der Längenausdehnung pro Längeneinheit;

und für eine Kraft P ist $P = \frac{\lambda}{l} FE$; $\lambda = \frac{P}{FE} l$. Die dieser Verlängerung entsprechende mechanische Arbeit $A = \frac{P\lambda}{2} = \frac{P^2 l}{2 FE} = \frac{FE}{2 l} \lambda^2$.

Tragmodul (T) nennt man diejenige Kraft, welche einen Körper bis zur Elasticitätsgrenze ausdehnt oder zusammendrückt $T = \sigma E$.

Der Bruchmodul (K) ist die Kraft, die ein Zerreissen eines Körpers hervorbringt.

Damit die Materialien im Bauwesen vor dem Zerreissen gegenüber zufälligen Kräften gesichert sind nimmt man die Querschnitte so an, dass die Spannungen nur einen Theil des Tragmoduls betragen. Man nennt $\frac{K}{S}$ den Sicherheitsmodul.

Im Maschinenwesen geht man noch unter die Werthe S (s. Tab.), da hier wegen der Bewegung und Reibung der Theile auch eine Abnutzung stattfindet.

3. Die rückwirkende (Druck-) Festigkeit.

Ein Stab von Fqmm Querschnitt und bei einer Beanspruchung S_1 (s. Tab.) kann einer Druckkraft $P = FS_1$ Widerstand leisten, unter der Voraussetzung, dass die kleinste Dicke nicht vielfach von der Länge übertroffen wird. Dasselbe, was bei der Zugfestigkeit von der Bedeutung der Buchstaben $S K$ und T gesagt, gilt auch hier für $S_1 K_1$ und T_1.

Bei grösserer Länge als der, welche in folgender Tabelle angegeben, ist die Rechnung auf **Zerknickungsfestigkeit** auszuführen, wobei die Bruchbelastung $= P$ je nach der Befestigung der Stabenden wechselt.

	Art der Befestigung	Fig. 61.		Fig. 62.		Fig. 63.		Fig. 64.	
	Bruchbelastung	$P = \frac{\pi^2}{4} \frac{JE}{l^2}$		$P = \pi^2 \frac{J.E}{l^2}$		$P = 2\pi^2 \frac{J.E}{l^2}$		$P = 4\pi^2 \frac{J.E}{l^2}$	
Werthe von l	Schmiedeeisen . . .	12 d	14 h	24 d	28 h	33 d	38 h	48 d	56 h
	Gusseisen	5 d	5,75 h	10 d	11,5 h	14 d	16 h	20 d	23 h
	Holz	6 d	7 h	11,5 d	13,5 h	16 d	19 h	23 d	27 h

In der Tabelle bezeichnet J das kleinste Trägheitsmoment des Querschnittes (Tab. S. 53. 54), E den Elasticitätsmodul, d den Durchmesser eines kreisförmigen, und h die kleinere Seite eines rechteckigen Querschnittes.

Um die zulässige Tragkraft zu erhalten, setzt man statt E (Tab. Seite 53. 54) für Schmiedeeisen $\frac{E}{4}$ bis $\frac{E}{5}$; für Gusseisen $\frac{E}{5}$ bis $\frac{E}{6}$; für Holz $\frac{E}{10}$ bis $\frac{E}{12}$.

4. Schub oder Abscheerungsfestigkeit.

Die zulässige Beanspruchung ist durchschnittlich $^4/_5$ jener für Zugfestigkeit, so dass $S_2 = {}^4/_5\, S$. (Siehe Tabelle.)

Den Elasticitätsmodul für Schub setzt man gewöhnlich $= E_1 = {}^1/_3$ bis $^2/_3\, E$.

Der Querschnitt Fqmm setzt dem Abscheeren einen Widerstand $P = FS_2$ entgegen.

Gegen das Lochen ergiebt sich bei Eisenblech ein Widerstand von 44 kg pro qmm. Der Widerstand des Abscheerens bei Schmiedeeisen ist pro qmm = 33 kg.

5. Relative (Biegungs-) Festigkeit.

Die statischen Momente der Zug- und Druckspannungen und diejenigen der äusseren Kräfte bezogen auf dieselbe Axe halten sich im Gleichgewicht, es ist also das Biegungsmoment gleich dem Kraftmoment.

Die erwähnte Axe heisst die neutrale Axe und geht durch den Schwerpunkt des Querschnittes.

Das Widerstandsmoment W ist das Product aus dem Trägheitsmoment J des Querschnittes [1]) in Bezug auf eine in dessen Ebene gelegene, durch den Schwerpunkt gehende Axe und der Materialspannung in der Entfernung (e) von der neutralen Axe. $W = \frac{J}{e}$. Wirkt die Kraft am Hebelarme l, so ist das Kraftmoment $Pl = WS$ = dem Biegungsmoment. $P = \frac{WS}{l}$; $W = \frac{Pl}{S}$; $Pl = \frac{J}{e}S$; $P = \frac{JS}{el}$.

Verschiedene Fälle der Biegung.

Art der Belastung	Aeusseres Biegungsmoment	Art der Belastung	Aeusseres Biegungsmoment
Fig. 65.	Pl	Fig. 66.*	$P_1 l$
Fig. 67.	$\left(P + \frac{P_1}{2}\right) l$	Fig. 72.	$\frac{Pl}{8}$
Fig. 68.	$\frac{Pl}{4}$	Fig. 73.	$\frac{P_1 l}{12}$
Fig. 69.	$\frac{P_1 l}{8}$	Fig. 74.	$\frac{3 Pl}{16}$
Fig. 70.	$P \frac{nm}{l}$	Fig. 75.	Pm
Fig. 71.	$\frac{P_1 l}{8}$	Fig. 76.	Auflager-Drücke $A = \frac{P_1 m_1 + P_2 m_2 + P_3 m_3}{l}$ $B = \frac{P_1 m + P_2 n_2 + P_3 n_3}{l}$ Biegungsmomente $M_1 = A m_1$ $M_2 = A \cdot n_2 - P_1 (n_2 - n_1)$ $M_3 = A n_3 - P_1 (n_3 - n_1) - P_2 (n_3 - n_2)$

* Bei den schraffirten Balken ist die Bedeutung gleichmässig vertheilt.

6. Torsions-Festigkeit.

Wirkt an einem Stabe die Kraft P am Hebelarme R in cm, und ist S_2 die zulässige Beanspruchung für Schub, T_2 der Tragmodul für Schub, gewöhnlich $^4/_5$ T, J_p das polare Trägheitsmoment, welches gleich der Summe zweier Trägheitsmomente ist, bezogen auf zwei rechtwinklich im Schwerpunkte zu einanderstehende Axen desselben Querschnittes, und wenn schliesslich e der Abstand der äussersten Faser, so besteht die Gleichung $PR = \frac{J_p S_2}{e}$.

Ist n die Tourenzahl pro Minute, N die Zahl der Pferdekräfte, so ist PR in cm $= 71619{,}7 = J_p \frac{S_2}{e}$.

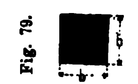
d sei der Durchmesser einer auf Torsion beanspruchten Welle, b und h die Seiten eines Rechteckquerschnittes.

Fig. 77. Für den kreisförmigen Querschnitt hat man: $PR = \frac{\pi}{16} d^3 S_2$; $d = 1{,}7 \sqrt[3]{\frac{PR}{S_2}}$.

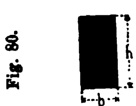
Fig. 78. Für den ringförmigen Querschnitt hat man: $PR = \frac{\pi}{16} (D^3 - d^3) S_2$.

1) Die Tabelle der Trägheitsmomente und Widerstandsmomente siehe Seite 53 und 54.

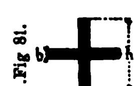
Für den quadratischen Querschnitt hat man: $PR = \frac{b^3}{3\sqrt{2}} S_2 = \frac{b^3}{4{,}2426} S_2$.


Fig. 79.

Für den rechteckigen Querschnitt hat man: $PR = \frac{b^2 h^2}{3\sqrt{b^2 + h^2}} S_2$.


Fig. 80.

Für den kreuzförmigen Querschnitt hat man: $PR = \frac{b h^3 + (h - b) b^2}{3h} S_2$.


Fig. 81.

7. Zusammengesetzte Festigkeit.

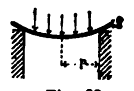
Ist ein stabförmiger Körper sowohl auf Biegung als auf Torsion in Anspruch genommen, so ist, wenn $M_B = PR$ das Moment für die erstere, M_T dasjenige für die letztere Beanspruchung ist, das Gesammtmoment $M = {}^3/_8\, M_B + {}^5/_8 \sqrt{M_B^2 + M_T^2}$.

Diese Formel wird für numerische Berechnungen nach dem Poncelet'schen Theorem genügend genau angenähert:

wenn $M_B > M_T$ durch $M = 0{,}975\, M_B + 0{,}25\, M_T$; wenn $M_B < M_T$ durch $M = 0{,}625\, M_B + 0{,}6\, M_T$.

8. Festigkeit plattenförmiger Körper.

Es sei r der Radius einer an ihrem Umfange unterstützten Platte, δ die Dicke in mm, p der pro qmm auf die Platte wirkende Druck, S die zulässige Materialspannung (s. Tab. S. 54), E der Elasticitätsmodul, h die grösste Durchbiegung, so ist (nach Grasshof):


Fig. 82.

1. wenn die Platte lose aufliegt (Fig. 82): $\frac{\delta}{r} = \sqrt{\frac{p}{S}}$; $\frac{h}{\delta} = {}^5/_6 \frac{p r^4}{E \delta^4}$; 2. wenn die Platte am Rande eingespannt ist (Fig. 83): $\frac{\delta}{r} = \sqrt{{}^2/_3 \frac{p}{S}}$; $\frac{h}{\delta} = {}^1/_6 \frac{p r^4}{E \delta^4}$.

Fig. 83.

Anmerkung. Wirkt anstatt der gleichmässig vertheilten Last (Fig. 82 u. 83) eine Einzellast P vermittelst eines Stempels vom Durchmesser $2 r_o$, so werden den Fällen 1 und 2 entsprechen:

3. $h = \left({}^4/_3 \ln \frac{r}{r_o} + 1\right) \frac{P}{\pi \delta^2}$; 4. $h = {}^4/_3 \ln \frac{r}{r_o} \frac{P}{\pi h^2}$.

Für den Fall 3	$\frac{r}{r_o} =$	10	20	30	40	50
	$h =$	4,07	4,99	5,33	5,92	$6{,}22 \frac{P}{\pi \delta^2}$

Für den Fall 4	10	20	30	40	50
	3,07	3,99	4,53	4,92	$5{,}22 \frac{P}{\pi \delta^2}$

9. Festigkeit der Gefässwände.

Ist r der Gefässhalbmesser, d die Wanddicke, p der Druck in kg pro qcm, S die zulässige Materialspannung, so ist:

1. für cylindrische Gefässe: $d = \frac{pr}{S} + a$. 2. für kugelförmige Gefässe: $d = \frac{pr}{2S}$.

Für a ist zu setzen: Eisenblech: $a = 3$ mm, Gusseisen: $a = 6$—9 mm, Kupfer: $a = 3$—4 mm, Messing gegossen: $a = 3$ mm und Messing gehämmert: $a = 6$ mm.

Bei Gefässen mit grossen Wandstärken (hydraulischen Pressen etc.) berechnet sich die Wandstärke d:

3. für cylindrische Gefässe: $d = r\left(\sqrt{\frac{S+p}{S-p}} - 1\right)$. 4. für kugelförmige Gefässe: $d = r\left(\sqrt[3]{\frac{2S+p}{2S-p}} - 1\right)$.

E. Dynamik elastisch fester Körper.

Der Stoss. Für den geraden, centralen Stoss zweier Massen M_1 und M_2, die sich mit den Geschwindigkeiten c_1 und c_2 bewegen, ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit: $v = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2}$.

Bei unelastischen Massen bewegen sich beide mit dieser Geschwindigkeit v weiter; der Verlust an lebendiger Kraft würde sein: $K = M_1 (c_1 - v)^2 + M_2 (c_2 - v)^2$, woraus sich der Verlust an mechanischer Arbeit zu $\mathfrak{A} = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2} \cdot \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ oder im Gewicht G ausgedrückt $\mathfrak{A} = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2\,g} \cdot \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}$.

Sind v_1 und v_2 die veränderlichen, doch gleichzeitigen Geschwindigkeiten während des Stosses, so ist: $M_1(c_1 - v_1) = M_2 (v_2 - c_2)$.

$M_1 c_1 + M_2 c_2 = M_1 v_1 + M_2 v_2$ wonach für vollkommen elastischen Stoss folgt: $M_1(c_1{}^2 - v_1{}^2) = M_2 (v_2{}^2 - c_2{}^2)$.

Der Geschwindigkeitsgewinn des gestossenen Körpers ist: $v_2 - c_2 = \frac{2\,M_1(c_1 - c_2)}{M^1 + M_2}$.

Der Geschwindigkeitsverlust des stossenden Körpers wird ermittelt durch die Beziehung:

$$c_1 - v_1 = \frac{2\,M_2\,(c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}.$$

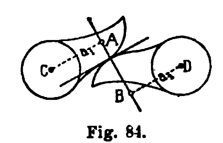


Fig. 84.

Der schiefe Stoss. Bei zwei sich drehenden Körpern (Fig. 84) hat man die Geschwindigkeiten auf die Lothpunkte A und B der gegen die Stossrichtung gefällten Perpendikel $CA = a_1$ und $DB = a_2$ zu beziehen, sowie die Massen hierher zu reduciren. Man setzt dann in obige Formeln des geraden Stosses folgende Werthe ein:

$$M_1 = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{a_1{}^2};\quad M_2 = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{a_2{}^2}.$$

Für das **Einrammen von Pfählen** hat man, wenn G das Gewicht des Rammbärs, G_1 das Gewicht des Pfahles, h die Fallhöhe des ersteren bezeichnet, die einem Schlage entsprechende Arbeit $Ps = \frac{G^2 h}{G + G_1}$.

Dringt der Pfahl bei n Schlägen um s ein, bei einem Schlage $\frac{s}{n}$, so ist der Widerstand des Eindringens: $P = \frac{G^2}{G + G_1} \cdot \frac{h\,n}{s}$.

Die Arbeit zum Zusammendrücken eines prismatischen Stabes um die Länge λ ist: $P\lambda = \frac{P^2}{FE}\,l$; ein Gewicht G verrichtet diese Arbeit bei einem Gewicht G_1 des Pfahles, wenn: $\mathfrak{A} = \frac{G}{G + G_1}\,h$;

$$P = G \sqrt{\frac{FE}{G + G_1}\,\frac{2\,h}{l}} \text{ ist.}$$

F. Anwendungen der Festigkeitslehre.

1. Federn.

Form	Name	Tragkraft	Durchbiegung infolge der Kraft P	Biegsamkeit
Fig. 85.	Rechteckfeder, cubisch-parabolisch zugeschärft.	$P = \frac{S}{6}\,\frac{\delta^2 b}{l}$	$s = 6\,\frac{Pl^3}{E\delta^3 b}$	$\frac{s}{l} = \frac{S}{E}\,\frac{l}{\delta}$
Fig. 86.	Rechteckfeder, angenähert cubisch-parabolisch zugeschärft.			
Fig. 87.	Einfache Dreieckfeder.	$P = \frac{S}{6}\,\frac{b\,\delta^2}{l}$	$s = \frac{6\,Pl^3}{E\delta^3 b}$	$\frac{s}{l} = \frac{S}{E}\,\frac{l}{\delta}$
Fig. 88.	Geschichtete Dreieckfeder. i Blätterzahl. (Die Feder ist aus der Dreieckfeder zusammengesetzt.)	$P = \frac{S}{6}\,\frac{i\,b\,\delta^2}{l}$	$s = 6\,\frac{Pl^3}{Ei\delta^3 b}$	$\frac{s}{l} = \frac{S}{E}\,\frac{l}{\delta}$

Form	Name	Tragkraft	Durchbiegung infolge der Kraft P	Biegsamkeit
Fig. 89.	Spiralfeder, flachdrähtig. (l = Länge des gestreckten Blattes.)	$P = \frac{S}{6}\frac{b\delta^2}{R}$	$s = \frac{12 P l R^2}{E\delta^3 b}$	$\frac{s}{R} = 2\frac{S}{E}\frac{l}{\delta}$
Fig. 90.	Cylind. Schraubenfeder, runddrähtig,	$P = \frac{S\pi}{16}\frac{d^3}{R}$	$s = \frac{32}{\pi}\frac{PR^2 l}{G d^4}$ 1)	$\frac{S}{R} = 2\frac{S}{G}\frac{l}{d}$ 1)
		$P = \frac{S}{3R}\frac{b^2\delta^2}{\sqrt{b^2+\delta^2}}$		
Fig. 91.	flachdrähtig. (l = gestr. Länge.)	$h > b$ annähernd: $P = \frac{S}{R}\frac{b^2\delta^2}{3(0{,}4b + 0{,}96\delta)}$	$s = 3\frac{PR^2 l}{G}\cdot\frac{b^2+\delta^2}{b^3\delta^3}$	$\frac{s}{R} = \frac{S}{G} l \frac{\sqrt{b^2+\delta^2}}{b\,.\,\delta}$
Fig. 92.	Kegelfeder, runddrähtig. (l = gestr. Länge.)	$P = \frac{S\pi}{16} d^3 R$	annähernd $s = \frac{16}{\pi}\frac{R^2 P l}{G d^4}$	$\frac{s}{R} = \frac{S}{G}\frac{l}{d}$
Fig. 93.	Kegelfeder, flachdrähtig. (l = gestr. Länge.)	$P = \frac{S}{3R}\frac{b^2\delta^2}{\sqrt{b^2+\delta^2}}$; $b > \delta$: $P = \frac{S}{R}\frac{b^2\delta^2}{3(0{,}4b+0{,}96\delta)}$	$s = \frac{3}{2}\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+\delta^2}{b^3\delta^3}$	$\frac{s}{R} = \frac{1}{2}\frac{S}{G} l \frac{\sqrt{b^2+\delta^2}}{b\delta}$

1) $G = {}^2/_5 E = {}^2/_5$ Elasticitätsmodul (Tabelle Seite 54).

2. Bauconstructionen.

a. Holzconstructionen.

Armirte Träger. 1. Verzahnte oder verdübbelte Träger von der Höhe h sind wie gewöhnliche Balken zu berechnen, doch ist deren Festigkeit nur $^3/_4$ derjenigen des eintheiligen Balkens.

2. Ein Träger wie Fig. 94 darstellt hat bei gleichförmiger Belastung mit p kg pro laufenden Meter ein Maximalmoment $M_0 = {}^1/_{32}\, p l^2$.

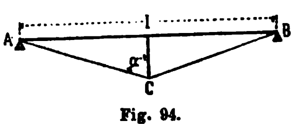


Fig. 94.

Druck auf die Stützen A und $B = -\,{}^3/_{16}\, p l$ (infolge der Stangenverbindung)

" " " Mittelstütze . $C = -\,{}^5/_8\, p l$

" in der Richtung A . $B = -\,{}^5/_{16}\, p l \operatorname{tng} \alpha$

Zug in den Stangen AC und $BC = +\,{}^5/_{16}\,\frac{p l}{\cos \alpha}$.

3. Ein Träger mit Doppelstützen armirt (Fig. 95) und mit p kg pro laufenden Meter belastet hat ein Maximalmoment $M_0 = {}^1/_{90}\, p l^2$.

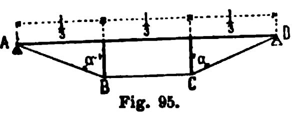


Fig. 95.

Druck auf die Auflager . . . . . $= -\,{}^4/_{30}\, p l$

" in den Mittelstützen . . . . $= -\,{}^{11}/_{30}\, p l$

" in der Axe = dem Zug in $BC = -\,{}^{11}/_{30}\, p l \operatorname{tng} \alpha$

Zug in AB und CD . . . . $= +\,{}^{11}/_{30}\,\frac{p l}{\cos \alpha}$.

4. Dreifach unterstützter Träger (Fig. 96). Wenn die Feldlänge $\frac{l}{4}$, so ist das Maximal-Biegungsmoment $M_0 = {}^6/_{224}\, p l^2$ über den Stützen A. Das Moment über der Stütze M ist $= {}^4/_{224}\, p l$. Druck der Stangenverbindung auf die Stützen B und $C = {}^{11}/_{112}\, p l$, sodass für die resultirende Auflagerreaction $= -\,({}^{56}/_{112}\, p l - {}^{11}/_{112}\, p l) = -\,{}^{45}/_{112}\, p l$ übrig bleibt.

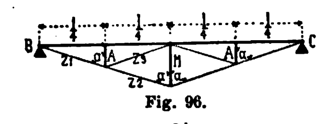


Fig. 96.

Druck im Balken in der Richtung $BC = -\,{}^{45}/_{112}\, p l \operatorname{tng} \alpha$

" in den Stützen . . . . $A = -\,{}^{32}/_{112}\, p l$

" in der Stütze . . . . . $M = -\,{}^{58}/_{112}\, p l$

Der Zug in $Z_1 = {}^{45}/_{112}\,\frac{p l}{\cos \alpha}$, $Z_2 = {}^{29}/_{112}\,\frac{p l}{\cos \alpha}$, $Z_3 = {}^{16}/_{112}\,\frac{p l}{\cos \alpha}$.

Häng- und Sprengwerke. 1. Die Strebe (Fig. 97). Bei der Belastung Q ist der Druck

$$P = -\frac{Q}{\sin\alpha}.$$

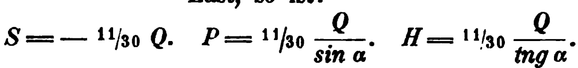
2. Das einfache Hängewerk (Fig. 98). Die Last Q ist gleichmässig über den Träger AB vertheilt; ausserdem erhält die Stütze den Druck D so ist die Gesammtauflagerreaction: $R = -(\tfrac{1}{2}D + \tfrac{5}{16}Q)$. Zug in der Hängesäule $S = \tfrac{5}{8}Q$.

$$P = -\frac{\tfrac{1}{2}D + \tfrac{5}{16}Q}{\sin\alpha}$$

$$H = \tfrac{1}{2}D + \tfrac{5}{16}Q.$$

Fig. 97. Fig. 98. Fig. 99.

3. Das doppelte Hängewerk (Fig. 99). Ist Q die gleichförmig vertheilte Last, so ist:



$$S = -\tfrac{11}{30}Q. \quad P = \tfrac{11}{30}\frac{Q}{\sin\alpha}. \quad H = \tfrac{11}{30}\frac{Q}{tng\,\alpha}.$$

Fig. 100. Fig. 101.

4. Sind die Balken gesprengt unterstützt (Fig. 100 und 101) so werden bei gleicher Annahme von l, α und Q dieselben Spannungen erzeugt.

5. Kehlbalkendach (Fig. 102). l ist die Sparrenlänge, p die Last auf die Längeneinheit, so ist der Horizontalschub H.

$$H = p\left(\frac{l+x}{2}\right)\cot g\,\alpha.$$

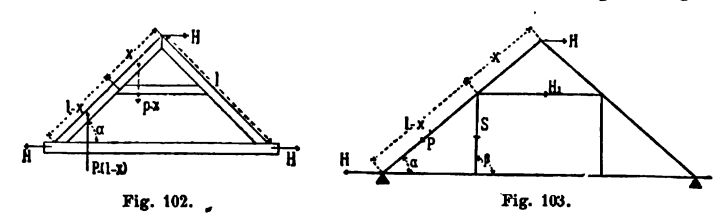


Fig. 102. Fig. 103.

Ist der Dachstuhl mit Kehlbalken und Stützbändern construirt, wie Fig. 103 skizzirt, so ist der Horizontalschub:

$$H = p\,x\cot g\,\beta + \tfrac{1}{2}p(l-x)\cot g\,\alpha;\ \beta = 90^0\ (\text{s. Fig. } 103);\ H = \tfrac{1}{2}p(l-x)\cot g\,\alpha.$$

Da $Q = p\,l$, so ist für Fig. 103:

$$H = \tfrac{3}{16}Q\cot g\,\alpha;\ H_1 = \tfrac{5}{16}Q\sin 2\alpha;\ P = \tfrac{1}{16}Q\left(\frac{3}{\sin\alpha} + 10\sin\alpha\right);\ S = \tfrac{5}{8}Q\cos^2\alpha;$$

$$H_2 = \tfrac{1}{16}Q\,cotng\,\alpha\,(3 + 10\sin^2\alpha)\ (\text{Zug im Trambalken}).$$

Zur Berechnung der Sparrenstücke gilt die Formel: Trägheitsmoment $J = \tfrac{1}{2}\frac{Sl^2}{E\sin\alpha}$.

Die Beanspruchung für Holz, s. Tabelle Seite 54.

b. Eisenconstructionen.

Bei den Eisenconstructionen ist vorerst darauf zu achten, dass die Querschnitte den grössten zu erwartenden Spannungen Widerstand leisten, und dass sie anderseits bei voller Belastung in das Maximum der Spannungen auch wirklich eintreten. Alles überflüssige Material ist nachtheilig, weil es nur die permanente Last vermehrt. Infolge dessen muss man bestrebt sein, eine Stangenverbindung so anzuordnen, dass durch die äusseren Kräfte nur Zug- und Druckkräfte auftreten können, aber keine Biegungsspannungen. Ferner müssen die Verbindungslinien der Knotenpunkte der Träger unverschiebliche Figuren bilden, also Dreiecke, in deren Seiten die Richtungen der Spannungen fallen.

Was nun die Methode der Untersuchung anbetrifft, so ist dieselbe der Hauptsache nach folgendermaassen auszusprechen:

Um die Spannungen in einer der Stangen zu berechnen, denke man die Verbindung der Quere nach durchschnitten und den einen Theil entfernt. Bringt man nun an den Schnittflächen der Stangen äussere Kräfte an, welche den ihnen innewohnenden Zug- und Druckspannungen gleich sind, so muss auch dieser Theil unter dem Einfluss der inneren und der äusseren, die Spannungen messenden Kräfte im Gleichgewichte sein.

Unter Voraussetzung, dass alle Kräfte in einer Ebene liegen, wird die algebraische Summe der statischen Momente in Bezug auf einen Punkt der Ebene gleich Null sein.

Achtet man namentlich darauf, dass der beliebige gerade, krumme etc. Schnitt nicht mehr als 3 Stangen trifft und verlegt man den Punkt, in Bezug auf welchen die Summe der statischen Momente gebildet wird, in den Schnitt von 2 Spannungen, so ist deren Hebelarm gleich Null, man erhält also eine Gleichung, in welcher nur die in der 3. Stange herrschende Spannung unbekannt ist und berechnet werden kann.

Alle Spannungen werden als Zugspannungen mit positivem Vorzeichen eingeführt; ist die Kraft eine Druckspannung, so giebt sich dies im Resultate durch ein negatives Zeichen zu erkennen.

Die Momente der rechts herumdrehenden Kräfte werden mit positiven, die links drehenden mit negativen Vorzeichen in die Rechnung eingeführt.

In folgenden Formeln sind die Hebelarme aus dem aufgezeichneten Netz des Binders abzugreifen und in ihrer absoluten Länge zu ermitteln. Ferner bedeutet Q die gleichmässig vertheilte Last einer Binderhälfte. Die Spannungen sind durch den entsprechenden grossen Buchstaben der Stangen bezeichnet und Druckspannungen durch stärkere, Zugspannungen durch schwächere Linien kenntlich gemacht.

System A. Brauchbar für 10 m Spannweite.

Fig. 104. $X = \frac{Qx}{2h}$; $H = \frac{Qs}{h}$; $L = -\frac{Ql}{2h}$.

Ist $s = o$, so ist $H = o$.

Fig. 105 (für flache Dächer) $H = -\frac{Qs}{h}$.

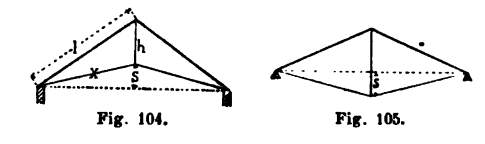


Fig. 104. Fig. 105.

System B. Einfacher Polonceaubinder (Fig. 106).

Brauchbar bis etwa 15 m Spannweite. Zur Berechnung construirt man: $r \perp$ von R auf GB. OF verlängerte FG. FH verlängerte CG. $s \perp FH$. m und n Projectionen von AO und OJ.

Dann ist bei der Spannweite $2b$ und der Sparrenlänge $= l$.

$X = {}^{13}/_{32}\, Q \frac{b}{r}$; $Y = \frac{Q}{16s}(13m + 10n)$; $J = \frac{Qb}{2h}$; $D = -\, {}^{5}/_{8}\, Q \frac{b}{l}$;

Druck in $AJ = -\frac{X \cos\beta}{\cos\alpha}$; $JC = -Y\frac{\sin(2\alpha - \beta)}{\sin\alpha}$.

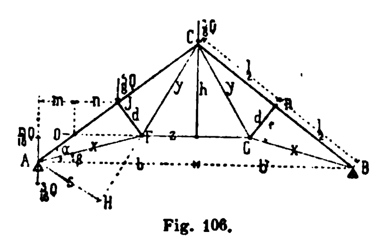


Fig. 106.

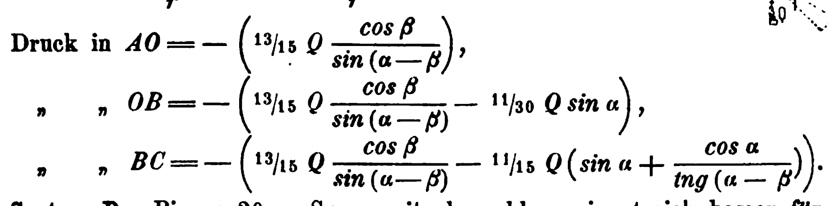
System C. Brauchbar bis 20 m Spannweite (Fig. 107).

$$AO = OB = BC = \frac{l}{3};$$

$X_1 = {}^{52}/_{90}\, Q \frac{b}{r}$; $Y = {}^{11}/_{90}\, Q \frac{b}{t}$; $D = -\, {}^{22}/_{60}\, Q \frac{b}{l}$;

$X_2 = {}^{41}/_{90}\, Q \frac{b}{r}$; $Y_1 = {}^{11}/_{30}\, Q \frac{b}{t_1}$; $D_1 = -\, {}^{33}/_{60}\, Q \frac{b}{l}$;

$X_3 = {}^{30}/_{90}\, Q \frac{b}{r}$; $H = {}^{2}/_{3}\, Q \frac{b}{r} \sin\beta$.



Druck in $AO = -\left({}^{13}/_{15}\, Q \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}\right)$,

" " $OB = -\left({}^{13}/_{15}\, Q \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)} - {}^{11}/_{30}\, Q \sin\alpha\right)$,

" " $BC = -\left({}^{13}/_{15}\, Q \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)} - {}^{11}/_{15}\, Q\left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{tng(\alpha - \beta)}\right)\right)$.

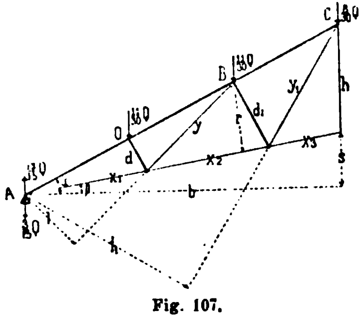


Fig. 107.

System D. Bis zu 20 m Spannweite brauchbar, eignet sich besser für flache Dächer (Fig. 108).

$X_1 = {}^{52}/_{90}\, Q \frac{b}{r}$; $\quad D = -\, {}^{11}/_{90}\, Q \frac{b}{l}$;

$X_2 = {}^{41}/_{90}\, Q \frac{b}{r}$; $\quad D_1 = -\, {}^{11}/_{30}\, Q \frac{b}{t_1}$;

$H = \frac{Q}{15}\frac{(11h + 15s)}{h}$; $\quad AO = -\, {}^{13}/_{15}\, Q \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$;

$H_1 = {}^{11}/_{60}\, Q$; $\quad OR = -\, {}^{41}/_{60}\, Q \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$;

$H_2 = O$; $\quad RC = -\, {}^{13}/_{15}\, Q \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$.

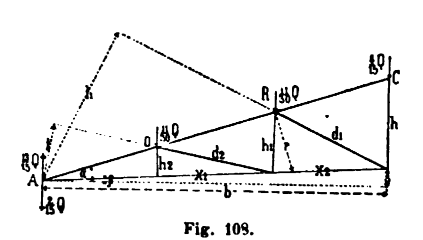


Fig. 108.

System E. Brauchbar bis zu 30 m Spannweite. Erweiterter Polonceaubinder mit symmetrischer Anordnung.

$X_1 = 0{,}45\, Q \frac{b}{r}$; $X_2 = 0{,}379\, Q \frac{b}{r}$; $X_3 = Q \frac{b}{h}$;

$Y_1 = \frac{Qb\,(0{,}26 + 0{,}05\,\mathrm{m})}{r\,(b - m)}$; $Y_2 = \frac{Qb\,(0{,}19\,b + 0{,}121\,\mathrm{m})}{r\,(b - m)}$;

$D_1 = -\,0{,}285 \frac{Qb}{l}$; $D_2 = -\,0{,}514\, Q \frac{b}{l}$.

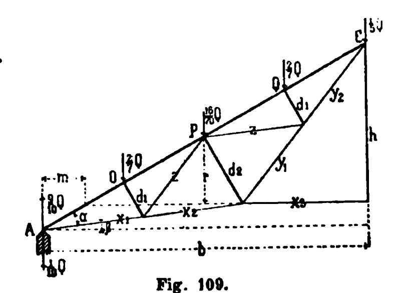


Fig. 109.

Druck in $\begin{cases} AO = -\dfrac{X_1 \cos\beta}{\cos\alpha}; \\ OP = -\,{}^{43}/_{70}\,\dfrac{Q}{\operatorname{cotng}\alpha - \operatorname{tg}\beta}; \end{cases}$ Druck in $\begin{cases} PQ = -\,{}^{27}/_{70}\,\dfrac{Q}{\operatorname{cotng}\alpha - \operatorname{tg}\beta}; \\ QC = -\,{}^{1}/_{10}\,\dfrac{Q}{\operatorname{cotng}\alpha - \operatorname{tg}\beta}; \end{cases}$

3. Anhang an die Festigkeitslehre.

a. Tabelle des praktischen Tragvermögens der Säulen für verschiedene Querschnitte.

(1. Die Säule ist an einem Ende fest angespannt, am andern frei und belastet.) *

Nr.	Querschnitt	Formel	Praktisches Tragvermögen – Werthe c für Schmiedeeisen	Gusseisen	Holz
1	Fig. 110.	$c \cdot \frac{D^4}{l^2}$	40380	15120	1450
2	Fig. 111.	$c \cdot \frac{D^4 - d^4}{l^2}$	40380	15120	1450
3	Fig. 112.	$c \cdot \frac{0{,}59\, D^4 - h^4}{l^2}$	68570	25670	2500
4	Fig. 113.	$c \cdot \frac{R^4}{l^2}$	445160	166720	16100
5	Fig. 114.	$c \cdot \frac{R^4 - r^4}{l^2}$	445160	166720	16100
6	Fig. 115.	$c \cdot \frac{R^4}{l^2}$	524770	196530	18950
7	Fig. 116.	$c \cdot \frac{R^4 - r^4}{l^2}$	524770	196530	18950
8	Fig. 117 u. 118.	$c \cdot \frac{b h^3}{l^2}$ $c \cdot \frac{h^4}{l^2}$	68570	25670	2500
9	Fig. 119 u. 120.	$c \cdot \frac{B H^3 - b h^3}{l^2}$	68570	25670	2500
10	Fig. 121 u. 122.	$c \cdot \frac{B^4 - b^4}{l^2}$	68570	25670	2500
11	Fig. 123.	$c \cdot \frac{h^4 - 0{,}59\, d^4}{l^2}$	68570	25670	2500
12	Fig. 124 u. 125.	$c \cdot \frac{B h^3 - b H^3}{l^2}$	68570	25670	2500

* Das praktische Tragvermögen der Säulen für die Fälle:

2. dass beide Säulenenden geführt sind,
3. dass ein Ende fest, das andere geführt ist,
4. dass beide Enden fest eingespannt sind,

findet man, indem man die in der Tabelle enthaltenen Werthe mit 4 (Fall 2), 9 (Fall 3), 16 (Fall 4) multiplicirt.

b. Walzeisen-Tabellen verschiedener Hüttenwerke.

1. I-Eisen der Lothringer Eisenwerke in Ars a. d. Mosel.

h mm Trägerhöhe, *b* mm Flanschbreite, *d* mm Stegdicke, $W =$ cm Widerstandsmoment, *G* kg Gewicht pro laufenden Meter.

Profil Nr.	*b*	*d*	*h*	*W*	*G*	Profil Nr.	*b*	*d*	*h*	*W*	*G*	Profil Nr.	*b*	*d*	*h*	*W*	*G*
1*a*	54	5,75	80	29	9	14*a*	100	10	205	288	41,5	27*a*	45	4	120	46	11
b	57	7	79	33	10	*b*	106	11	204	320	46	*b*	49	5	119	54	14
c	60	7	79	37	11,5	*c*	112	13	203	371	54	*c*	57	7	118	75	18,5
d	65	10	77	42	14	*d*	120	16,5	202	436	65	*d*	65	10	117	97	25
2*a*	60	6,5	120	68	15	15*a*	95	10	233	332	35,5	28*a*	47	5	140	60	13,5
b	65	7,75	65	85	17	*b*	104	11	234	395	43,0	*b*	52	6	139	75	17
c	72	10	118	97	22	*c*	112	13	233	480	52,5	*c*	60	8	138	102	21,5
d	78	13	117	120	30	*d*	123	16,5	232	595	68	*d*	68	11	137	131	28,5
3*a*	75	6	125	83	15	16*a*	91,5	8	235	253	28	29*a*	54	6	160	92	16
b	80	7	124	91	17	*b*	98	9	234	289	32,3	*b*	59	7	159	104	21
c	86	10	123	114	24	*c*	108	11	233	362	41,5	*c*	65	9	158	136	26
d	96	13	122	150	32	*d*	118	13	232	491	53,5	*d*	72	13	157	179	34
4*a*	80	8	140	118	21,5	17*a*	90	10	235	303	33,4	30*a*	55	6,5	180	111	18
b	86	9	139	130	24	*b*	94	11	234	341	38,2	*b*	58	7,5	179	125	23
c	94	11	138	175	32	*c*	103	13	233	361	47,5	*c*	64	9,5	178	212	30
d	101	15	137	208	40	*d*	113	16	232	520	59,2	*d*	72	13	177	251	38
5*a*	80	7	150	122	19,6	18*a*	91,5	10	235,5	315	34,5	31*a*	60	7	200	152	23
b	86	8	149	148	24	*b*	100	11	234,5	380	41,5	*b*	64	8	199	173	28
c	92	10	148	184	29,8	*c*	110	13	233	473	51,5	*c*	70	10	198	206	34
d	100	13	147	225	38,5	*d*	120	16,5	232	605	67	*d*	76	14	197	279	43,5
6*a*	80	8	160	141	23	19*a*	92	7,5	237	273	29	32*a*	65	8	230	204	28
b	86	9	159	165	27	*b*	98	9	236	301	33,5	*b*	70	9	229	246	33
c	93	11	158	207	33,5	*c*	100	11	235	407	43	*c*	78	11	228	305	42
d	99	15	157	253	42	*d*	120	14	234	537	58	*d*	90	15	227	402	55
7*a*	120	10	160	238	35,5	20*a*	100	10	250	358	38	33*a*	43	5	100	31	8,5
b	123	11	159	261	40	*b*	108	11	249	415	43	*b*	47	6	99	37	11
c	128	12	158	307	48	*c*	115	13	248	461	52,5	*c*	49	7,5	98	45	14
d	136	15	157	354	60	*d*	125	16,5	247	659	70	*d*	55	10	97	56	18
8*a*	80	8	175	133	23	21*a*	130	10	250	455	47	34*a*	45	5	120	44	10
b	86	9	174	165	26	*b*	140	11	249	534	60	*b*	49	6	119	49	12,5
c	94	11	173	215	32	*c*	148	13	248	645	68	*c*	53	7,5	118	66	15,5
d	103	14	172	282	44							*d*	59	10	117	84	20,5
9*a*	100	8	180	222	30,5	22*a*	120	11	261	463	47	35*a*	47	5,5	140	60	12
b	106	9,5	179	254	34	*b*	130	12	260	520	51	*b*	51	6,5	139	72	15
c	110	13	178	304	42	*c*	138	14	259	622	62	*c*	55	8	138	81	19
d	117	16	177	356	52							*d*	61	11	137	105	23
10*a*	120	10	180	285	37,5	23*a*	100	10	261	407	40	36*a*	48	6,5	160	79	14,5
b	127	11	179	317	43	*b*	107	12	260	474	47	*b*	52	7,5	159	90	18
c	132	12,5	178	369	50	*c*	117	14	259	583	60	*c*	56	9,5	158	109	22
d	136	15	177	430	63	*d*	127	17	258	732	75	*d*	63	13	157	142	28,5
11*a*	100	8,5	200	251	29,6	24*a*	130	12	300	651	54,5	37*a*	55	7	180	112	18
b	105	9	199	291	33	*b*	138	13	299	770	64	*b*	59	8,5	179	128	21,5
c	112	11	198	335	42,2	*c*	148	15	298	957	80	*c*	65	10,5	178	164	26,5
d	120	14	197	463	54,6	*d*	160	18	296	1102	94,75	*d*	73	14	177	215	35
12*a*	110	9	200	287	35	25*a*	40	4	80	19	7	38*a*	60	8	200	152	21
b	116	10	199	322	38,5	*b*	43	5	79	23	8,5	*b*	65	9,5	199	177	26
c	122	13,5	198	384	50	*c*	47	7	78	30	11,5	*c*	71	11,5	198	224	33
d	129	16,5	197	466	62	*d*	53	10	77	36	16,5	*d*	77	14,5	197	277	39
13*a*	130	12	200	348	45	26*a*	43	4	100	29	8,5	39*a*	65	8,5	220	193	24,5
b	138	13	199	397	50	*b*	48	5	99	37	11	*b*	69	10	219	214	29
c	144	15	198	453	59,5	*c*	54	7	98	48	16	*c*	76	12	218	261	37
d	152	19,5	197	551	77	*d*	64	10	97	71	21,5	*d*	84	15	217	333	45

2. I-Träger der Burbacher Hütte bei Saarbrücken.

Blatt	Profil Nr.	Höhe mm	Stegdicke mm	Fussbreite mm	Querschnitt in qmm	Gewicht pro laufenden m	Widerstandsmoment in mm
1	1*a*	100	5	50	1150	9	35629
	b	98,5	5,5	49,5	1266	9,75	38238
	c	97	7	53	1635	12,5	47029
	d	95	10	59	2260	17,5	60505
	2*a*	125	6	75	1878	14,5	76169
	b	123,5	7,5	74,5	2290	16,5	89132
	c	121,5	8,5	82	2827	21,75	108302
	d	119,5	11	90	3566	27,5	129798
	3*a*	150	7	80	2424	18,5	117654
	b	148	7,5	79	2599	20	121515
	c	146	9	84	2994	23	135185
	d	144	11	90	3994	30,75	175574
2	4*a*	176	8,5	91,5	3113	24	168216
	b	174	9	91	3410	26,25	183354
	c	172	10,5	96	4074	31,25	210172
	d	170	12	103	5002	38,5	261651
	5*a*	200	9	100	3842	29,5	238958
	b	198	9,5	99	4158	32	256793
	c	196	11	104	4893	37,75	297557
	d	194	14	112	6186	47,5	364112
3	6*a*	235	10	96	4454	33,75	310638
	b	233,5	11	95	4792	37,25	327601
	c	232	12,5	102	5585	43	381109
	d	230	15	108	6708	51,5	448648
	7*a*	235	10	93	3894	30	258632
	b	235	13	91,5	5262	40,5	348369
	c	235	20	105	8150	62,75	519441
4	8*a*	250	11	115	5618	43,25	429040
	b	248	12	114	6045	46,5	453501
	c	246	13	119	6814	52,5	571111
	d	244	15	125	7910	61	583502
5	9*a*	250	10	140	6385	49	529200
	b	248,5	11	139	6815	52,5	553368
	c	247	12	146	7972	61,25	647188
	d	245	13	150	9126	70,25	732455
6	10*a*	262	11,5	98	5465	42	416149
	b	260	12,5	97,75	5837	45	436421
	c	258	14,5	105	6840	52,75	505882
	d	256	17	114	8235	63,5	599880
7	11*a*	300	13	125	7492	57,75	663837
	b	298	14	126	8100	62,5	712327
	c	296	15	130	8910	68,75	786323
	d	293	17	139	10723	82,5	943075
8	12*a*	320	16	136	9800	75,5	913075
	b	317,5	17	135	10414	80,25	965831
	c	315	20	142	12164	93,75	1105807
9	13*a*	400	16	140	10736	82,75	1200225
	b	398	17	139	11400	87,75	1266176
	c	396	18	150	12858	99	1466280
Supplement-Blätter							
15	1	262	9,5	96	4940	38	393268
	2	235	8,5	87	4204	32,5	306951
	3	235	8,5	94,5	4090	31,5	296831
	4	235	8,5	91,5	3894	27,5	244826
	5	176	8,5	91,5	3113	24	168216
	6	176	8,5	83,75	2967	23	156607
16	1*a*	183	13	105	4778	37	260776
(1)	*b*	181	14	103	5051	39	268879
	c	179	15,5	109	5890	45,5	311143
	d	177	18	115	7106	55	365613
17	1*a*	130	8	85	2672	20,5	111574
(2)	*b*	128	8,75	84	2833	22	114322
	c	126	10,5	95	3500	27,5	139598

Blatt	Profil Nr.	Höhe in mm	Stegdicke in mm	Fussbreite in mm	Querschnitt in mm	Gewicht pro laufenden m	Widerstands-moment in mm
18	3	236	9	88	3845	35,5	276368
(3)	4	235	10	85	3777	30	249343
20	1	255	13	142	8987	70	960608
(5)	2	353	14	144	9630	74	1035398
	3	350	16	156	11348	87,5	1218092
21	1	235	10	90	4300	33	295386
(6)	8*a*	78,5	6,5	78,5	1680	13	43302
	b	77	7	78	1790	14	44705
	c	75	8	83	2070	16,5	49320
	d	73	10	89	2280	18	51427
22	1*a*	220	8,5	65	3113	23,5	192079
(7)	*b*	219	9,5	64	3404	26	199286
	c	217,5	11	72	4028	28	243717
	d	215,5	13	77	4799	36	284160
24	1	425	17	160	13399	104	1666074
(9)	2	450	17	168	14723	114,5	1954834
25	1	475	18	176	17184	133,5	2422354
(10)	2	500	18	176	17634	136	2597789

3. Tabelle der I-Eisen der Dortmunder Union.

Profil Nr.	Masse mm: *h* Höhe	Masse mm: *d* Steg-dicke	Masse mm: *b* Flan-schen-breite	Quer-schnitt in qmm	Gewicht pro lau-fenden m	*W*	Profil Nr.	Masse mm: *h* Höhe	Masse mm: *d* Steg-dicke	Masse mm: *b* Flan-schen-breite	Quer-schnitt in qmm	Gewicht pro lau-fenden m	*W*
1*a*	80	4	40	700	5,5	16942	8*c*	232	10	98	4930	39,0	350276
b	79	5	46	950	7,5	22980	*d*	230	12,5	106	6270	49,5	432182
c	78	7	54	1375	11,0	31061	9*a*	235	10	90	4315	34	295386
d	76	11	64	1955	15,5	42273	*b*	233,5	11	88	4790	37,5	326166
2*a*	100	5	50	1180	9,5	37274	*c*	232	12	97	5620	44	381649
b	99	6	56	1450	11,5	45064	*d*	230	14	108	6865	54	470083
c	97,5	8	64	1820	14	54203	10*a*	261	10	105	5400	42,5	434594
d	95,5	13	74	2830	22	75968	*b*	259	11	106	5925	46,5	470025
3*a*	115	6	76	1955	15,5	74926	*c*	257	12,5	114	7050	55,5	554041
b	114	7	77	2240	17,5	84465	*d*	255	15	120	8200	64,5	627927
c	112,5	9	84	2700	21,5	96187	11*a*	300	10	123	6700	52,5	636601
d	111	11	92	3330	26,5	114231	*b*	298	11	122	7290	57,5	689180
4*a*	125	6	70	1855	14,5	74796	*c*	296	12,5	128	8685	68	803429
b	123,5	7	78	2335	18,5	93578	*d*	293	15	136	10540	83	958300
c	122	9,5	87	2950	23	113088	12*a*	120	5	45	1270	10	42494
d	120	13,5	97	3895	31	139517	*b*	119	6	49	1500	12	50267
5*a*	150	7	80	2535	20	121799	*c*	118	7,5	53	1890	15	61554
b	149	8	89	3080	24,5	148073	*d*	117	10	59	2485	19,5	80755
c	147,5	10,5	99	3910	31	181822	13*a*	160	6,5	48	1875	15	78829
d	145,5	14,5	111	5220	41,5	232154	*b*	159	7,5	52	2125	17	86579
6*a*	176	6,5	86	2766	22	158180	*c*	158	9,5	56	2600	20,5	104099
b	174,5	7,5	90	3315	26	190815	*d*	157	13	63	3360	26,5	136437
c	172,5	8,5	99	3845	30	218854	14*a*	180	7	55	2395	19	107084
d	170	10,5	107	4510	35	244493	*b*	179	8,5	59	2700	21,5	128194
7*a*	200	9	100	3735	29,5	231737	*c*	178	10,5	65	3350	26,5	161998
b	198	10	107	4625	36,5	290872	*d*	177	14	73	4540	36	214134
c	196	12	111	5540	43,5	346117	15*a*	220	8,5	65	3225	25,5	187969
d	194	15,5	124	7280	57	430697	*b*	219	10	69	3700	29	211873
8*a*	235	8	90	3680	29	266378	*c*	218	12	76	4500	35,5	258457
b	233,5	9	88	4110	32,5	292226	*d*	217	15	84	5620	44	328562

4. Tabelle der ⊔-Eisen der „Gute-Hoffnungs-Hütte" in Oberhausen a. d. Ruhr.

Blatt	Nr.	Stegdicke mm	Flanschenbreite mm	Höhe mm	Gew. in kg pro lauf. m	Blatt	Nr.	Stegdicke mm	Flanschenbreite mm	Höhe mm	Gew. in kg pro lauf. m	Blatt	Nr.	Stegdicke mm	Flanschenbreite mm	Höhe mm	Gew. in kg pro lauf. m
X	1	7	52	105	11,5	XI	8*a*	10	90	260	35	IX	11*a*	9	65	200	23,5
„	2	7	52	118	12,5	„	*b*	11	100	258,5	40	„	*b*	10	68	199	27
„	3	10	65	131	18,75	„	*c*	12	100	256,5	48	„	*c*	13	78,5	196	38,2
„	4	10	72	144	23,5	„	9*a*	10	75	300	35	„	12*a*	8	60	145	16,3
„	5	10	78	157	25,6	„	*b*	11	85	298,5	40	„	*b*	12	74	143	26,3
„	6*a*	10	72	183	27,25	„	*c*	12	85	296,5	48	„	13*a*	10	65	117,5	18,3
„	*b*	13	75	183	30							„	*b*	11	66	116	20,9
„	7*a*	10	90	235	34,2							„	14*a*	8	65	105	14,5
„	*b*	11	100	233,5	38,5							„	*b*	9	67	104	16,7
„	*c*	12,5	100	231,5	46,75							„	15*a*	8,5	44	76	10,2
												„	*b*	10	46	75,5	11,7

5. Tabelle der ⊔-und ⊥-Eisen des Hoerder Bergwerks- und Hüttenvereins.

a. ⊥-Eisen.

Nr.	Höhe mm	Breite der Füsse mm	Stegdicke mm	Dicke des Fusses mm	Gew. in kg	Widerstandsmoment W in mm
8	125	131	26	31	52,6	111
10	124	131	17	23	36,6	66,2
9	123	132	28	21	45,4	97
11	114	131	18	11	27,1	57,3
19	105	79	13	13	17,1	57
3	92	113	23	23	31,9	45
2	92	111	29	22	35	54
7	90	170	10	10	19,6	22
1	90	130	10	10	16,5	21,2
5	85	105	15	16	20,7	27
4	82	118	23	15	25,5	36
16	70	110	33	16	27,9	36
13	62	75	11	11	10,4	11
6	57	80	15	13	13,1	11
12	46	87	25	11	13,1	11
14	46	82	11	7	7,6	5,4
15	39	82	11	10	9,2	4
20	39	39	7	7	3,2	2,3

b. ⊏-Eisen.

Nr.	Höhe mm	Flanschenbreite mm	Stegdicke mm	Flanschendicke mm	Gew. in kg	Widerstandsmoment W in mm
15	300	75	10	9	34,4	332
2	260	90	10	8	33,1	305
13	255	72	10	10	29,5	251
14	235	90	10	10	34,4	295
17	235	98	8	8	25,5	236
6	235	85	13	13	28,2	319
5	232	92	16	16	49,4	394
4	229	98	23	21	63,7	501
3	226	108	34	25	86	616
12	177	72	10	12	25,1	161
10	150	57	7	10	15,9	90
11	145	60	8	7	16	82
16	117,5	65	10	9	18,21	77
1	105	65	11	10	17,5	66
7	105	92	13	13	27,1	107
8	105	65	8	7	14,1	56
9	105	46	9	9	12,3	45
19	76	51	7	10	12,2	34

6. Tabelle der Winkeleisen des Hoerder Bergwerks- und Hüttenvereins.

Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m	Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m	Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m	Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m
40	157	13	31,1	+ 60	100	12	17,6	14	79	13	14,7	17	59	10	8,4
40	157	16	38,2	25	98	13	19,1	14	79	16	17,9	17	59	13	10,8
40	157	20	44,6	25	98	16	22,7	0 46	76	8	9,2	18	52	7	5,2
+ 63	150	15	33,4	25	98	20	26,3	30	75	10	11	18	52	8	6,4
39	131	13	25,5	13	92	13	17,6	0 35	72	10	9,6	18	52	10	7,2
39	131	16	31,9	13	92	16	21,1	15	72	10	10,4	19	46	7	4,4
39	131	20	37,4	13	92	20	24,7	15	72	13	13,5	19	46	8	5,6
+ 62	130	13	25	+ 50	90	9	12	15	72	16	16,3	64	43	7	4,4
+ 61	120	12	21,3	1	85	13	15,9	+ 57	70	7	7,3	20	39	5	2,8
23	105	13	19,9	1	85	16	19,5	16	65	8	8	20	39	7	4
23	105	16	24,7	1	85	20	23,1	16	65	10	9,2	21	33	5	2,4
23	105	20	28,7	0 34	85	13	14,7	16	65	13	12	21	33	7	3,2
50	101	10	15	+ 58	80	8	9,5	+ 56	60	7	6,2	22	26	4	1,6
+ 60	100	10	15	14	79	10	11,2	17	59	8	7,2	22	22	7	2,4

Uugleichschenklige Winkeleisen.

Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m	Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m	Nr.	Schenkellänge mm	Schenkeldicke mm	Gew. in kg pro lauf. m
b 53	76 × 128	11	17,6	27	79 × 105	13	17,5	0 44	51 × 63	7	5,6
b 53	76 × 128	13	20,3	42	78 × 98	10	12,7	41	39 × 79	10	8
0 51	76 × 128	10	14,8	0 47	76 × 88	8	10,1	7	39 × 59	4	3,2
48	76 × 101	8	10,9	*b* 55	52 × 82	11	10,4	* 38	105 × 105	16	25,9
48	76 × 101	10	12,9	29	72 × 79	13	14,3	* 37	98 × 98	16	23,1
b 52	101 × 101	10	15,2	0 45	51 × 76	8	7,7	* 36	82 × 82	20	20,7
0 49	88 × 101	10	14	28	52 × 65	15	12,3				

7. Tabelle der I-Eisen der Königin Marienhütte zu Cainsdorf (Sachsen).

Profil Nr.	Dimensionen in mm			Gew. pro lauf. m	*W*	Profil Nr.	Dimensionen in mm			Gew. pro lauf. m	*W*
	Höhe	Flanschenbreite	Stegdicke				Höhe	Flanschenbreite	Stegdicke		
1*a*	100	50	5	9	35629	5*c*	196	106	11	40,3	317090
b	99	52	5,5	10	40181	6*a*	235	96	10	33,75	310637
c	97	56	7	13,2	49381	*b*	223	97	11	40,3	355418
2*a*	125	75	6	14,5	76169	*c*	230	103	12,5	46,3	406735
b	122	77	7,5	19,3	96006	7*a*	250	115	11	43,25	429040
c	120	83	8,5	23,5	113259	*b*	248	117	12	47,4	458156
3*a*	140	78	7	19,0	108743	*c*	245	119	13	55,3	529329
b	138	80	8	20,7	114649	8*a*	260	144	14	68,8	722912
c	136	83	9	22,8	123266	*b*	258	147	15	74,2	767767
4*b*	176	91	8,5	24,0	168217	*c*	252	152	16,5	82,8	831048
a	173,5	94	9	27,0	187675	9*a*	300	125	13	57,75	663838
c	172	98	11	33,4	226200	*b*	298	126	14	63,0	705767
5*a*	200	100	9	29,5	238985	*c*	295	130	15	70	782673
b	198	102	10	34,5	272413						

8. Winkeleisen, ⊔-Eisen und ⊤-Eisen der Völklinger Hütte bei Saarbrücken.

a. Winkeleisen.

Profil Nr.	Blatt	Dimensionen			Querschnitt in qmm	Annäherndes Gewicht in kg pro lauf. m
		h	h_1	d		
1	XI	65	65	6	774	5,75
2	„	65	65	9	1089	8,5
3	„	75	65	9	1179	9,15
4	„	75	75	9	1269	9,85
5	„	75	75	11	1529	11,9
6	„	88	75	11	1672	13
7	„	88	88	9	1503	11,6
8	„	110	88	11	2057	16
9	„	170	88	12	2952	23
10	„	45	45	6	504	3,9
11	„	50	50	7	651	5
12	„	60	60	8	896	7
13	„	70	70	9	1179	9,2
14	„	80	80	10	1500	11,7
15	„	90	90	11	1859	14,5
16	„	100	100	12	2256	17,6
17	„	110	110	13	2691	21
18	„	120	120	14	3164	24,6
19	„	130	130	15	3675	28,6
20	XII	125	88	11	2222	17,25
21	„	125	125	18	4176	32,5
22	„	250	88	11	3597	27,9
23	„	225	88	11	3322	25,8
24	„	100	75	10	1650	12,8

b. ⊔-Eisen.

Profil Nr.	Blatt	Dimensionen *h*	*b*	*d*	Querschnitt in qmm	Annäherndes Gewicht in kg pro lauf. m
1	X	105	65	8	1809	14
2	„	103,5	73	9	2211,5	17,25
3	„	117,5	65	10	2275	17,75
4	„	116	77	11	2662	20,75
5	„	145	60	8	2044	16
6	„	143,5	68	9	2471,5	19,25
7	„	235	90	10	4350	35,75
8	„	233	100	11	5010	39
9	„	260	90	10	4280	33,25
10	„	258	100	11	4975	38,75
11	„	300	75	10	4365	34
12	„	298	83	11	5006	38,0
13	IX	215	87	14	5419	42,1

c. ⊥-Eisen.

Profil Nr.	Blatt	Dimensionen *h*	*b*	*d*	Querschnitt in qmm	Annäherndes Gewicht in kg pro lauf. m
1	XIII	50	50	4	476	3,65
2	„	55	55	4,5	582	4,5
3	„	60	60	5	685	5,32
4	„	65	65	5,5	811	6,30
5	„	70	70	6	946	7,30
6	„	75	75	6,5	1087	8,43
7	„	80	80	7	1235	8,60
8	„	89	85	7,5	1383	10,75
9	„	90	90	8	1560	12,12
10	„	95	95	8,5	1748	13,60
11	„	100	100	9	1932	14,95
12	„	105	105	9,5	2131	16,55
13	„	110	110	9,5	2276	17,67
14	„	115	115	10	2507	19,47
15	„	120	120	10	2657	20,62
16	„	125	125	10,5	2901	22,5
17	„	130	130	10,5	3097	24,05

9. I Eisen des Aachener Hütten-Actien-Vereins „Rothe Erde" bei Aachen.

Es ist: *h* mm = Trägerhöhe, *b* mm = Flanschenbreite, *d* mm = Stegdicke, *t* mm = Flanschenstärke, *G* kg = Gewicht pro laufenden m, *W* = Widerstandsmoment in mm.

Bezeichnung Blatt	Nr.	*h* in mm	Dimensionen *b* in mm	*d* in mm	*t* in mm	Querschnitt in qmm	*G* in kg pro lauf. m	*W* in mm
I	14*a*	80	40	4	7	830	6,5	21083
I	*b*	79	38	4,75	8,5	942	7,35	2257
I	1*a*	78,5	52,5	5	7,5	1115	8,7	29097
I	*b*	77,5	51,5	6	8,5	1249	9,8	29885
I	14*c*	78	48	6,25	10,5	1370	10,6	32151
I	*d*	77	48	8,5	12,5	1642	12,8	35410
I	3*a*	100	50	4,5	7,5	1161	9,25	36762
I	2*a*	78,5	78,5	6	7	1496	11,75	39318
I	3*b*	99	47,5	5,25	9,25	1302	10,5	39775
I	1*c*	76,5	63,5	8	10,5	1790	14	41265
I	2*b*	77	78,5	7,5	8,5	1798	14,2	44376
I	1*d*	75,5	67,5	11	13	2289	18	49000
XVIII	6*e*	127	50	5	7	1275	10,04	49198
XVIII	6*f*	127	55	5	7,5	1390	10,97	55652
I	3*c*	98	63	6,5	11,5	1942	15,5	60305
II	6*a*	125	65	5,5	8,5	1703	13,25	69334
I	3*d*	97	62	9,25	15,1	2492	19,8	70270
II	6*b*	124	63	6,25	10	1965	15,3	78098
XVIII	5*e*	152	65	6	9	1984	15,75	94635
II	5*a*	150	75	6,5	9,5	2282	17,8	110149
IV	4*a*	130	89	6,5	10,5	2599	20	114279
II	6*c*	123	83,5	7,75	13	2918	22,65	116866
IV	4*b*	129	86,5	7,5	12	2884	22,4	121752
II	5*b*	149,5	73	7,5	11,25	2593	20,1	122434
II	6*d*	122	83	9,75	16,5	3612	28	135350
XVIII	7*e*	177	80	7,5	9,5	2715	21,62	148452
IV	4*c*	127,5	101	10	13,5	3762	29,25	153031
XVIII	7*f*	177	85	7,5	10	2897	23	161419
II	5*c*	149	89,25	8,75	13,5	3470	27	166844
III	7*a*	175	90	7,5	10,5	3050	23,7	172411
IV	4*d*	126	107	13	16,5	4710	37,7	183109
II	5*c*	148,5	90	10,5	16,25	4135	32,2	191512
III	7*b*	174	88	8,5	12,5	3472	27	192142
XVIII	15*e*	202	90	7	10	3084	24	199212
XVIII	15*f*	202	90	7,8	10,7	3435	26,75	21255
XVIII	15*g*	202	90	8,4	11,5	3674	28,6	225919
III	15*a*	200	100	8,5	11,5	3814	30,75	243843
V	9a_1	235	88,5	8,5	10,5	3777	29,5	258521

Bezeichnung		h in mm	Dimensionen			Querschnitt in	G in mm	W in
Blatt	Nr.		b in mm	d in mm	t in mm	qmm		mm
III	7c	173	104	10,5	16,25	4852	37,75	268932
III	15b	199	95,5	9,5	14	4309	34,5	270167
IV	8a	210	100	9	12	4099	31,9	270260
IV	8b	209	95	10	13,5	4421	34,4	282981
V	9a	235	90	10	12	4370	34,25	296095
V	9b	234	91	10,5	12,5	4519	35,8	307025
III	7d	171,5	112	13	19,75	6135	47,7	327749
XIX	9d	235	95	10,5	13,5	4848	37,7	335010
XIX	9e	235	100	10,5	14	5023	39,28	357408
IV	8c	208	110	12	15,5	5583	44,54	357730
III	15c	198	115	11	16,5	5620	44,75	358161
V	9c	233	104	12	14	5422	42,8	374063
VII	10a	261	97	10	13,5	5059	39,60	389462
V	$9c_1$	233	106	14	14	5888	46,4	392159
VII	$10a_1$	261	98	11	13,5	5320	41,7	400815
III	15d	197	114	13,25	20,25	6720	53	413714
IV	8d	207	114	14,5	18,5	6747	52,49	420714
VII	17a	250	115	11	13,5	5658	44,25	429040
VII	10b	260	99,5	11	15,75	5697	44,7	444198
XIX	$10b_1$	260	101,5	13	15,75	6268	48,75	466731
VII	17b	249	119	12	16	6462	50,5	497853
VII	10c	259	111,5	12	17,25	6591	51,88	522107
VI	16a	250	140	10	14,75	6396	49,5	529200
VI	$16a_1$	250	142	12	14,75	6896	53,7	550034
VII	17e	248	135	13	14,4	7513	58,6	588725
VI	16b	249	142	11	17	7283	56,5	595920
VI	16e	249	144	13	17	7781	60,4	616586
VIII	$11a_1$	300	125	10	16	6695	53	645213
XIX	16d	248	151	12	18,75	8288	64,25	682743
VIII	11a	300	128	13	16	7595	60	690213
VII	11b	300	130	15	16	8185	64,75	720213
XIX	11c	299	132	14	17,75	8475	66	763433
XIX	11d	298	145,5	15	19	9510	74,2	870685
VIII	12a	320	140,5	16	19	9872	75,5	920812
XX	18a	350	140	12	18	8980	70	971299
XX	18b	350	142	14	18	9680	75,45	1072133
XX	12b	318	145	18	22,5	11539	89,8	1089535
XX	18c	348	145	13	20,9	10200	79,47	1110862
IX	13a	400	140	16	17	10736	82,75	1200225
IX	13b	400	141	17	17	11136	85,85	1226892
XI	$13b_1$	398	145	17,5	19,75	12101	94,2	1368036
XI	13c	398	158	18,5	21	13238	102	1629736

In nachstehenden Tabellen bedeutet W das Widerstandsmoment $= \frac{J}{e}$, G das Gewicht pro laufenden m, w den Wirkungsgrad $= \frac{\text{Widerstandsmoment}}{\text{Gewicht von 1 m Trägerlänge}}$.

10. Tabelle zur Bestimmung der Tragfähigkeit von ⊥-Eisen und Winkeleisen in günstiger Anordnung.

	h in mm	d in mm	b in mm	t in mm	W in cm	G kg	W	Freitragende Länge in m bei gleichförmig vertheilter Last in kg											
								0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
Fig. 126.	24	5	26	4	0,54	1,7	0,32	81	65	54	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	37	6,5	39	6	2,28	3,3	0,69	342	273	228	195	171	152	137	114	98	86	76	68
	56	8,5	52	7	6,0	5,75	1,05	900	720	600	514	450	400	360	300	257	225	200	190
Fig. 127.	26	4			0,7	1,6	0,44	105	84	70	60	53	—	—	—	—	—	—	—
	26	7			1,1	2,4	0,46	165	132	110	94	83	74	66	55	—	—	—	—
	39	5			1,8	2,8	0,64	270	216	180	154	135	120	108	90	77	67	60	—
	39	7			2,3	4,0	0,57	345	276	230	197	173	153	138	115	99	86	77	54
	46	7			3,4	4,4	0,77	510	408	340	291	255	227	204	170	146	128	113	69
	46	8			4,1	5,6	0,73	615	492	410	351	308	273	246	205	176	154	137	123

11. Tabelle über die Tragfähigkeit der ⊔-Eisen.

a. Der Steg des ⊏-Eisens steht vertical.

b. Der Steg des ⊔-Eisens liegt horizontal.

Position	h in mm	d in mm	b in mm	t in mm	W in cm	G in kg	W	Freitragende Länge in m, bei gleichförmig vertheilter Last in kg 1,0	1,5	2	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0
a	75	9	40	7,5	21	9,00	2,33	1260	840	630	504	420	360	315	280	.252	210	180	158
b					5,46		0,61	328	218	164	131	109	93	82	73	66	—	—	—
a	105	7	64	11,0	65	15,5	4,20	3900	2600	1960	1560	1300	1114	975	866	780	650	557	488
b					20,4		1,32	1224	816	612	472	408	350	306	272	186	—	—	—
a	125	9,75	72	11,5	103	20,5	5,00	6180	4120	3090	2472	2060	1766	1546	1373	1236	1030	833	773
b					27,4		1,34	1644	1096	822	658	548	469	411	365	329	—	—	—
a	235	8	85	11,0	254	29,25	8,68	15240	10160	7120	6096	5080	4354	3560	3387	3048	2540	2177	1780
b					40,0		1,37	2400	1600	1200	960	800	685	600	534	480	—	—	—
a	300	10	94	15,5	497	43,75	11,20	29820	19880	14910	11928	9940	8520	7455	6627	5964	4970	4260	3728
b					84,6		1,94	5076	3384	2538	2030	1692	1450	1269	1130	1015	—	—	—

Fig. 128.

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Autenheimer, Bernoulli's Vademecum des Mechanikers. Stuttgart, Cotta

Deutscher Baukalender, Berlin, Commissionsverlag von C. Beelitz.

Deutsches Bauhandbuch, von den Herausgebern des Deutschen Baukalenders etc. Berlin, Commissionsverlag von C. Beelitz.

Hütte, des Ingenieurs Taschenbuch. Berlin, Ernst & Korn.

Marin, Portefeuille für Ingenieure. Brünn, Buschack & Irrgang.

Neumann, Führer des Technikers. Weimar, B. F. Voigt.

Pollitzer, Der praktische Ingenieur und Baumeister. Brünn, Buschack & Irrgang. (Neue Ausgabe von Marin's Portefeuille.)

Querfurth, Weissbach's Ingenieur. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.

Reuleaux, Der Constructeur. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.

Ritter, Technische Mechanik. Hannover, C. Rümpler.

Redtenbacher-Grasshoff, Resultate aus dem Maschinenbau. München, F. Bassermann.

Sonndorfer, Oesterreichischer Architekten- und Ingenieur-Kalender. Wien, R. v. Waldheim.

Uhland, Ingenieur-Kalender 1880. Leipzig, Baumgärtner.

Weissbach, Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.

III. Hydraulik.

A. Hydromechanik.

Die **tropfbaren Flüssigkeiten** besitzen einen weit geringeren Zusammenhang (Cohäsion) als die festen Körper; indessen ist derselbe immer noch weit grösser als bei den gasförmigen Körpern. Die tropfbar flüssigen Körper werden, weil sie sich nur ganz unmerklich zusammendrücken lassen, häufig als **unelastische**, die gasförmigen im Gegensatz hierzu als **elastische** Flüssigkeiten bezeichnet.

Die **Lehre** von den **Flüssigkeiten** behandelt die Gesetze, welche dieselben im Zustand der Ruhe wie während der Bewegung befolgen; diejenige von den tropfbar flüssigen Körpern, als deren weitaus wichtigster Repräsentant das Wasser anzusehen ist, zerfällt in zwei Unterabtheilungen.

1. Hydrostatik,

d. i. die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Bei Aufstellung der nachstehenden Formeln setzt man vollkommenste Beweglichkeit der Flüssigkeit in allen ihren Theilen voraus, eine Annahme, die in Wirklichkeit nur näherungsweise erfüllt wird.

Wird auf eine Flüssigkeit ein Druck ausgeübt und bleibt erstere dabei im Gleichgewicht, so pflanzt sich dieser Druck nach allen Richtungen durch die flüssige Masse unverändert fort, und jedes Theilchen derselben erfährt einen gleichen Druck. Der Normaldruck auf eine ebene Fläche des umschliessenden Gefässes ist der Grösse der gedrückten Fläche proportional. Wird demnach auf einen Kolben vom Querschnitt F der Druck P ausgeübt, so ist man damit fähig, dem auf einen Kolben vom Querschnitt $F_1 = nF$ wirkenden Druck $P_1 = nP$ das Gleichgewicht zu halten. Dieser Druck ergiebt sich aus der Proportion $P : P_1 = F : F_1$ zu $P_1 = \frac{F_1}{F} \cdot P$. Auf dieses Gesetz gründen sich die Brahma-Pressen, Accumulatoren u. dergl.

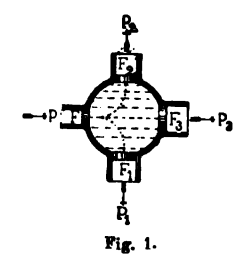


Fig. 1.

Der auf ein Flüssigkeitselement ausgeübte Druck, welcher durch das eigene Gewicht des Wassers hervorgebracht wird, ist um so grösser, je tiefer dasselbe unter dem Wasserspiegel liegt. In einer überall gleich weit von letzterem abstehenden Fläche müssen gleiche Drücke herrschen.

Unter alleiniger Einwirkung der Schwerkraft stellt sich die Oberfläche von Flüssigkeiten horizontal (bei grossen Ausdehnungen in sphärischer Gestalt) ein. Daher die Erscheinung: In communicirenden (d. h. miteinander in Verbindung stehenden) Gefässen stehen die Wasserspiegel gleich hoch (Princip der Canalwasserwaage).

Bei Einwirkung noch anderer Kräfte nimmt die Oberfläche andere Gestalt an (bei Gefässen, die um ihre verticale Axe rotiren, die eines Rotationsparaboloids, in den Zellen der Wasserräder mit horizontaler Drehungsaxe die nach concentrischen Kreiscylindern), immer aber steht jedes Flächenelement normal zur Richtung der auf dasselbe wirkenden Druckresultante.

Jede Flüssigkeit übt **auf den horizontalen Boden eines Gefässes** einen Druck aus, der gleich ist dem Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche der Boden, deren Höhe der Abstand dieses Bodens vom Wasserspiegel ist. Gleichgiltig ist dabei, ob der Querschnitt des Gefässes von unten nach oben sich vergrössert, gleich bleibt oder kleiner wird,

Der Normaldruck auf eine **ebene**, gleichviel ob **senkrechte** oder **schiefe, Wand** ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule, welche diese Wand zur Grundfläche und den Abstand des Schwerpunktes derselben vom Wasserspiegel zur Höhe hat. Diese Schwerpunktsentfernung heisst gewöhnlich die **Druckhöhe**.

Bezeichnet P in kg den Normaldruck auf das Flächenstück F in qm einer ebenen Gefässwand, γ das Gewicht der Volumeneinheit der Flüssigkeit (bei Wasser für 1 cbm $\gamma = 1000$ kg) und h in mm die Höhe der Flüssigkeitssäule über dem Boden des Gefässes, resp. über dem Schwerpunkte S des Flächenstückes AB der Seitenwand (Fig. 2), so ist $P = \gamma . F . h$.

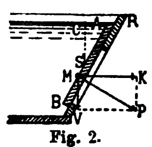


Fig. 2.

Man erhält den Druck, welchen ein beliebiges Element einer ebenen Gefässwand nach irgend einer bestimmten Richtung erfährt, wenn man die Projection dieses Elementes auf eine Ebene sucht, die rechtwinkelig zu der bezeichneten Richtung steht, und alsdann die Fläche der Projection mit der Druckhöhe multiplicirt, die der gedrückten Fläche zukommt.

Der Druck in einer beliebigen Richtung auf eine krumme Gefässwand ist gleich dem Druck einer Wassersäule, welche die rechtwinkelig zur bezeichneten Richtung genommene Projection der krummen Fläche zur Basis, die Druckhöhe der krummen Fläche aber zur Höhe hat.

Auf jedes Flächentheilchen einer Wand wird ein Druck ausgeübt, der um so grösser wird, je tiefer dieses Theilchen unter der Oberfläche liegt. Der Angriffspunkt der Mittelkraft all dieser auf die einzelnen Flächentheilchen ausgeübten Drücke ist der **Mittel-** oder **Angriffspunkt** (M) des Wasserdruckes. Derselbe liegt unter dem Schwerpunkt S der gedrückten Fläche (Fig. 2), sein Abstand vom Wasserspiegel ist $z = \frac{\text{Trägheitsmoment der Fläche}}{\text{Statisches Moment derselben}} = \frac{Fk^2}{Fs}$, beide Momente auf die gleiche Axe bezogen, welche in der Ebene der Fläche und im Wasserspiegel liegt; so für ein Rechteck, dessen eine Seite im Wasserspiegel liegt, $z = \frac{1/_3\, Fa^2}{1/_2\, Fa} = 2/_3\, a$, d. h. $2/_3$ von der Höhe der benetzten Wand.

Die ruhigstehende Flüssigkeit drückt einen in dieselbe eingetauchten Körper nach allen Horizontalrichtungen gleichmässig stark.

Die Mittelkraft aller senkrechten Druckkräfte wirkt selbstverständlich vertical und aufwärts; diese Kraft — der **hydrostatische Auftrieb** — ist gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit, also gleich dem Producte aus dem Volumen V des eingetauchten Körpertheiles und dem specifischen Gewicht γ der Flüssigkeit: $G_1 = V\gamma$. Der Angriffspunkt der Kraft liegt im Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit.

Der in ein flüssiges Medium eingetauchte Körper verliert darin soviel von seinem Gewicht, als das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit beträgt. Ist G das absolute Gewicht eines in Wasser untergetauchten Körpers, G_1 der Auftrieb, γ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, γ_1 die des Körpers, so hat man das **specifische Gewicht des Körpers** $E = \frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{G}{G_1} = \frac{\text{absolutes Gewicht}}{\text{Gewicht des verdrängten Wassers}}$. Hierauf gründet sich die Anwendung der Senkwaagen und Aräometer zur Ermittelung der Dichte von Flüssigkeiten.

Ein Körper von grösserem specifischen Gewicht als dem der Flüssigkeit sinkt, sich selbst überlassen, in letzterer nieder; ist derselbe von gleichem specifischen Gewicht, so schwebt er in derselben; derjenige Körper aber, dessen specifisches Gewicht geringer als das der ihn umgebenden Flüssigkeit ist, steigt in derselben auf und schwimmt auf ihr.

Damit sich ein auf ruhiger Flüssigkeit schwimmender Körper im Gleichgewicht befinde, ist ausser der Bedingung, dass das Gewicht des ganzen Körpers dem der verdrängten Flüssigkeit gleich sei, noch die zweite Bedingung zu erfüllen nöthig, dass der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers mit dem Schwerpunkte der verdrängten Flüssigkeit in derselben Verticallinie liege.

Ist ein zum Theil in das Wasser eingetauchter Körper nicht gleichartig dicht, fällt folglich der Schwerpunkt des eingetauchten Körpertheiles nicht mit dem des verdrängten Wassers zusammen und ist dieser Körper durch irgend eine Kraft aus der ursprünglichen aufrechten Gleichgewichtslage in eine neue schiefe Lage gebracht worden, ohne dass letztere eine ebensolche wäre, so entsteht eine Drehbewegung um eine durch den Schwerpunkt S gehende, horizontale Axe. Der Körper schwimmt mit Stabilität, wenn sein **Metacentrum**, d. i. der Durchschnittspunkt der Auftriebsrichtung mit der Mittellinie des Körpers über dessen Schwerpunkt liegt. Der Abstand beider Punkte ist ein Mass für die Grösse der Stabilität. (Figur 3.)

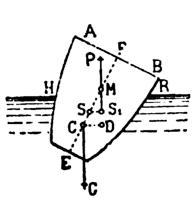


Fig. 3.

Ist b die Breite des Körpers im Niveau des Wasserspiegels, F der Inhalt des eingetauchten Querschnittes und e der Abstand des Schwerpunktes S des verdrängten Wassers vom Schwerpunkte C des Körpers, so ist die Stabilität des Körpers beim Neigungswinkel φ

$$s = \left(\frac{b^3}{12F} + e\right) G\varphi.$$

2. Hydrodynamik.

Theoretischer Ausfluss des Wassers.

Bei Aufstellung der hydrodynamischen Gleichungen macht man ausser der Voraussetzung der vollkommenen Beweglichkeit aller Flüssigkeitstheilchen noch folgende Annahmen: Dass während der Bewegung in der Flüssigkeit Continuität herrsche (also keine Hohlräume in deren Inneren auftreten); dass Beharrungszustand vorhanden sei (dass sich die Flüssigkeit an allen Stellen mit bestimmter Geschwindigkeit bewegt); dass im Innern der Flüssigkeit nicht plötzliche Geschwindigkeitsänderungen auftreten; dass die Wasserfäden sich parallel zueinander bewegen.

Bringt man im Boden oder in der Wand eines mit Wasser gefüllten Gefässes eine Oeffnung an, so wird das in der Nähe dieser Mündung befindliche Wasser theils durch sein Eigengewicht, theils durch den Druck der darüber liegenden Wasserschichten durch dieselbe hinausgetrieben. Der Abstand des Schwerpunktes der Oeffnung bis zum Wasserniveau heisst die **Druckhöhe.**

Fig. 4.

Die allgemeine theoretische Ausflussformel bei sich stetig änderndem Gefässquerschnitt (Fig. 4) ist: $\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + h$; wobei v_2 die Geschwindigkeit im oberen Wasserspiegel, v_1 die im unteren Wasserspiegel; p_2 den Druck im oberen, p_1 den im unteren Querschnitt, h die „mittlere Druckhöhe" bedeutet. Dabei gilt gleichzeitig die weitere Formel: $F_1 v_1 = F_2 v_2$, wenn F_2 den Querschnitt des Gefässes im oberen, F_1 denselben im unteren Querschnitt angiebt. Der Werth $\frac{p_2 - p_1}{\gamma}$ ist hierbei als Druckhöhe, als Höhe einer Wassersäule aufzufassen.

Setzt man das Verhältniss $\frac{F_1}{F_2} = m$, so berechnet sich nach Obigem $v_2 = \frac{F_1}{F_2} v_1 = m v_1$ und es geht obige Gleichung über in $\frac{v_1^2 (1 - m^2)}{2g} = h + \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$.

Ist der Druck im oberen Wasserniveau, p_2, und der an der Ausflussöffnung, p_1, gleich dem äusseren Atmosphärendruck p_o, so ergiebt sich die Formel: $\frac{v_1^2 (1 - m^2)}{2g} = h$; $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - m^2}}$.

Wenn endlich die Ausflussöffnung F_1 gegen F_2 verhältnissmässig sehr klein wird, sodass man näherungsweise $\frac{F_1}{F_2} = m = 0$ setzen kann, ergiebt sich die allgemein gebräuchliche Formel:

$$v_1 = \sqrt{2gh} = 4{,}429 \sqrt{h}; \quad h = \frac{v_1^2}{2g}.$$

Es ist also die Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers gleich der Endgeschwindigkeit eines von der Druckhöhe h frei herabfallenden Körpers.

Der nach den vorhergehenden Formeln berechneten Ausflussgeschwindigkeit v_1 entspricht beim Querschnitt F_1 der Mündung die pro Secunde ausströmende Wassermenge $Q_1 = F_1 v_1 = F_1 \sqrt{2gh} = 4{,}429\, F_1 \sqrt{h}$.

Diese Formeln gelten streng genommen nur für die Fälle, wo die Ausflussöffnungen sehr eng sind, und bei Oeffnungen im horizontalen Boden von Gefässen. Besitzen sie aber erhebliche Grösse, so ergeben sich andere Werthe.

So beim Ausfluss durch verticale Wände:

$v_1 = \frac{2}{3} \sqrt{2gh}$; $Q = \frac{2}{3} b h \sqrt{2gh}$ bei Fig. 5;

$v_1 = \frac{4}{15} \frac{2b_1 + 3b}{b_1 + b} \sqrt{2gh}$, wenn b_1 die Wasserspiegelbreite bei Fig. 6;

$v_1 = \sqrt{2gh} \left\{ 1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r}{h} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left(\frac{r}{h} \right)^4 \right\}$ bei Fig. 7;

Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

$v_1 = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2}$ bei Fig. 8;

$v_1 = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2}$ oder annähernd, wenn man die Oeffnungshöhe $h_1 - h_2 = a$ und die mittlere Druckhöhe $\frac{h_1 + h_2}{2} = h$ einführt: $v_1 = \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \right] \sqrt{2gh}$; bei Fig. 9 (rectangulärem Querschnitt).

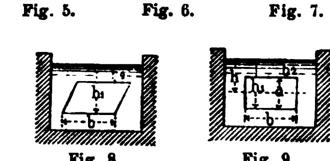


Fig. 8. Fig. 9.

Vorstehende Formeln setzen den Ruhezustand des Wassers im Gefässe voraus. In Wirklichkeit kommt indessen meistens das Wasser schon mit gewisser Geschwindigkeit c in der Ausströmungsrichtung an, welche die Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers vermehrt; die dieser Geschwindigkeit entsprechende Druckhöhe $\frac{c^2}{2g}$, die Geschwindigkeitshöhe, ist zu der vorhandenen Druckhöhe h hinzuzufügen und ist dann die gesammte wirksame Druckhöhe $h + \frac{c^2}{2g} = h + k$.

Die Ausflussmenge beträgt:

$$Q_1 = {}^2/_3\, b \sqrt{2g} \left[\left(h_1 + \frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} \right] = {}^2/_3\, b \sqrt{2g} \left[(h_1 + k)^{3/2} - (h_2 + k)^{3/2} \right]$$ für rectanguläre Mündungen (Fig. 9).

$$Q_1 = {}^2/_3\, b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} \right] = {}^2/_3\, b \sqrt{2g} \left[(h + k)^{3/2} - k^{3/2} \right]$$ für Ueberfälle (Fig. 5).

Beim Ausfluss unter Wasser erfolgt das Ausströmen von allen Punkten der Mündung mit gleicher Geschwindigkeit und ist die Druckhöhe gleich dem Abstande der Wasserspiegel.

Wirklicher Ausfluss des Wassers.

Die wirkliche oder effective Ausflussgeschwindigkeit v und Ausflussmenge Q ist stets **kleiner**, als sie sich nach den vorstehend gegebenen theoretischen Formeln herausstellt, und hat diese Erscheinung ihren Grund in den auftretenden Reibungen und der Contraction, d. h. Zusammenziehung der Wasserstrahlen. Ihre Grössen richten sich nach der Art und Beschaffenheit der Mündungen.

Wohlabgerundete und glatte Ausflussöffnungen. Hierfür ist die effective Ausflussgeschwindigkeit $v = 0{,}96\, v_1 - 0{,}98\, v_1$ (d. h. nur 96—98% der theoretischen), allgemein $v = \varphi v_1$ oder $v = \varphi \sqrt{2gh}$, wobei φ der Geschwindigkeitscoefficient, ein Correctionsfactor, der das Verhältniss der effectiven zur theoretischen Geschwindigkeit angiebt. Die in Wirklichkeit austretende Wassermenge Q ist dementsprechend auch kleiner als Q_1; der Coefficient, der das Verhältniss der wahren ausgeflossenen Wassermenge zur theoretischen angiebt, heisst der Ausflusscoefficient $\mu = \frac{Q}{Q_1}$.

Für wohlabgerundete Mündungen ist $\mu = \varphi = 0{,}96$—$0{,}98$.

Mündungen in dünner Wand. Die Ränder der Mündung werden nach dem Austritt hin abgeschrägt, sodass sie möglichst scharfe Kanten bilden (Fig. 10). Beim Ausfluss durch dieselben contrahirt sich der Wasserstrahl, er tritt nicht in parallelen Fäden aus. Bei kreisrunden Mündungen befindet sich die Stelle der grössten Contraction um $^1/_6$ des Durchmessers von der Ausflussstelle entfernt. Der Strahl erweitert und verengt sich von Strecke zu Strecke und verschieben sich die Anschwellungen und Einschnürungen beständig. Man nimmt an, dass diese Erscheinungen in dem Schwingen der Mündungsränder begründet sind. Tritt der Strahl aus quadratischen und rectangulären Mündungen, so dreht er sich continuirlich.

Fig. 10.

Im Mittel ist der Querschnitt des Strahles an der Stelle der stärksten Contraction 0,64 desjenigen der runden Ausflussöffnung. Der dieses Verhältniss angebende Factor, der Contractionscoefficient α, ist demnach $= 0{,}64$.

Infolge der Contraction sowie der durch die Reibung verminderten Ausflussgeschwindigkeit (der Geschwindigkeitscoefficient ist im Mittel $\varphi = 0{,}97$) ist die wirklich ausfliessende Wassermenge kleiner als die theoretische. Die Contraction vermindert den Strahlquerschnitt auf das 0,64 fache des theoretischen, die Reibung aber die Geschwindigkeit im Mittel auf das 0,97 fache der theoretischen Geschwindigkeit (mittlerer Geschwindigkeitscoefficient $\varphi = 0{,}97$); demnach ist die wirklich ausfliessende Wassermenge eine weit geringere und der Ausflusscoefficient ergiebt sich $\mu = \alpha \,.\, \varphi = 0{,}64 \,.\, 0{,}97 = 0{,}615$, d. h. die wirklich ausfliessende Wassermenge ist nur $61\,^1/_2$% der theoretischen.

Die Contraction schreibt man dem seitlichen Andrängen der Flüssigkeit gegen die Mündung zu.

Kann dieses Zuströmen von allen Seiten, längs des ganzen Umfanges der Mündung erfolgen, so heisst die Contraction vollständig, und dass sie dies werde, muss die Kante der Oeffnung vom benachbarten Boden oder von den Seitenwänden des Behälters wenigstens um das $1-1\,^1/_2$ fache ihrer kleinsten Dimension entfernt sein.

Unvollständig ist die Contraction dann, wenn das Wasser von einer oder mehreren Seiten am Zuströmen verhindert ist.

Bezeichnet p den ganzen, u den Theil des Umfanges, auf dem keine Contraction stattfindet, μ_1 den Ausflusscoefficienten bei unvollständiger, μ denjenigen bei vollständiger Contraction, so ist:

$\mu_1 = \mu \left(1 + 0{,}128 \frac{u}{p} \right)$ für kreisförmige Mündungen; $\mu_1 = \mu \left(1 + 0{,}1523 \frac{u}{p} \right)$ für quadratische Mündungen;

$\mu_1 = \mu \left(1 + 0{,}155 \frac{u}{p} \right)$ für Poncelet-Mündungen.

Vollkommen heisst die Contraction, wenn das Wasser vor der Mündung als in Ruhe befindlich angesehen werden kann, **unvollkommen**, wenn es sich in bewegtem Zustande befindet, durch ein Rohr oder ein Gerinne schon eine Bewegung in der Richtung des Ausströmens erhält.

Tabelle über die Ausflusscoefficienten μ für den Ausfluss bei vollständiger und vollkommener Contraction aus rectangulären Mündungen in verticaler Wand; $Q = \mu F \sqrt{2\, g\, h}$; die Wasserstände sind da zu messen, wo das Wasser vollkommen ruhig ist. (Siehe nebenstehende Tabelle.)

$\frac{h_1 - h_2}{m}$	$h_2 =$ 0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2
0,20	—	0,572	0,578	0,582	0,585	0,587	0,588	0,589	0,591	0,592	0,598
0,10	0,593	0,596	0,600	0,603	0,605	0,607	0,609	0,610	0,610	0,611	0,615
0,05	0,612	0,615	0,620	0,623	0,625	0,627	0,628	0,629	0,629	0,630	0,630
0,03	0,632	0,634	0,638	0,640	0,640	0,640	0,639	0,638	0,637	0,637	0,633
0,02	0,660	0,659	0,659	0,658	0,658	0,657	0,656	0,656	0,655	0,654	0,648
0,01	0,697	0,694	0,688	0,683	0,679	0,676	0,673	0,670	0,668	0,666	0,655

$\frac{h_1 - h_2}{m}$	$h_2 =$ 0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,3	1,5	2	3
0,20	0,600	0,602	0,603	0,604	0,604	0,605	0,605	0,605	0,603	0,602	0,601	0,601
0,10	0,616	0,617	0,617	0,617	0,616	0,616	0,615	0,615	0,613	0,611	0,607	0,603
0,05	0,629	0,628	0,628	0,627	0,627	0,627	0,626	0,626	0,622	0,620	0,613	0,606
0,03	0,632	0,631	0,630	0,630	0,629	0,629	0,628	0,628	0,624	0,620	0,612	0,608
0,02	0,644	0,642	0,640	0,638	0,637	0,636	0,634	0,633	0,625	0,619	0,612	0,610
0,01	0,650	0,647	0,644	0,642	0,640	0,637	0,635	0,632	0,622	0,615	0,611	0,609

Tabelle über das Verhältniss des Ausflusscoefficienten bei unvollkommener Contraction zu dem bei vollkommener Contraction für den Ausfluss bei vollständiger und unvollkommener Contraction:

$$n = \frac{F}{F_1} = \frac{\text{Querschnitt der Mündung}}{\text{Querschnitt des ankommenden Wassers}}.$$

$n =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
$\frac{\mu_1}{\mu} =$	1,019	1,042	1,071	1,107	1,152	1,208	1,278	1,365	1,473	1,608	für rectanguläre Mündungen.
$\frac{\mu_2}{\mu} =$	1,014	1,034	1,059	1,092	1,134	1,189	1,260	1,351	1,471	1,613	für kreisrunde Mündungen.

Bei Ausflussöffnungen in verticaler Wand mit äusserem Ansatzgerinne ergeben sich andere Werthe für μ, wie sich aus folgender Tabelle erkennen lässt.

Coefficienten für eine Oeffnung in verticaler Wand mit äusserem Gerinne.

Contraction auf allen 4 Seiten. (Fig. 11 und 12.)

Fig. 11. Fig. 12.

$\frac{h_1 - h_2}{m}$	$h_2 =$ 0,010	0,015	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080
0,20	—	0,471	0,480	0,493	0,503	0,511	0,518	0,525	0,531
0,10	0,458	0,472	0,484	0,507	0,527	0,544	0,557	0,568	0,576
0,05	0,447	0,468	0,488	0,525	0,555	0,577	0,594	0,606	0,614

$\frac{h_1 - h_2}{m}$	$h_2 =$ 0,090	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	1,000	2,000	3,000
0,20	0,537	0,542	0,574	0,591	0,597	0,599	0,601	0,601	0,601
0,10	0,582	0,586	0,606	0,612	0,615	0,615	0,615	0,607	0,603
0,05	0,620	0,624	0,631	0,629	0,626	0,625	0,624	0,613	0,606

Contraction auf 3 Seiten. (Fig. 13 und 14.)

Fig. 13. Fig. 14.

$\frac{h_1 - h_2}{m}$	$h_2 =$ 0,010	0,015	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080
0,20	—	—	0,480	0,493	0,502	0,510	0,517	0,523	0,528
0,05	0,435	0,463	0,487	0,526	0,552	0,571	0,583	0,592	0,598
0,01	0,571	0,596	0,616	0,642	0,660	0,670	0,676	0,680	0,682

$\frac{h_1 - h_2}{m}$	$h_2 =$ 0,090	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	1,000	2,000	3,000
0,20	0,533	0,538	0,566	0,580	0,587	0,592	0,600	0,602	0,601
0,05	0,602	0,605	0,617	0,622	0,625	0,626	0,628	0,623	0,618
0,01	0,683	0,682	0,679	0,673	0,672	0,671	0,665	0,654	0,652

In der Praxis sind die Mündungen, Schützen, Oeffnungen u. dergl. in der Regel zwischen zwei verticalen Balken oder Pfosten angebracht; am unteren Theil der Oeffnung sind die Balken durch eine horizontale Schwelle verbunden, auf welcher die niedergelassene Schütze aufsitzt.

Sind die Kanten abgerundet, wie dies in Wirklichkeit meist der Fall ist, so ergeben sich etwas grössere Coefficienten als bei scharfen Kanten; indessen beträgt die Differenz immer wenig, etwa $^1/_{35}$ des ganzen Werthes, sodass sie in der Praxis meistens vernachlässigt werden kann.

Schief gestellte Schützen müssen naturgemäss grössere Ausflusscoefficienten im Gefolge haben als verticale, indem die Contraction besonders am oberen Rande der Oeffnung vermindert wird.

Poncelet's Versuche mit einer geneigten Schütze. Neigung der Schütze ca. 60^0 gegen den Horizont.

Senkrecht gemessene Höhe der Oeffnung in m	Höhe des Wasserstandes über der Schwelle in m	Contractionscoefficient
0,304	1,415	0,737
0,304	1,600	0,742
0,220	1,540	0,751

Der mittlere Werth des Contractionscoefficienten beträgt hiernach 0,743.

Andere Versuche, welche Poncelet mit einer um 45^0 gegen den Horizont geneigten Schütze anstellte, bei welcher am Grund und zu beiden Seiten die Contraction aufgehoben war, ergaben 0,80 als Ausflusscoefficienten.

Ist weder am Boden, noch an den Seiten der Oeffnung Contraction vorhanden, so wird der Coefficient $\alpha = 1 - 0{,}0043\,\gamma^0$, wenn γ den Neigungswinkel der Schütze gegen den Horizont bezeichnet.

Für $\gamma = 40^0$ 45^0 50^0 55^0 60^0
wird $\alpha =$ 0,83 0,81 0,79 0,76 0,74 } die Höhe der Oeffnung ist dabei senkrecht zu messen.

Ein in gewisser Entfernung hinter der Schütze vorhandener Motor übt einen wesentlichen Einfluss auf die ausfliessende Wassermenge, welcher von der Leichtigkeit des Eintrittes in die Schaufeln oder Zellen, von der Umdrehungsgeschwindigkeit und dem Füllungsgrade abhängig ist. Die bei sich drehendem Motor durch eine Schützenöffnung oder einen Ueberfall fliessende Wassermenge ist oft nicht über 60% von derjenigen beim Austritt in die freie Luft.

Ueberfälle. Reicht die Ausflussöffnung über die Wasseroberfläche, so entsteht ein Ueberfall (Fig. 15). Derselbe ist vollkommen, wenn der Wasserspiegel des abfliessenden Wassers unter der Scheitelkante des Ueberfalles liegt; liegt er dagegen höher als jene Oberkante, so spricht man von einem unvollkommenen Ueberfall.

Fig. 15.

Die wirklich ausfliessende Wassermenge bei vollkommenem Ueberfall ist nach der Formel zu berechnen: $Q = k\,b\,h\sqrt{2\,g\,h}$; hierin ist h die Höhe des Niveaus über dem Scheitel des Ueberfalles in m, gemessen an einer Stelle, wo das Wasser ruhig steht und eine Niveausenkung noch nicht stattfindet, also mindestens 1 m von der Ueberfallschwelle entfernt; b die Breite der Austrittsöffnung in m und k ein Coefficient, der sowohl die Geschwindigkeit als die Contraction in Berücksichtigung zieht und besonders von dem Verhältniss der Breite b der Ausflussöffnung und der Gesammtbreite B des Canales — der relativen Breite des Ueberfalles — abhängig ist.

Nach Versuchen von Lesbros, wo $b = 0{,}20$ m und wo die Krone sich 0,54 m über dem Boden befand, ergeben sich folgende Werthe für die Coefficienten k:

Werth von $\frac{b}{B}$	Werthe von k bei einer Druckhöhe von							
	0,02 m	0,04 m	0,06 m	0,09 m	0,12 m	0,18 m	0,25 m	0,30 m
0,054	0,412	0,407	0,401	0,396	0,394	0,392	0,379	0,371
0,156	0,428	0,416	0,407	0,400	0,396	0,393	0,383	0,375
0,833	0,444	0,429	0,424	0,421	0,420	0,424	0,422	0,418
1,000	0,473	0,449	0,437	0,434	0,434	0,432	0,428	0,424

Für einen Ueberfall von der Breite des Canales selbst $\left(\frac{b}{B} = 1\right)$ ist die ausfliessende Wassermenge:

$$Q = 0{,}443\,b\,h\sqrt{2\,g\,h},$$

wobei der Ueberfall in dünner Wand und verticaler Stellung angebracht und mit scharfer Kante versehen ist. Die Druckhöhe darf indessen hierbei nicht mehr als $^1/_3$ der Höhe der Schwelle über dem Canalboden betragen, eine Bedingung, die meistens in der Praxis erfüllt wird.

Liegt die Druckhöhe zwischen den Werthen 0,03 m und 0,22 m, so kann man nach d'Aubuisson für jede Breite des Ueberfalles einen mittleren Werth für den Ausflusscoefficienten annehmen; der Werth desselben wird demnach nur von dem Verhältniss der Canal- und Ueberfallbreite beeinflusst und ist

für die relative Breite = 1,00 0,90 0,80 0,70 0,60 0,50 0,40 0,30 0,25
der Coefficient k . . = 0,443 0,438 0,431 0,423 0,416 0,410 0,405 0,399 0,398.

Ist die Wand unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigt (Fig. 16), so ergiebt sich für $\alpha = 45^0$, $k = 0{,}467$; für $\alpha = 63\,^1/_2{}^0$, $k = 0{,}447$.

Unvollkommene Ueberfälle (Fig. 17) entstehen, wenn der verticale Abstand des Ober- und Unterwasserspiegels kleiner ist als die Höhe des Oberwasserspiegels über dem Scheitel des Ueberfalles.

Bei Bestimmung der Wassermenge denkt man sich den Wasserkörper von der Höhe mi in zwei Theile getrennt; der Theil von der Höhe mn ist als vollkommener Ueberfall mit der Druckhöhe $mn = h$ anzusehen; den darunter liegenden Theil von der Höhe $ni = c$ kann man dagegen als unter Wasser ausfliessend betrachten, wobei die Druckhöhe gleich ist der Niveaudifferenz $mn = h$.

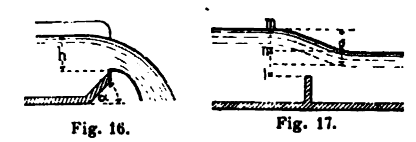


Fig. 16. Fig. 17.

Hiernach ist die allgemeine Formel für den Ausfluss: $Q = \frac{2}{3}\mu \,.\, b \,.\, h\sqrt{2gh} + cb\mu_1 \,.\, \sqrt{2gh}$.

Ausfluss des Wassers aus Röhren. Ansatzröhren. Hierbei werden scharfe Kanten vorausgesetzt. Bedeutet l die Länge, d den Durchmesser des cylindrischen Rohres, so gelten für μ, den Ausflusscoefficienten, folgende Tabellenwerthe:

Für kurze cylindrische Ansatzröhren $\left(\frac{l}{d} = 2{,}5—3{,}5\right)$, Fig. 18, ist im Mittel: $\mu = \frac{Q}{Q_1} = 0{,}815 = \varphi$.

für $\frac{l}{d} =$	1	2—3	12	24	36	48	60
$\mu =$	0,88	0,82	0,77	0,73	0,68	0,63	0,6

Fig. 18.

Sitzt die kurze Ansatzröhre an einer Wand und ist $m = \frac{\text{Röhrenquerschnitt}}{\text{Inhalt der Wandfläche}}$, so berechnet sich der Ausflusscoefficient μ_1 nach $\mu_1 = \mu\,(1 + 0{,}102\,m + 0{,}067\,m^2 + 0{,}046\,m^3)$; das Wasser tritt mit unvollkommener Contraction in die Röhre.

Hiernach ist für

$m =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{\mu_1}{\mu} =$	1,013	1,027	1,043	1,06	1,08	1,102	1,127	1,152	1,181

Bei inneren Ansatzröhren mit scharfen Kanten contrahirt sich der Strahl sehr stark, dann ist $\mu = 0{,}500$, oder er strömt besenförmig aus, dann ist $\mu = 0{,}707$.

Für innere Röhren mit Flanschen ist $\mu = 0{,}815$.

Für konisch convergente Ansatzröhren (Fig. 19) wird μ grösser als bei cylindrischen; die ausfliessende Wassermenge ist ein Maximum für die Convergenzwinkel von 12—14°. Für Röhren, wo das Product der austretenden Wassermenge mit der Geschwindigkeit oder Strahlhöhe ein Maximum sein soll, also besonders bei den Mundstücken von Feuerspritzenröhren, ist die Anwendung unter diesen Winkeln convergirender Austrittsröhren wohl zu empfehlen.

Konisch divergente Ansatzröhren (Fig. 20) ergeben bedeutend niedrigere Ausflusscoefficienten als cylindrische.

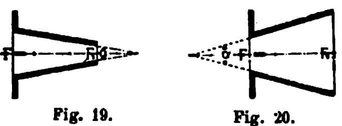


Fig. 19. Fig. 20.

Widerstandscoefficienten. Die effective Austrittsgeschwindigkeit ist nach dem Vorhergehenden stets kleiner, als sie sich nach theoretischen Berechnungen einer gegebenen Druckhöhe entsprechend herausstellt. Die gesammte Druckhöhe wird theils zur Erzeugung der effectiven Geschwindigkeit v, zum anderen Theil zur Ueberwindung der Widerstände, besonders der Reibung der Flüssigkeitstheilchen aneinander, sowie an den umgebenden Wandungen verwendet.

Der Widerstandscoefficient (ζ) giebt das Verhältniss der verlorenen Druckhöhe zur wirklich nutzbar verwertheten an.

Ist h die disponible Druckhöhe, $h_1 = \frac{v^2}{2g}$ die verwerthete, h_2 die verlorene Druckhöhe, so folgt

$$\zeta = \frac{h_2}{h_1};\ h_2 = \zeta h_1 = \zeta\frac{v^2}{2g} \text{ und } h = h_1 + h_2 = \frac{v^2}{2g}\,(1 + \zeta).$$

Für abgerundete Mündungen und Mündungen in dünner Wand ist $\zeta_2 = 0{,}063$ (entsprechend einem mittleren Werthe von $\varphi = 0{,}97$). In der Technik wird er gewöhnlich etwas grösser, nämlich $\zeta = 0{,}1$ genommen. Für den Eintritt in cylindrische Ansatzröhren $\zeta_1 = 0{,}505$ ($\varphi = 0{,}815$).

Bewegung des Wassers in geschlossenen Rohrleitungen. Die zur Bewegung von Wasser erforderliche Kraft setzt man abhängig von der Oberfläche des Wasserkörpers voraus, proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit und abhängig von der Substanz, der Beschaffenheit der Flüssigkeit. Die aufzuwendende Kraft muss durch einen Betrag der gesammten Druckhöhe erzeugt werden; dieser Theil ist die durch Reibung verlorene Druckhöhe. Entsprechend unserer Voraussetzung ist, wenn mit ζ der Widerstandscoefficient der Flüssigkeit bezeichnet wird, der Verlust durch Reibung im Rohre $\zeta \,.\, \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$; da

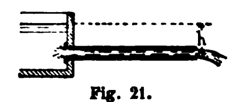


Fig. 21.

die beim Eintritt ins Rohr verlorene Druckhöhe $\zeta_1 . \frac{v^2}{2g}$ und die zur Erzeugung der Geschwindigkeit v wirklich verwerthete Druckhöhe $= \frac{v^2}{2g}$ ist, so ergiebt sich folgende Gleichung für die ganze disponible Druckhöhe:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}; \text{ hieraus } v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_1 + \zeta \cdot \frac{l}{d}}}; \quad Q = Fv = F\sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_1 + \zeta \cdot \frac{l}{d}}};$$

der Widerstandscoefficient ζ ist nicht constant, nimmt vielmehr, wie durch zahlreiche Versuche erwiesen ist, mit wachsender Geschwindigkeit ab; Weisbach gab daher für denselben folgende Formel: $\zeta = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}}$ und ist dabei nach Zeuner die Constante $\alpha = 0,014312$, die Constante $\beta = 0,010327$ zu nehmen.

Nach dieser Formel ergiebt sich

für v in m	der Reibungscoefficient ζ
0,25	0,03500
0,50	0,02892
1,00	0,02464
2,00	0,02161
5,00	0,01893

Durchschnittlich $\zeta = 0,025$.

Für einen rechteckigen Querschnitt mit den Seiten a und b ist für $\zeta . \frac{l}{d}$ der Ausdruck $\zeta . \frac{a+b}{2ab} . l$ und für einen beliebigen Querschnitt U und Inhalt J ist für $\zeta . \frac{l}{d}$ der Ausdruck $\frac{\zeta}{4} \cdot \frac{U}{J} \cdot l$ zu setzen.

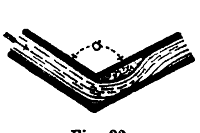
Die Wassermenge, welche man durch eine Röhrenleitung von bekannten Dimensionen und gegebenem Gefälle erhält, ist $Q = \frac{\pi d^2}{4} . v = 0,7854\, d^2 v$; die Geschwindigkeit ist aber $v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1,505 + \zeta \frac{l}{d}}} = \frac{4Q}{\pi d^2} = 1,2732 \frac{Q}{d^2}$.

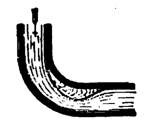
Tabelle über die Wassermenge Q in cbm pro Minute, welche eine Röhrenleitung vom Durchmesser d in m bei der Geschwindigkeit $v = 1$ m giebt:

d	Q	d	Q	d	Q	d	Q	d	Q	d	Q
0,010	0,0047	0,033	0,0513	0,080	0,3016	0,180	1,5268	0,333	5,2360	0,470	10,4140
0,015	0,0095	0,040	0,0754	0,100	0,4712	0,200	1,8850	0,366	6,3146	0,525	13,0000
0,020	0,0188	0,050	0,1178	0,120	0,6786	0,250	2,9452	0,400	7,5398	0,750	26,5070
0,025	0,0295	0,065	0,1991	0,160	1,2064	0,300	4,2412	0,420	8,3126	1,000	47,1240

Für $v = 2$ m ist Q das Doppelte u. s. w.

Bei Richtungsänderungen und Verengungen ergeben sich noch weitere Verluste an Druckhöhen in den Rohrleitungen, sowie entsprechende Widerstandscoefficienten.


Fig. 22.


Fig. 23.

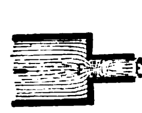
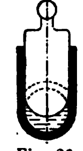
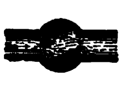

Fig. 24.


Fig. 25.


Fig. 26.


Fig. 27.

Für Knierohre (Fig. 22) ist $h_3 = \zeta_3 \frac{v^2}{2g} = \left(0,9457\, sin^2 . \frac{\delta}{2} + 2,047\, sin^4 . \frac{\delta}{2}\right) \frac{v^2}{2g}$, $\frac{\delta}{2} =$ halber Bricol- oder Ablenkungswinkel; für gekrümmte Rohre (Fig. 23): $h_4 = \zeta_4 \frac{v^2}{2g} = \left[0,131 + 1,847 \left(\frac{d}{2\varrho}\right)^{3/2}\right] \frac{v^2}{2g}$, wobei d der Durchmesser, ϱ der Krümmungsradius des Rohres ist; für plötzliche Erweiterungen im Rohre: $h_5 = \zeta_5 \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{F}{F_1} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$; für plötzliche Verengungen im Rohre (Fig. 24): $h_6 = \zeta_6 \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$, wobei α der Contractionscoefficient für die Verengung ist; für Drosselklappen (Fig. 25): $h_7 = \zeta_7 \frac{v^2}{2g}$. Hierin ist bei:

$\beta =$	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°
$\zeta_7 =$	0,52	1,54	3,91	10,8	18,7	32,6	118	751

Für Schieber in cylindrischen Röhren (Fig. 26): $h_8 = \zeta_8 \frac{v^2}{2g}$, wobei:

für $\frac{s}{a} =$	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	s = abgesperrter Querschnitt.
$\zeta_8 =$	0,00	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8	a = Rohrquerschnitt.

Für **Hähne** in cylindrischen Röhren (Fig. 27): $h_9 = \zeta_9 \frac{v^2}{2g}$:

Stellwinkel =	10°	20°	30°	40°	50°	60°	65°	82°
ζ_9 =	0,29	1,56	5,47	17,3	52,6	206	486	∞

Die **hydrodynamische Druckhöhe**, d. i. die Druckhöhe für einen Punkt des Gefässes im bewegten Zustande der Flüssigkeit ist gleich der für diesen Punkt geltenden hydrostatischen Druckhöhe oder der Druckhöhe im Gleichgewichtszustande der Flüssigkeit (also gleich dem verticalen Abstand des betreffenden Punktes von der Oberfläche der Flüssigkeit), vermindert um die Differenz der Geschwindigkeitshöhen des Wassers an dieser und an der Eintrittsstelle: $\frac{p_1}{\gamma} = h + \frac{p_2}{\gamma} - \left(\frac{v_1{}^2 - v_2{}^2}{2g}\right)$.

Ist hiernach an einer Stelle des Gefässes der Querschnitt so klein, die Geschwindigkeit demzufolge so gross, dass $\frac{v_1{}^2 - v_2{}^2}{2g} > h$, so ist der Ausdruck $\left(h - \frac{v_1{}^2 - v_2{}^2}{2g}\right)$ eine negative Grösse ($= - a$) und $\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} - a$.

Für diese Stelle im Gefässe ist der Druck kleiner als derjenige auf den Wasserspiegel; ist letzterer der Atmosphärendruck und setzt man die zu untersuchende Stelle des Gefässes durch eine Oeffnung in der Gefässwand mit der äusseren Atmosphäre in Verbindung, so tritt nicht nur kein Wasser aus, sondern es wird sogar Luft von aussen angesaugt und mitgerissen. Bringt man mit der Oeffnung eine nach unten gerichtete offene und in Wasser eingetauchte Röhre in Verbindung, so steigt das Wasser bis zu einer gewissen, der Druckdifferenz entsprechenden Höhe über das Niveau des Gefässes, in welches die Röhre taucht.

Bei der Anlage grosser Leitungen, Röhrennetze u. s. w. kommt es hauptsächlich darauf an, die Dimensionen und Röhrenweiten so zu bemessen, dass an den Endpunkten noch eine gewisse vorgeschriebene Druckhöhe herrsche.

Bei diesen Anlagen umgeht man in den Hauptleitungen möglichst die Anwendung von Knieen, nur Krümmungen von grossem Radius finden Verwendung. Zur Vereinfachung der Rechnung werden auch diese nicht berücksichtigt, sondern einzig die Röhrenreibung in Betracht gezogen. Dafür nimmt man aber den Werth des Reibungswiderstandes grösser, als er wirklich ist ($\zeta = 0{,}025$), nämlich nach d'Aubuisson $\zeta = 0{,}0284$; Dupuit $\zeta = 0{,}0303$; Bürkli $\xi = 0{,}0482$.

Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen.

Man unterscheidet natürliche und künstliche offene Wasserläufe; die ersteren trennt man in Ströme, Flüsse, Bäche, zu den zweiten sind zu rechnen Canäle, Gräben, Gerinne. Bei all diesen Wasserläufen unterscheidet man das **Bett** oder die **Sohle** und die beiden **Ufer**. Eine Ebene winkelrecht zur Bewegungsrichtung des Wassers giebt den **Querschnitt**, dessen Umfang das **Querprofil**; ein Schnitt in der Längsrichtung des fliessenden Wassers den **Längendurchschnitt** und das **Längenprofil** desselben.

Der **benetzte Umfang** ist der vom Wasser berührte Theil des Querprofiles. Der verticale Abstand (h) zweier Punkte in der Oberfläche des Wassers heisst das **Gefälle**.

Das Gefälle für die Längeneinheit heisst das **relative Gefälle** (Rösche) und ist $i = \frac{h}{l}$, wenn l die dem Gefälle h entsprechende Länge in der Wasserbewegungsrichtung ist.

Für Canäle, welche der Bewässerung und Schifffahrt dienen, setzt man das relative Gefälle: $\frac{h}{l} = 0{,}15‰$ bis $0{,}3‰$, für Bewässerungscanäle $\frac{h}{l} = 0{,}06‰$ bis $0{,}25‰$, für Aufschlaggräben $\frac{h}{l} = {}^1/_{2000}$ bis ${}^1/_{2500}$, für Abführcanäle $\frac{h}{l} = {}^1/_{500}$ bis ${}^1/_{1000}$.

Die Geschwindigkeit des Wassers ist nach dem benetzten Umfang hin wegen der dort auftretenden Hindernisse kleiner als in der Mitte. In den Punkten, die am weitesten von dem ganzen benetzten Umfang abliegen, herrscht die grösste Geschwindigkeit. Die Verbindung aller Punkte mit Maximalgeschwindigkeit heisst der **Stromstrich**. Bei Krümmungen geht der Stromstrich über die Mitte des Flusslaufes nach aussen, gegen das concave Ufer.

Die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers nimmt auch in verticaler Richtung von oben nach unten (im Perpendikel) ab, indem die den Bettwänden näher liegenden Wassertheile in ihrer Bewegung mehr aufgehalten werden und daher langsamer fliessen als die entfernteren.

Nach älteren Annahmen soll die Geschwindigkeitsabnahme nach dem Boden hin in einer geraden Linie erfolgen; hiernach wäre die mittlere Geschwindigkeit gleich der Geschwindigkeit in der Mitte zwischen Boden und Spiegel und soll betragen nach Versuchen von Brünings und Funk $v_m = 0{,}915\, v_o$, wenn v_o die Maximalgeschwindigkeit oder die Geschwindigkeit an der Oberfläche bezeichnet.

Nach den Versuchen von Humphreys und Abbot bildet die Curve, welche die Geschwindigkeiten angiebt, eine Parabel, deren Axe horizontal und etwas unter dem Spiegel liegt. Der Scheitel hebt sich

bei abwärts wehendem Wind, bei aufwärts wehendem senkt er sich etwas. In der Mitte der Höhe des Querschnittes bleibt nach diesen Experimentatoren die Geschwindigkeit unter allen Umständen constant.

Nach älteren Versuchen soll die Geschwindigkeit vom Stromstriche aus nach den Ufern zu ebenso abnehmen, wie nach der Tiefe; hiernach können wir die mittlere Oberflächengeschwindigkeit dem Früheren entsprechend annehmen gleich 0,915 v_o und erhalten alsdann die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofile: $v = 0{,}915 \, . \, 0{,}915 \, . \, v_o = 0{,}837 \, v_o$, d. i. 83 bis 84% der Maximal- oder Stromstrichgeschwindigkeit. Eine Bestimmung der Wassermenge in dieser Weise ist natürlich sehr roh und unzuverlässig.

Nach Versuchen Dubuat's, welche an kleinen Gräben ausgeführt wurden, leitet Prony eine für solche Fälle jedenfalls genauere Formel ab: $v = \frac{2{,}372 + v_o}{3{,}153 + v_o} \, . \, v_o$ in m.

Dieselbe ergiebt für die Geschwindigkeit von $v_o = 1$ m, die mittlere Geschwindigkeit im Querschnitt $v = 0{,}81 \, v_o$.

Die Bewegung des Wassers in Betten ist auf eine gewisse Strecke entweder gleichförmig oder ungleichförmig; **gleichförmig** dann, wenn die mittlere Geschwindigkeit in allen Querschnitten dieser Länge sich gleichbleibt und demnach auch die Inhalte der Querschnitte gleich sind, **ungleichförmig** dagegen, wenn die mittleren Geschwindigkeiten sowie die Inhalte von den einzelnen Querschnitten verschiedene sind.

Bei gleichförmiger Bewegung wird die vorhandene Druckhöhe einzig und allein zur Ueberwindung der entgegenstehenden Reibung verwendet, da das Wasser mit derselben Geschwindigkeit fortfliesst, mit der es zuströmt, und demnach eine Geschwindigkeit weder frei noch gebunden wird. Die Kraft zur Ueberwindung der Reibung hängt ab von der benetzten Fläche, ist also dem Product aus benetztem Umfang U und der Streckenlänge proportional; sie wird proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit des durchströmenden Wassers angenommen und ist abhängig von der Art der Flüssigkeit. Die entsprechende Druckhöhe ist demnach $h = \zeta \, . \, \frac{l \, . \, U}{F} \, . \, \frac{v^2}{2g}$, wobei ζ, eine Erfahrungszahl, den Coefficienten des Reibungswiderstandes ausdrückt. $\frac{h}{l} \, . \, \frac{F}{U} = \zeta \, . \, \frac{v^2}{2g}$.

$\frac{h}{l} = i$ ist das relative Gefälle, d. h. das Gefälle für die Längeneinheit; $\frac{F}{U} = r$ nennt man den mittleren Profilradius. Hiernach $i \, . \, r = \zeta \, . \, \frac{v^2}{2g}$.

Nach Eytelwein ist hierbei zu setzen $\zeta = 0{,}007565$, daher $i \, . \, r = 0{,}007565 \, . \, \frac{v^2}{2g}$; $v = \sqrt{\frac{2g}{\zeta} \, . \, i \, . \, r} = 50{,}9 \sqrt{i \, . \, r}$. Der Werth von ζ ist indessen nach diesbezüglichen Versuchen nicht constant, sondern ebenso wie bei Röhren grösser bei kleinen, kleiner bei grossen Geschwindigkeiten.

Nach Weisbach setze man $\zeta = 0{,}007409 \left(1 + \frac{0{,}05853}{v}\right)$. Danach ist

für die Geschwindigkeit v in m =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
der Widerstandscoefficient ζ =	0,01175	0,00958	0,00885	0,00849	0,00828	0,00818	0,00803	0,00795	0,00789
für die Geschwindigkeit v in m =	1	1,2	1,5	2	3	4	5		
der Widerstandscoefficient ζ =	0,00784	0,00777	0,00771	0,00763	0,00755	0,00752	0,00750.		

Nach Bazin und Darcy wird die jedenfalls berechtigte Voraussetzung gemacht, dass die Beschaffenheit der Wandungen und die Gestalt des Querschnitts von änderndem Einfluss auf die erforderliche Druckhöhe sei; man setzt dieselbe aber auch hier dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional und schreibt $i \, . \, r = \alpha \left(1 + \frac{\beta}{r}\right) v^2$, wenn α und β von der Art und Beschaffenheit der Wandflächen abhängige Constanten sind. $v = \sqrt{\frac{i \, . \, r}{\alpha\left(1 + \frac{\beta}{r}\right)}} = \sqrt{\frac{h}{l \, . \, \alpha \left(1 + \beta \, . \, \frac{U}{F}\right) \, . \, \frac{U}{F}}}$; Hierin wähle man:

1) Für sehr glatte Wände, mit Cement geputzt oder aus gehobelten Bretern: $\alpha = 0{,}00015$; $\beta = 0{,}03$.

2) Für gewöhnlich gemauerte, aber gut ausgestrichene Canäle aus behauenen Steinen, Ziegeln, oder auch gewöhnliche rohe Bretercanäle: $\alpha = 0{,}00019$; $\beta = 0{,}07$.

3) Für wenig glatte Wände, Mauerung aus Bruchstein: $\alpha = 0{,}00024$; $\beta = 0{,}25$.

4) Für Canäle in natürlichem Boden: $\alpha = 0{,}00028$; $\beta = 1{,}25$.

5) Für Flüsse, die Geschiebe mit sich führen (nach Kutter): $\alpha = 0{,}00040$; $\beta = 1{,}75$.

Unterschiede in den Resultaten der sehr genauen Messungen von Bazin veranlassten Gauckler, zwei verschiedene Rechnungsformeln aufzustellen, je nachdem das relative Gefälle $i = \frac{h}{l}$ grösser oder kleiner als 0,0007 ist, nämlich $\sqrt{v} = \alpha \sqrt[3]{r} \, . \, \sqrt[4]{i}$ für $i > 0{,}0007$; $\sqrt[4]{v} = \beta \sqrt[3]{r} \, . \, \sqrt[4]{i}$ für $i < 0{,}0007$.

Die Coefficienten α und β in den beiden Formeln sind folgende:
1) Mauerwerk von behauenen Quadern und Cement: $\alpha = 8{,}5 - 10$; $\beta = 8{,}5 - 9$.
2) Gewöhnliche gute Mauerung: $\alpha = 7{,}6 - 8{,}5$; $\beta = 8{,}0 - 8{,}5$.
3) Gemauerte Seitenwände und natürliche Sohle: $\alpha = 6{,}8 - 7{,}6$; $\beta = 7{,}7 - 8{,}0$.
4) Canäle in Erde, ohne Pflanzen: $\alpha = 5{,}7 - 6{,}7$; $\beta = 7{,}0 - 7{,}7$.
5) Canäle in Erde, mit bewachsenen Ufern: $\alpha = 5{,}0 - 5{,}7$; $\beta = 6{,}6 - 7{,}0$.
6) Flüsse (ohne Geschiebe): $\alpha = 5{,}0 - 5{,}7$; $\beta = 6{,}4 - 7{,}0$.

Bornemann suchte diese beiden Gauckler'schen Formeln in eine zusammenzufassen und erhielt: $\sqrt[4]{v} = \delta \sqrt[3]{r} \cdot \sqrt[5]{i}$, worin $\delta = 3{,}5 - 4$ zu setzen ist.

Jede der bis jetzt gegebenen Formeln liefert am rechten Platze, d. h. für Verhältnisse, für welche sie gefunden wurde, angewendet, gute Resultate; keine derselben besitzt indessen allgemeine Giltigkeit.

Die Aufstellung einer für alle Verhältnisse passenden, alle massgebenden Factoren berücksichtigenden Formel wurde unter Bezugnahme auf alle bis jetzt bekannten Vermessungs- und Versuchsresultate von den Ingenieuren Ganguillet und Kutter unternommen. Die Formel lautet für Metermass:

$$v = x\sqrt{r \cdot i}; \text{ hierbei ist } x = \frac{23 + \dfrac{0{,}00155}{h} + \dfrac{1}{\beta}}{1 + \dfrac{\beta}{\sqrt{r}}\left(23 + \dfrac{0{,}00155}{i}\right)}.$$

Werthe von β:
1) Canäle aus glatt gehobelten Bretern oder reinem Cement: $\beta = 0{,}010$.
2) Canäle aus ungehobelten Bretern: $\beta = 0{,}012$.
3) Canäle aus behauenen Steinen oder ganz glattem Mauerwerk: $\beta = 0{,}013$.
4) Canäle aus unbehauenen Steinen: $\beta = 0{,}017$.
5) Canäle in Erde, Thon, ohne Steine, Flüsse mit regelmässigem Bett, ohne Steine und Wasserpflanzen $\beta = 0{,}025$.
6) Etwas unregelmässige Canäle mit Steinen und Wasserpflanzen $\beta = 0{,}030$.
7) Sehr unregelmässige Flüsse mit grossen Steinen und Kies nebst Wasserpflanzen $\beta = 0{,}035$.

Nach ihren grossartigen Versuchen am Mississippi stellten Humphreys und Abbot eine diesen entsprechende Formel auf, welche, für Metermass umgerechnet, folgendermassen lautet:

$$\sqrt{v} = \sqrt{0{,}0025\,k + \sqrt{68{,}72\,r_1\sqrt{i}}} - 0{,}05\sqrt{k}, \text{ wobei } k = \frac{0{,}933}{\sqrt{a + 0{,}457}};$$

$$a = \frac{\text{Querschnitt}}{\text{mittlere Profilbreite}} = \frac{F}{b}; \; r_1 = \frac{F}{U + b}; \text{ hierin bedeutet } b \text{ die Breite im Wasserspiegel.}$$

In abgekürzter und vereinfachter Form ergiebt sich hieraus folgende Formel: $v = \xi\sqrt{r_1}\sqrt[4]{i}$, worin $\xi = 8{,}29\,\beta$

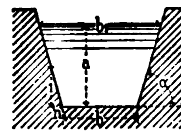
$\beta = 0{,}854$	für kleine Canäle unter	1 qm	Querschnittsfläche
$\beta = 0{,}879$	„ „ „ „	1— 5 „	„
$\beta = 0{,}889$	„ Bäche von	5— 10 „	„
$\beta = 0{,}922$	„ Flüsse „	20—400 „	„
$\beta = 0{,}945$	„ „ „ über	400 „	„

Die mittlere Geschwindigkeit in einem Canal soll mindestens betragen:
0,21 m, wenn das Wasser leichten Schlamm mit sich führt,
0,42 m, „ „ Absetzen von Sand zu befürchten ist.

Damit der Boden des Canales nicht angegriffen wird, darf die Geschwindigkeit des Wassers die nachfolgenden Werthe nicht überschreiten:

für gewöhnliche Erde	$v = 0{,}075$ m	für eckige Steine	$v = 1{,}200$ m
„ fetten Thon	„ $= 0{,}150$ „	„ Conglomerat oder Schiefer	„ $= 1{,}500$ „
„ Sand	„ $= 0{,}300$ „	„ geschichtete Felsen	„ $= 1{,}800$ „
„ Kies	„ $= 0{,}609$ „	„ harte Felsen	„ $= 3{,}000$ „
„ Kieselsteine	„ $= 0{,}900$ „		

Vortheilhafteste Querschnittsdimensionen von Canälen.


Fig. 28.

Der Böschungswinkel α, sowie die Böschung $n = cotng\,\alpha$ der Canalwände wird vorgeschrieben durch die Art des Böschungsmaterials und ist für gemauerte Canäle $\alpha = 90^0$, $n = 0$; für Trockenmauerung $\alpha = 63^0\,26'$, $n = 1/2$; für Canäle in dichter Erde $\alpha = 45^0$, $n = 1$; für Sand und lockere Erde $\alpha = 26^0\,33'$, $n = 2$.

Die vortheilhafteste Form für Canäle von trapezförmigem Querschnitt bestimmt

sich nach $a = \sqrt{\frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}}$; $b = \frac{F}{a} - a \operatorname{cotg} \alpha$; $b_1 = \frac{F}{a} + a \cdot \operatorname{cotg} \alpha$, wenn a die Tiefe, b_1 die obere Breite, b die untere Breite und α den Böschungswinkel bezeichnet.

Zuweilen giebt man den Canälen auch halbkreisförmigen Querschnitt.

Dimensionen verschiedener Querprofile.

Böschungswinkel α	Relative Böschung n	Tiefe a	Untere Breite b	Böschungsbreite na	Obere Breite b_1	$\frac{U}{F} = r$
90°	0	$0{,}707 . \sqrt{F}$	$1{,}414 . \sqrt{F}$	0	$1{,}414 . \sqrt{F}$	$2{,}828 : \sqrt{F}$
60°	0,577	0,760 . „	0,877 . „	$0{,}439 . \sqrt{F}$	1,755 . „	2,632 : „
45°	1,000	0,740 . „	0,613 . „	0,740 . „	2,092 . „	2,704 : „
40°	1,192	0,722 . „	0,525 . „	0,860 . „	2,246 . „	2,771 : „
36° 52′	1,333	0,707 . „	0,471 . „	0,943 . „	2,357 . „	2,828 : „
35°	1,428	0,697 . „	0,439 . „	0,995 . „	2,430 . „	2,870 : „
30°	1,732	0,664 . „	0,356 . „	1,150 . „	2,656 . „	3,012 : „
26° 34′	2,000	0,636 . „	0,300 . „	1,272 . „	2,844 . „	3,144 : „
Halbkreis	—	0,798 . „	—	—	1,596 . „	2,507 : „

Ungleichförmige Bewegung.

Die theoretischen Formeln hierfür lassen sich aus der Theorie der gleichförmigen Bewegung ableiten, indem man den Reibungswiderstand auf einer kurzen Flussstrecke als constant und die entsprechende Höhe ebenfalls wie dort $= \zeta . l . \frac{U}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$ setzen kann. Hier ist aber des weiteren noch die der auftretenden Geschwindigkeitsänderung entsprechende lebendige Kraft des Wassers in Rechnung zu ziehen.

Fig. 29.

Auf der Flusstrecke l (Fig. 29) betrage das Gefälle des Wasserspiegels h und es sei im Querschnitt F_1 von der Höhe y_1 die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers v_1, diejenige des im unteren Querschnitt F von der Höhe y abgehenden Wassers v.

Die Druckhöhe h auf dieser kurzen Strecke des Wasserlaufs ergiebt sich hiernach:

$$h = \left[\frac{1}{F^2} - \frac{1}{F_1{}^2} + \zeta . \frac{U . l}{F_1 + F}\left(\frac{1}{F_1{}^2} + \frac{1}{F^2}\right)\right] \frac{Q^2}{2g}.$$

Setzt man weiter den Neigungswinkel der Sohle des Flussbettes gegen die Horizontale α, so ist das Gefälle des Grundbettes $l . \sin \alpha$ und es findet sich die Strecke l, welche einer gegebenen Veränderung $y_1 - y$ der Wassertiefe entspricht: $l = \dfrac{y_1 - y - \left(\frac{1}{F^2} - \frac{1}{F_1{}^2}\right) \cdot \frac{Q^2}{2g}}{\zeta . \frac{U}{F_1 + F}\left(\frac{1}{F_1{}^2} + \frac{1}{F^2}\right) \cdot \frac{Q^2}{2g} - \sin \alpha}$.

Bei der A e n d e r u n g der W a s s e r s t ä n d e in F l ü s s e n und C a n ä l e n treten auch Veränderungen in den Wassermengen und in den Geschwindigkeiten ein; dem höheren Wasserstand entspricht nicht allein ein grösserer Querschnitt, sondern auch eine grössere Geschwindigkeit und demzufolge aus doppelten Gründen ein grösseres Wasserquantum. Bei Verminderung der Wassertiefe tritt der entgegengesetzte Vorgang ein.

Nicht vollkommen, jedoch namentlich bei breiten Wasserläufen mit wenig Böschung hinreichend genaue Resultate ergeben für die Bestimmung der Wassermenge und der Geschwindigkeit folgende Regeln, welche für den Beharrungszustand des Hoch- oder Tiefwassers, nicht aber für den Uebergang aus dem einen in den anderen Zustand giltig sind.

Die relative Geschwindigkeitsänderung ist halb so gross und die relative Veränderung im Wasserquantum $^3/_2$ mal so gross als die relative Veränderung im Wasserstande, also: $\frac{v_1 - v}{v} = {}^1/_2 \frac{y_1 - y}{y}$ und

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = {}^3/_2 \frac{y_1 - y}{y}.$$

Aufstau des Wassers und Wehre.

Wehre wendet man an, um das Wasser eines Flusses oder Stromes in einen Canal abzulenken, sowie um den Wasserspiegel zu heben (aufzustauen) und so ein grösseres Nutzgefälle zu erzielen. Dieselben bilden meist senkrecht zur Bewegungsrichtung des Wassers in gerader Linie über den Fluss gehende Dämme, finden sich indessen auch in gekrümmten und gebrochenen Linien angeordnet.

Dichte Wehre gehen über den ganzen Wasserlauf, **lichte Wehre** (Buhnen) werden nur auf eine gewisse Strecke in den Fluss hineingebaut und hauptsächlich bei schiffbaren Flüssen angewendet.

Man unterscheidet **Ueberfallwehre** oder **Ueberfälle** und **Durchlass-** oder **Schleusenwehre** voneinander. Bei jenen kann das Wasser frei über die Schwelle (**Wehrkrone**, **Fachbaum**) wegfliessen; bei diesen wird es durch aufgestellte Schützen noch darüber gestaut.

Die Ueberfallwehre — die häufigst vorkommenden — trennt man in 1. **vollkommene Ueberfallwehre** — ihre Höhe ist grösser, als die ursprüngliche Wassertiefe; der Wehrsattel oder Fachbaum liegt über dem ursprünglichen Wasserspiegel — 2. **unvollkommene Ueberfallwehre** oder **Grundwehre**, bei welchen die Schwelle unter dem Spiegel des abfliessenden Wassers liegt.

Vollkommenes Ueberfallwehr (Fig. 30). Es bezeichne b die Wehr- (Fachbaum-) Breite, x die Tiefe des Fachbaumes unter dem gestauten, doch ungesenkten Oberwasserspiegel; $h = T - t$ die Stauhöhe oder Niveaudifferenz zwischen Ober- und ursprünglichem Unterwasserspiegel; e die Wehrhöhe über dem ungestauten Wasserspiegel, k die gesammte Höhe des Wehreinbaues; ist ferner c die Wassergeschwindigkeit im grössten Stauprofile, so entspricht ihr zunächst eine Geschwindigkeitshöhe, welche wie die vorhandene Druckhöhe h wirksam ist. Als gesammte Druckhöhe ist demnach anzusehen: $h + \frac{c^2}{2g}$.

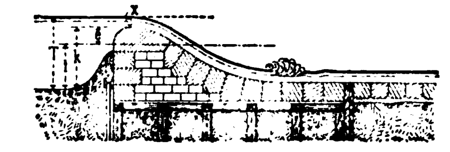


Fig. 30.

Die ganze, vom Ueberfallwehr gelieferte Wassermenge ist sodann (nach Seite 74):

$$Q = {}^2/_3\, \mu \,.\, b \,.\, \sqrt{2g}\left[\left(x + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right].$$

Ist umgekehrt diese Wassermenge Q in cbm bekannt, so berechnet sich die Druckhöhe x über der Ueberfallschwelle: $x = \left(\frac{{}^3/_2\, Q}{\mu \,.\, b \,.\, \sqrt{2g}} + \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right)^{2/3} - \frac{c^2}{2g}$.

Zur Bestimmung der Wehrhöhe k, welche für die Stauhöhe h erforderlich ist, setze man $h + t = x + k$, woraus die Wehrhöhe: $k = h + t - x$.

Bei hoher Aufstauung kann man die Geschwindigkeitshöhe vernachlässigen und erhält dann für x die einfachere Formel: $x = \left(\frac{{}^3/_2\, Q}{\mu \,.\, b \,.\, \sqrt{2g}}\right)^{2/3}$.

Ist b_1 die Breite vor dem Wehre, so berechnet sich die Geschwindigkeit $c = \frac{Q}{b_1 \,.\, T}$.

Für Wehre mit abgerundeter Krone und Flügelwänden ist $\mu = 0{,}80 - 0{,}85$, für solche ohne Flügelwände $\mu = 0{,}65$ einzuführen.

Unvollkommenes Ueberfallwehr (Grundwehr). (Fig. 31.) Da hier der Wehrsattel unter dem Unterwasserspiegel liegt, die Wasserhöhe $AB = h_1$ über der Schwelle grösser ist als die Stauhöhe $AC = h$, so setzt sich der Gesammtausfluss aus einem Ausfluss unter Wasser mit der Druckhöhe h und einem freien Ausfluss zusammen. Das durch den freien Ausfluss gelieferte Wasserquantum ist $Q_1 = {}^2/_3\, \mu \,.\, b \sqrt{2g}\left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right]$. Das unter Wasser ausströmende Quantum: $Q_2 = \mu\, b\,(h_1 - h)\sqrt{2g\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)}$; und die gesammte ausfliessende Wassermenge:

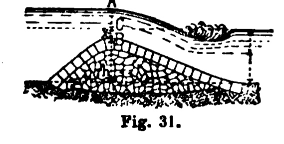


Fig. 31.

$$Q = \mu \,.\, b \,.\, \sqrt{2g}\left\{{}^2/_3\left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right] + (h_1 - h)\sqrt{h + \frac{c^2}{2g}}\right\}.$$

Aus dem Wasserquantum Q und der Stauhöhe h folgt die Höhe des Oberwasserspiegels über dem Fachbaume: $h_1 = h + \frac{Q}{\mu \,.\, b\sqrt{2g\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)}} - {}^2/_3\,\frac{\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}}{\sqrt{h + \frac{c^2}{2g}}}$;

und endlich die Wehrhöhe $k = t + h - h_1$.

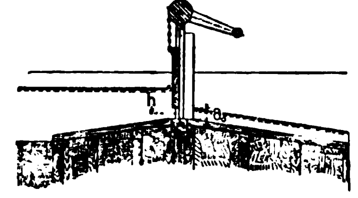


Fig. 32.

Durchlass- oder Schleusenwehr. Ein solches Wehr ist in den Fällen anzubringen, in denen bei Hochwasser kein Stau mehr zulässig ist; es gestattet eine Regulirung des letzteren.

1. **Der Ausfluss erfolgt frei** (Fig. 32). Hier ist die Druckhöhe h von der Mitte der Schützenöffnung bis zum Oberwasserspiegel zu messen. Ist c die Geschwindigkeit

des ankommenden Wassers, a_o die Oeffnungshöhe, b die Oeffnungsbreite, so ist $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu . a_o . b}\right)^2 - \frac{c^2}{2g}$, oder bei Vernachlässigung der Geschwindigkeitshöhe: $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu . a_o . b}\right)^2$ und hieraus die Oeffnungshöhe:

$$a_o = \frac{Q}{\mu . b \sqrt{2gh}}; \ \mu = 0{,}60.$$

2. Der Ausfluss erfolgt unter Wasser (Fig. 33). Die Oberkante der Ausflussöffnung liegt unter dem Niveau des Unterwassers. Die Druckhöhe h ist gleich dem Niveauabstand. Die einer gegebenen Stauhöhe entsprechende Oeffnungshöhe ist auch hier: $a_o = \frac{Q}{\mu . b . \sqrt{2gh}}$.

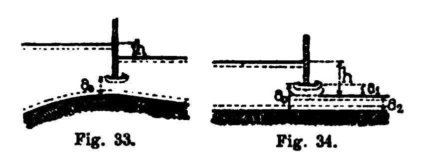


Fig. 33. Fig. 34.

3. Der Ausfluss erfolgt theils frei, theils unter Wasser (Fig. 34). Das Niveau des Unterwassers liegt innerhalb der Höhe der Ausflussmündung. Ist die Stauhöhe h, die Höhe des über dem Unterwasserspiegel befindlichen Theiles der Mündung a_1, die Höhe des unter ihm befindlichen Mündungsstückes a_2, so ist die Wassermenge des freien Ausflusses: $Q_1 = \mu . a_1 . b \sqrt{2g\left(h - \frac{a_1}{2}\right)}$; die des Ausflusses unter Wasser: $Q_2 = \mu . a_2 . b \sqrt{2gh}$, und die totale Ausflussmenge: $Q = Q_1 + Q_2 = \mu . b . \sqrt{2g}\left(a_1\sqrt{h - \frac{a_1}{2}} + a_2\sqrt{h}\right)$. Hieraus ermittelt sich der Abstand des Schutzbretes von dem Unterwasserspiegel zu $a_1 = \left(\frac{Q}{\mu . b\sqrt{2g}} - a_2\sqrt{h}\right) : \sqrt{h - \frac{a_1}{2}}$.

Lichte Wehre. Der Einbau reicht nur über einen Theil des Flusslaufes, bildet demnach nur eine theilweise Verengung in demselben. Nennt man wieder die Stauhöhe h, die am Einbau verbleibende Flussbreite b, die Höhe des Unterwassers a und die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers $\frac{c^2}{2g}$, so ist die frei über dem Unterwasser ausfliessende Wassermenge: $Q_1 = {}^2/_3\, \mu b \sqrt{2g}\left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right]$.

Für das unter Wasser abfliessende Quantum: $Q_2 = \mu . b . a \sqrt{2g\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)}$; daher die totale Wassermenge: $Q = \mu . b\sqrt{2g}\left(\frac{2}{3}\left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right] + a\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{1/2}\right\}$ und umgekehrt:

$$b = \frac{Q}{\mu\sqrt{2g}\left\{{}^2/_3\left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2}\right] + a\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{1/2}\right\}}; \ \mu = 0{,}85 - 0{,}90.$$

Die gleiche Formel kann auch bei Berechnung des Aufstaues durch Brückenpfeiler benutzt werden, wenn b die gesammte Strombreite zwischen den Pfeilern bedeutet. Nach Navier ist bei Pfeilern mit spitzen und abgerundeten Enden $\mu = 0{,}95$; bei Pfeilern mit stumpfen Enden $\mu = 0{,}90$; nach Eytelwein bei letzteren $\mu = 0{,}855$.

Stauweite und Staucurve. Stauweite nennt man die Entfernung vom Wehre stromaufwärts, auf welche der Stau, die Erhöhung des Wasserspiegels infolge des Wehreinbaues, noch bemerkbar ist. Die Erhebung des Wasserspiegels erfolgt nicht parallel zur ursprünglichen Wasseroberfläche, sondern geht nach oben ganz allmählich in letztere über; dabei bildet die obere Begrenzungscurve des gestauten Wasserspiegels eine schwach nach unten gekrümmte Linie, die Staucurve.

Die **Stauweite** (Fig. 35) lässt sich am einfachsten ermitteln durch Bestimmung einzelner Punkte der Staucurve (indem man sich hierbei die aufgestaute Strecke in Abschnitte getheilt denkt) und Anwendung der Formeln für die ungleichförmige Bewegung des Wassers in Flussbetten (vgl. S. 82). Ist y die Wassertiefe am Wehre, y_1 die am Ende des ersten Abschnittes, im Querschnitte F_1; ist weiter Q das pro Secunde durchfliessende Wasserquantum, U der mittlere Umfang des Querprofiles in diesem Streckenstück, α der Neigungswinkel des Grundbettes, so hat man nach S. 82, wenn man dort y und y_1, F und F_1 miteinander vertauscht, die zugehörige Länge

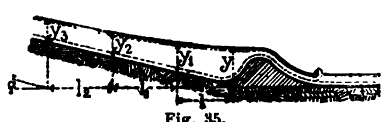


Fig. 35.

der Strecke; $l = \frac{y - y_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin\alpha - \zeta . \frac{U}{F + F_1}\left(\frac{1}{F^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}$.

Für den Anfang eines zweiten Stückes sind die entsprechenden Werthe y_2, F_2, der mittlere Umfang des Querprofiles U_1 und die Länge $l_1 = \dfrac{y_1 - y_2 - \left(\dfrac{1}{F_2{}^2} - \dfrac{1}{F_1{}^2}\right)\dfrac{Q^2}{2g}}{\sin\alpha - \zeta\dfrac{U_1}{F_1 + F_2}\left(\dfrac{1}{F_1{}^2} + \dfrac{1}{F_2{}^2}\right)\dfrac{Q^2}{2g}}$.

Indem man die Tiefendifferenzen $y - y_1$, $y_1 - y_2 \ldots$ möglichst klein wählt, etwa 5—10 mm und hierauf die Querschnitte F_1, $F_2 \ldots$ sowie die mittleren Umfänge bestimmt, so geben die zu findenden Strecken l, l_1, $l_2 \ldots$ die diesen Tiefendifferenzen entsprechenden, hinreichend genauen Abstände von dem Wehre.

Wassermessung.

Die Bestimmung der pro Secunde durch ein Querprofil (Querschnitt) eines gegebenen Wasserlaufs fliessenden Wassermenge bewerkstelligt man durch Eichen in Gefässen (selten), durch Ausflussapparate und durch Hydrometer, welche die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers angeben.

Am einfachsten und genauesten findet allerdings die Wassermessung durch Anwendung von **Eichgefässen**, d. s. Gefässe oder Räume von genau ermitteltem Inhalte, statt, in welche das Wasser während einer bestimmten Zeit einfliesst. Ist das eingeflossene Wasserquantum V in cbm und die durch Bestimmung der Differenz der beobachteten Zeiten gegebene Füllungszeit t in Secunden, so ergiebt sich das pro Secunde eingeflossene Wasserquantum in cbm zu $Q = \frac{V}{t}$. Selbstverständlich ist ein solches Eichgefäss nur bei kleinen Wassermengen, wie sie durch Röhren, kleine Bäche und Gräben zugeführt werden, verwendbar.

Bei kleinen und mittleren Wassermengen verwendet man Ausflussapparate in Form von **Poncelet-Mündungen** (d. s. in Messingtafeln ausgeschnittene Ausflussöffnungen mit abgeschärften Seitenkanten, 20 cm Breite und einer der zu messenden Wassermenge entsprechenden Höhe, zwischen 5—20 cm). Am besten sucht man vollständige und vollkommene Contraction zu erzielen und den Zeitpunkt abzuwarten, wann der Wasserstand in den Beharrungszustand übergegangen ist, also genau soviel zu- als abfliesst. Die pro Secunde durchfliessende Wassermenge in cbm ist hierfür $Q = \mu \cdot F \cdot \sqrt{2gh}$; die Grösse des Coefficienten μ ist aus den Tabellen S. 75 zu entnehmen. Welche Correctionen bei unvollkommener und partieller Contraction einzuführen sind, ist ebendaselbst zur Genüge angegeben. Bei noch grösseren Wassermengen bedient man sich der **Ueberfälle über die ganze Wand** (Fig. 36). Die Ueberfallschwelle, sowie die Seitenkanten sind zugeschärft.

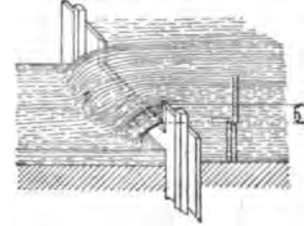


Fig. 36.

Hierfür gelten die nachstehenden Tabellenwerthe.

Wassermenge bei Ueberfällen von gleicher Breite mit dem Canal.

Werthe der Wassermenge Q in l pro 1 m Ueberfallbreite.

Druckhöhe in m	Q in l	Druckhöhe in m	Q in l	Druckhöhe in m	Q in l	Druckhöhe in m	Q in l	Druckhöhe in m	Q in l	Druckhöhe in m	Q in l
0,050	21,9	0,078	42,7	0,126	87,8	0,174	142,4	0,222	205,2	0,280	290,7
0,052	23,3	0,082	46,1	0,130	92,0	0,178	147,3	0,226	210,8	0,285	298,6
0,054	24,6	0,086	49,5	0,134	96,3	0,182	152,3	0,230	216,4	0,290	306,4
0,056	26,0	0,090	53,0	0,138	100,6	0,186	157,3	0,235	223,5	0,295	314,4
0,058	27,4	0,094	56,5	0,142	105,0	0,190	162,5	0,240	230,7	0,300	322,4
0,060	28,8	0,098	60,2	0,146	109,4	0,194	167,6	0,245	237,9	0,305	330,5
0,062	30,3	0,102	64,0	0,150	114,0	0,198	172,8	0,250	245,2	0,310	338,7
0,064	31,8	0,106	67,8	0,154	118,6	0,202	178,2	0,255	252,6	0,315	346,9
0,066	33,3	0,110	71,6	0,158	123,2	0,206	183,5	0,260	260,1	0,320	355,2
0,068	34,8	0,114	75,5	0,162	128,0	0,210	188,8	0,265	267,7	0,325	363,5
0,070	36,3	0,118	79,5	0,166	132,7	0,214	194,2	0,270	275,2	0,330	371,9
0,074	39,5	0,122	83,6	0,170	137,5	0,218	199,6	0,275	282,9	0,335	380,4

Da bei diesen Methoden der Eintritt des Beharrungszustandes zuweilen erst lange Zeit nach dem Beginn der Stauung eintritt, so benutzt man öfters zur Abkürzung der Beobachtungen folgendes, zuerst von Prony angegebene Verfahren. Man verschliesst die Mündung durch ein Schutzbret und lässt das Wasser möglichst hoch aufstauen; dann öffnet man die Mündung, resp. den Ueberfall so weit, dass mehr Wasser ab- als zufliesst, und misst dabei während der Ausflusszeit t die Wasserstände in gleichen und möglichst kleinen Zeitabständen; dann schliesst man die Schutzöffnung wieder völlig und beobachtet noch die Zeit t_1

innerhalb deren das Wasser auf die erste Höhe steigt. Natürlicher Weise ist dann während der ganzen Beobachtungszeit $t+t_1$ ebensoviel Wasser zu- als abgeflossen und es lässt sich durch das Ausflussquantum in der Zeit t die zugeflossene Wassermenge in der Zeit $t+t_1$ ausdrücken. Sind h, h_1, h_2, h_3 und h_4 die beobachteten Druckhöhen während des Sinkens, so hat man nach der Simpson'schen Regel die mittlere Ausflussgeschwindigkeit: $v = \frac{\sqrt{2g}}{12}(\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$; beim Querschnitt F der Schützenöffnung ist die ganze ausgeflossene Wassermenge: $V = \frac{\mu . F . t\sqrt{2g}}{12}(\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$; das Ausflussquantum einer Secunde: $Q = \frac{V}{t+t_1} = \frac{\mu . F . t\sqrt{2g}}{12(t+t_1)}(\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$.

Bei diesen Methoden muss ein provisorisches Wehr in das Rinnsal eingebaut werden; auf seiner Krone befindet sich das Bret, welches den rechteckigen Aus- oder Einschnitt trägt. Die Beobachtung und Messung darf erst dann beginnen, wenn der Wasserstand vor der Mündung constant ist, wenn ebensoviel zufliesst, als abgeht, und muss die Höhe des Oberwasserspiegels in einer Entfernung von 1—2 m, an einer Stelle, wo das Wasser in möglichster Ruhe ist, gemessen werden.

Die Ermittelung der Wassermengen grösserer Bäche, Canäle und Flüsse, in denen wegen entgegenstehender Schwierigkeiten die Messung durch Mündungen und Ueberfälle nicht möglich ist, geschieht mittelst der die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers angebenden **Hydrometer.**

Messung durch Schwimmer. Man wählt im Flusse oder Canale eine längere Strecke von möglichst constantem Gefälle und Querschnitte, bringt in den Stromstrich einen schwimmenden Körper (Flasche, Hohlkugeln von 100—300 mm Durchmesser), der bald die Geschwindigkeit des ihn umgebenden Wassers annehmen wird, und beobachtet alsdann die Zeit t in Secunden, in welcher er einen grösseren Weg s von bekannter Länge zurücklegt. Der Weg pro Secunde oder die Geschwindigkeit ist alsdann $\frac{s}{t} = v_0$. Eine mittlere Geschwindigkeit kann man ermitteln durch Verbindung zweier solcher Kugeln, von denen die eine an der Oberfläche, die andere in einer durch die verbindende Schnur oder Kette bestimmten Tiefe unter jener schwimmt oder durch Verwendung von sogen. Schwimmstäben, die aus hohlen, gleich langen Stücken zusammengesetzt und immer so belastet werden, dass sie nur wenig aus dem Wasser ragen. Ist nun die mittlere sich ergebende Geschwindigkeit des Schwimmers v, die Wassergeschwindigkeit an der Oberfläche v_o, in der Tiefe der zweiten Kugel v_1, so folgt: $v = \frac{v_0 + v_1}{2}$ und $v_1 = 2v - v_0$.

Indem man die zweite Kugel in verschiedenen Tiefen schwimmen lässt oder den Schwimmstab mehr und mehr verlängert, kann man in verschiedenen Tiefen die dort herrschenden Wassergeschwindigkeiten bestimmen und hieraus die mittlere Wassergeschwindigkeit im Perpendikel. Durch Wiederholung dieser Ermittelungen an mehreren Stellen in der Breitenrichtung lässt sich mit ziemlicher Genauigkeit die Geschwindigkeit in einer Strecke von möglichst constantem Querschnitt bestimmen.

Die Kugelverbindung oder die Schwimmstäbe stellen sich bei der Bewegung etwas schräg; der obere Theil schwimmt dem unteren voraus infolge der grösseren Geschwindigkeit des Wassers am Spiegel gegenüber derjenigen am Boden.

Alle übrigen Hydrometer bedürfen vor ihrer Benutzung oft genauer und schwieriger Untersuchungen hinsichtlich der in Rechnung kommenden Grössen, Constanten u. s. w. Das vollkommenste Instrument darunter ist der **Woltmann**'sche **hydrometrische Flügel,** ein Flügelrad, welches durch den Druck des fliessenden Wassers in Bewegung gesetzt wird und durch die Zahl seiner Umdrehungen innerhalb einer genau bestimmten Zeit die Grösse der Geschwindigkeit des fliessenden Wassers bestimmen lässt.

Unvollkommener, aber auch einfacher ist die **Pitot**'sche **Röhre,** eine einfache gläserne Knieröhre, in deren umgebogene vordere verengte Oeffnung das Wasser eintritt und in der es sich auf einer der Grösse des Stosses, bezüglich der ihn erzeugenden Geschwindigkeit entsprechenden Höhe einstellt. Aus der Niveaudifferenz der Wasserspiegel in und ausserhalb der Röhre lässt sich ein Schluss auf die Grösse der Wassergeschwindigkeit ziehen. Der **Reichenbach**'sche **Strommesser** besteht aus zwei solchen Röhren; in der einen, mit der Mündung gegen das Wasser gerichteten findet eine Erhöhung des Wasserspiegels, in der anderen, um 90° gegen jene verstellten ein Senken des Spiegels statt.

Bei Ermittelung der Geschwindigkeiten in grösseren Wasserläufen durch eins der vorgenannten Instrumente theilt man die Flussbreite durch Ueberspannen mittelst Messkette oder Latte bei kleinen, durch Nivelliren bei grossen Breiten in eine Anzahl gleicher Theile und misst die Tiefen in den Mitten dieser Theile durch Sondirstangen oder Sondirketten. Hierauf berechnet man den Querschnitt, bestimmt in den verschiedenen Theilen durch verschiedene Messungen in gleichen Verticalabständen die Geschwindigkeiten, berechnet dann die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querschnitt und endlich die pro Secunde durchfliessende Wassermenge.

Reaction des Wassers.

Strömt Wasser durch ein Gefäss und aus diesem aus, so bewirkt es wie jeder andere Körper, der seinen Bewegungszustand ändert, infolge seiner Trägheit eine **Reaction**. Diese kann ebensowohl aus einer Beschleunigung wie aus einer Richtungsänderung des der Mündung zuströmenden Wassers resultiren. Die Geschwindigkeit eines Wasserelementes im und relativ zum Gefässe sei allgemein c, die Geschwindigkeit des Gefässes, welche sowohl durch die Reaction als durch einwirkende äussere Kräfte hervorgebracht sein kann, v. Die wirkliche Geschwindigkeit des Wasserelementes lässt sich nach dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten leicht aus jenen ermitteln. Die wahre Bahn der Wassertheilchen wird bedingt durch die Form des Gefässes (Röhre) oder die relative Bahn des Wassertheilchens und durch die Bewegung des Gefässes im Raume.

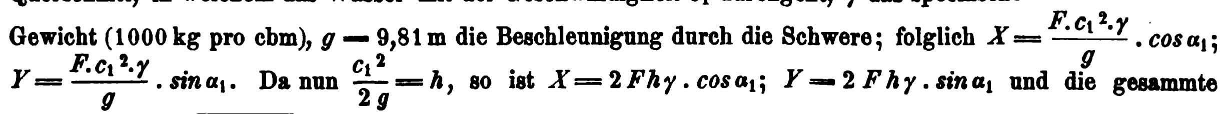
Nennen wir die relative Anfangsgeschwindigkeit c_2, die relative Austrittsgeschwindigkeit c_1, M die pro Secunde durch das Gefäss strömende Wassermenge, α_1 und α_2 die den Geschwindigkeiten c_1 und c_2 entsprechenden Winkel mit der Horizontalen, unter welchen das Wasser ein- und austritt (Fig. 37), so ergiebt sich die Reactionswirkung in horizontaler Richtung $X = M(c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2)$ und in verticaler Richtung $Y = M(c_1 \sin\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2)$.

Ist der Winkel des eintretenden Wassers mit der Horizontalen $\alpha_2 = 90^0$, so folgt $X = M c_1 . \cos\alpha_1$ und $Y = M(c_1 \sin\alpha_1 - c_2)$ und wird der obere Wasserspiegel als verhältnissmässig sehr gross angesehen, so ist $c_2 = 0$, daher $Y = M c_1 \sin\alpha_1$.



Nun ist die pro Secunde durchfliessende Wassermasse $M = \frac{F.c_1.\gamma}{g}$, wenn F der Querschnitt, in welchem das Wasser mit der Geschwindigkeit c_1 durchgeht, γ das specifische

Fig. 37.



Gewicht (1000 kg pro cbm), $g = 9{,}81$ m die Beschleunigung durch die Schwere; folglich $X = \frac{F.c_1^2.\gamma}{g} . \cos\alpha_1$; $Y = \frac{F.c_1^2.\gamma}{g} . \sin\alpha_1$. Da nun $\frac{c_1^2}{2g} = h$, so ist $X = 2 F h \gamma . \cos\alpha_1$; $Y = 2 F h \gamma . \sin\alpha_1$ und die gesammte Reaction $R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 2 F h \gamma$, d. h. die Reaction eines ausströmenden Wasserstrahles ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule, welche den Querschnitt des Strahles zur Basis und die doppelte Geschwindigkeitshöhe ($2\,h$) zur Länge hat. Die Richtung derselben ist unter den gemachten speciellen Annahmen der Bewegung des ausfliessenden Wassers genau entgegengesetzt.

Bildet die Röhre einen Halbkreis, so ist $\alpha_1 = -90^0$ und ergiebt sich $R = -4\,h F \gamma$.

Stoss des Wassers.

Trifft in Bewegung befindliches Wasser auf einen ihm entgegenstehenden festen Körper, so wird sein Bewegungszustand verändert und es übt infolge dessen einen Stoss auf den Körper aus. Man unterscheidet den Stoss isolirter Wasserstrahlen, wie er in den Zellen von oberschlächtigen Wasserrädern eintritt; den Stoss im begrenzten Wasser, beispielsweise gegen die Schaufeln der unterschlächtigen Wasserräder; endlich den Stoss im unbegrenzten Wasser, der gegen die Schaufeln von Schiffsmühlenrädern stattfindet, die nur einen kleinen Theil vom Querschnitt des Wasserstromes einnehmen.

Ist die Geschwindigkeit des Wassers $= c$, die der in gleicher Richtung zurückweichenden Fläche (Rotationsfläche nach Fig. 38 vorausgesetzt) v, trifft der Wasserstrahl in der Richtung der Axe auf diese Fläche und ist der Winkel, den jeder die Fläche verlassender Wasserfaden mit der Axenrichtung bildet, α, so ist die Componente des Druckes in der Bewegungsrichtung $Y = M(c - v)(1 - \cos\alpha)$; der Druck senkrecht zur Bewegungsrichtung $X = M(c - v)\sin\alpha$; da letzterer nach allen Richtungen gleichmässig wirkt, so hebt er sich ringsum an der Fläche auf.

Unter Einsetzung des Werthes für M, nämlich $\frac{Q\gamma}{g}$, ist die wirksame Kraft in der Bewegungsrichtung $Y = P = (c - v)(1 - \cos\alpha)\frac{Q\gamma}{g}$. Steht die Fläche still, so ist $v = o$ und $P = (1 - \cos\alpha)\, c . \frac{Q\gamma}{g}$, geht sie dem Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist der Druck: $P = (1 - \cos\alpha)(c + v) . \frac{Q\gamma}{g}$.

Fig. 38.

Der Stoss einer und derselben Wassermasse ist hiernach unter sonst gleichen Umständen der relativen Geschwindigkeit $c \mp v$ des Wassers proportional.

Wesentlichen Einfluss auf die Grösse des Stosses hat die Grösse des Winkels α, unter welchem das Wasser abfliesst. Er ist Null, wenn dieser Winkel $= 0$ ist, dagegen am grössten, nämlich $P_{max} = 2\,\frac{c \mp v}{g} . Q\gamma$, wenn dieser Winkel $\alpha = 180^0$ und der Strahl in entgegengesetzter Richtung abfliesst, als er aufstöst (bei concaver halbkugelförmiger Stossfläche). Beim normalen Stoss auf eine ebene Fläche (Fig. 39) ist $\alpha = 90^0$ und die Stosskraft $P = \frac{c \mp v}{g} . Q\gamma$ und bei ruhender Fläche:

Fig. 39.

$P = \frac{c}{g} Q\gamma = \frac{c^2}{g} F\gamma = 2 \frac{c^2}{2g} F\gamma = 2 F h \gamma$, d. h. der Normalstoss des Wassers gegen eine ebene Fläche ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche den Querschnitt F des Strahles zur Basis und zur Höhe die zweifache Geschwindigkeitshöhe hat.

Die mechanische Arbeit des Stosses ist $Pv = (1 - cos\,\alpha) \frac{(c - v)\,v}{g} Q\gamma$; ihre Grösse hängt von der Geschwindigkeit v der gestossenen Fläche ab; ihr Maximalwerth ergiebt sich, wenn die gestossene Fläche mit der halben Geschwindigkeit des Wassers ausweicht, also $v = \frac{1}{2} c$ ist, und beträgt:

$$Pv = (1 - cos\,\alpha) \,.\, \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{c^2}{2g} \,.\, Q\gamma = (1 - cos\,\alpha) \,.\, \tfrac{1}{2} \,.\, Q h \gamma.$$

Beim Stoss des begrenzten Wassers (Fig. 40) wird die gestossene Fläche und der Wasserstrahl zugleich seitlich theilweise begrenzt, das Wasser weicht nach der Seite, wo es nicht begrenzt ist, aus und wird dabei um einen Winkel von 90° abgelenkt, deshalb gilt hier die Formel für isolirte Strahlen $P = \frac{c - v}{g} Q\gamma = \frac{c - v}{g} c F\gamma$.

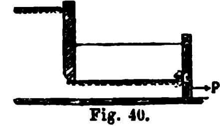


Fig. 40.

Weicht die Fläche, gegen welche der Wasserstrahl normal aufstösst, mit einer Geschwindigkeit v in einer Richtung aus, welche um einen Winkel δ von der ursprünglichen Richtung des Strahles abweicht, so findet sich die Geschwindigkeit der Fläche in der Richtung des Stosses $v_1 = v \,.\, cos\,\delta$; die Stosskraft $P = \frac{c - v \,.\, cos\,\delta}{g} \,.\, Q\gamma$ und die mechanische Leistung derselben pro Secunde: $L = Pv_1 = \frac{(c - v \,.\, cos\,\delta)\, v \,.\, cos\,\delta}{g} Q\gamma$.

Beim schiefen Stosse gegen eine ebene Fläche (Fig. 41), bei welchem das Wasser nebst der Fläche von drei Seiten eingefasst ist, sodass ersteres nur nach einer Richtung abströmen kann, ist der Druck in der Richtung des Strahles:

$$P = (1 - cos\,\alpha) \frac{c - v}{g} Q\gamma.$$

Fig. 41.

Widerstand des Wassers.

Ist das Wasser in Ruhe und wird in ihm eine Fläche oder ein Körper fortbewegt, so bildet sich an der vorderen Fläche eine Erhöhung des Spiegels, das Wasser fliesst seitlich ab und bildet an der Hinterseite Wirbel. Der resultirende Widerstand des Wassers ist gleichzusetzen der Differenz des Druckes gegen die Vorder- und Hinterfläche und lässt sich nach der Formel $P = \zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma$ bestimmen. Hierin ist zu setzen $\zeta = 1{,}25$ für ebene Flächen; für einen schwimmenden prismatischen Körper, welcher 5—6 mal so lang als breit ist und in der Axenrichtung bewegt wird, ist $\zeta = 1{,}10$ einzuführen.

Effectberechnung.

Bezeichnet Q in cbm eine pro Secunde zufliessende Wassermenge, h das Gefälle in m, gemessen vom Oberwasserspiegel bis zum Unterwasserspiegel; γ das Gewicht von 1 cbm Wasser = 1000 kg, so ist der absolute Effect der Wasserkraft in Pferdestärken $\mathfrak{N} = \frac{1000\, Q h}{75} = 13{,}33\, Q h$.

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Autenheimer, Bernoulli's Vademecum des Mechanikers. Stuttgart, Cotta.

Kutter, Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers in Canälen und regelmässigen Flussstrecken. Wien 1877. R. v. Waldheim.

Meissner, Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren. Jena, Costenoble.

Rühlmann, Hydromechanik. Hannover 1879. Hahn'sche Buchhandlung.

Weisbach, Lehrbuch der theoretischen Mechanik. Braunschweig 1875. Fr. Vieweg & Sohn.

———, Experimentalhydraulik, eine Anleitung zur Ausführung hydraulischer Versuche im Kleinen. Freiberg 1855.

B. Aëromechanik.

Die gasförmigen Körper besitzen keinen inneren Zusammenhang (Cohäsion), zeigen vielmehr fortwährend das Bestreben, sich auszudehnen, immer einen grösseren Raum einzunehmen. Die Kraft, welche diese Erscheinung hervorruft, nennt man ihre Elasticität, Spannkraft oder Expansivkraft; sie äussert sich besonders durch den Druck, welchen Gase auf die umschliessenden Gefässwände hervorbringen. Vom technischen Standpunkte aus nimmt man an, dass dieser Druck in einem Gase überall constant sei; ausserdem sieht man meistentheils vom absoluten Gewicht luftförmiger Flüssigkeiten ab und nimmt an, dass in einer in Betracht gezogenen Gasmenge überall die gleiche Temperatur herrsche.

Zum Messen des Druckes von Gasen verwendet man Barometer, Manometer und Ventile. **Barometer** werden verwendet zur Bestimmung des Druckes der Atmosphäre und dessen Veränderungen, **Manometer** und **Ventile** zur Ermittelung der Spannungen in Gefässen eingeschlossener Gase. Barometer wie Manometer gründen sich, sofern sie auf der Verwendung von Flüssigkeiten (meist Quecksilber) beruhen, auf den auch bei tropfbar flüssigen Körpern giltigen Satz der communicirenden Gefässe: dass der Druck der Gase tropfbare Flüssigkeiten bis zu Höhen erhebt, welche ihrer Dichte umgekehrt proportional sind. Bei einer Temperatur von 0° Celsius beträgt im Meeresniveau und unter mittlerer geographischer Breite der Druck der Luft 10334 kg pro qm Druckfläche oder 1,0334 kg pro qcm, was einem Barometerstand von 760 mm Quecksilbersäule oder einer Wassersäule von 10,334 m Druckhöhe entspricht. In unseren Höhen über dem Meere rechnet man richtiger und nebenbei bequemer, wenn man den Druck der Luftsäule zu 10000 kg pro qm oder zu 1 kg pro qcm Druckfläche annimmt. Der mittlere Atmosphärendruck beträgt:

0	100	200	300	400	500 m über dem Meere
760	750,5	741,2	732	722,9	713,9 mm Quecksilbersäule.

Sehr häufig wird der mittlere Atmosphärendruck (eine Atmosphäre) als Einheit angenommen und werden andere Expansivkräfte darauf bezogen, also in Atmosphärendrücken oder Atmosphären angegeben.

Bedeutet h die Höhendifferenz der Flüssigkeitsspiegel in einem offenen Hebermanometer, P und p in kg die innere und äussere Pressung auf die Flüssigkeit in kg pro qm, so ergiebt sich die Spannungsdifferenz $P - p = 13600\ h$, wenn die Flüssigkeit Quecksilber, dagegen $P - p = 1000\ h$, wenn sie Wasser ist.

Ferner benutzt man auch zur Bestimmung der Spannung von gasförmigen Körpern dosenförmige Apparate, bei welchen die Spannungsdifferenz auf luftdicht eingesetzte dünne (gewellte) Metallplatten oder auf ringförmig gebogene Metallröhren von elliptischem Querschnitt wirkt, deren grössere oder geringere Durchbiegung durch ein Zeigerwerk die Grösse der Druckdifferenz sichtbar macht.

Manometer zum Messen von Drücken, welche geringer als der Atmosphärendruck sind, werden mit dem Namen „**Vacuummeter**" belegt.

Endlich dienen zum Messen, mehr aber noch zur Fixirung von oberen Grenzen, welche der Druck nicht überschreiten darf, Ventile (Sicherheitsventile).

Mariotte's und Gay-Lussac's Gesetze. Für einen bestimmten Zustand eines Gases bezeichne p den specifischen Druck in kg, v das Volumen der Gewichtseinheit des Gases (specifisches Volumen), γ das Gewicht der Volumeneinheit des Gases (specifisches Gewicht) und t die Temperatur desselben in Graden Celsius, p_o, v_o, t_o die den obigen entsprechenden Werthe für einen anderen Zustand des Gases; ferner sei α der Ausdehnungscoefficient (für atmosphärische trockene Luft ist $\alpha = 0{,}003663$) und werde dessen reciproker Werth $\frac{1}{\alpha}$ mit a bezeichnet ($a = 273$), so gelten für die permanenten[1]) Gase die Beziehungen: $\frac{pv}{p_o v_o} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_o} = \frac{a + t}{a + t_o}$, oder da $\frac{p_o v_o}{a + t_o}$ eine constante Grösse $= R$ ist, $pv = R(a + t)$ oder $\frac{p}{\gamma} = R(a + t)$.

Für trockene atmosphärische Luft ist $R = 29{,}272$, $\gamma = 1{,}29318$ kg.

Ist γ_1 das specifische Gewicht eines anderen Gases bei derselben Temperatur und Spannung wie die der atmosphärischen Luft, so ergiebt sich die constante Grösse R_1 für dieses Gas aus: $R_1 = \frac{R\gamma}{\gamma_1} = \frac{R}{\left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)} = \frac{R}{\varepsilon}$, wenn ε das specifische Gewicht des betreffenden Gases in Bezug auf die Luft ist.

Sind in obigen allgemeinen Gleichungen über das Verhalten der Gase die Temperaturen einander

1) Obgleich es keine permanenten Gase giebt, ist hier doch die Bezeichnung beibehalten, und sollen darunter diejenigen gasförmigen Körper verstanden werden, welche unter den normalen Druck- und Temperaturverhältnissen sehr weit von dem Punkte abstehen, wo sie in den flüssigen Aggregatzustand übergehen.

gleich, so wird $\frac{p}{p_o} = \frac{v_o}{v}$ und das bedeutet: bei constanter Temperatur ist das Volumen eines permanenten Gases seiner Spannung umgekehrt proportional (**Mariotte**'sches **Gesetz**).

Sind dagegen die Spannungen gleich, also $p = p_o$, so ergiebt sich: $\frac{v}{v_o} = \frac{1 + a t}{1 + a t_o}$ und für $t_o = 0^0$ C.: $v = v_o (1 + a t) = v_o + a v_o t$, d. h. bei constanter Spannung sind die Volumenänderungen eines Gases proportional seinen Temperaturänderungen (**Gay-Lussac**'sches **Gesetz**).

Das schon für tropfbare Flüssigkeiten angeführte Gesetz des Auftriebes ist auch für die in der Luft befindlichen Körper giltig. Ist demnach V das Volumen eines Körpers und γ das Gewicht der Kubikeinheit Luft, so beträgt der Auftrieb $P = V\gamma$; hat folglich ein Körper das scheinbare Gewicht G (in der Luft), so ist sein wahres Gewicht (im luftleeren Raume) $G_1 = G + V\gamma$.

Beim Ausfluss der Luft aus Gefässen und Röhren dehnt sich dieselbe beim Uebergang aus der höheren Spannung in die geringere aus; es findet sonach zugleich eine Volumen- und Spannungsänderung, ferner auch infolge der dabei verrichteten Arbeit eine Aenderung der Temperatur statt.

Diese Erscheinung, die Temperaturerniedrigung bei der Ausdehnung ebensowohl als die Temperaturerhöhung bei vorkommender Compression ist in der Verschiedenheit der specifischen Wärmemengen begründet, welche ein Kilogramm Luft nöthig hat, um sich um 1⁰ Cels. zu erwärmen, je nachdem die Luft dabei ihre Spannung oder ihr Volumen unverändert behält. Es ist nämlich die specifische Wärmemenge der Luft bei constantem Drucke $c_p = 0{,}2377$, diejenige bei constantem Volumen $c_v = 0{,}1687$ und ist daher das Verhältniss dieser Wärmemengen $k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$.

Bezeichnet p_1 die specifische Spannung, t_1 die Temperatur in Graden Celsius, γ_1 das specifische Gewicht des in einem Gefässe eingeschlossenen Gases, p, t, γ bezüglich dieselben Grössen für das die Ausflussöffnung umgebende Medium, p, t_2, γ_2 den Zustand des ausströmenden Gases in der Mündungsebene; b den Barometerstand, welcher der Spannung p entspricht, h den Manometerstand, so ist die Geschwindigkeit der ausströmenden Luft: $v = \sqrt{2 g \frac{p_1}{\gamma_1} \cdot \frac{k}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$; dieselbe hat das specifische Gewicht $\gamma_2 = \gamma_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}}$ und die Temperatur $t_2 = t_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} + \frac{1}{a}\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$.

Das theoretische Luftquantum, welches durch eine Mündung F ausströmt, ist pro Secunde:

$$V_2 = F v = F \sqrt{2 g \frac{p_1}{\gamma_1} \cdot \frac{k}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$

Das Volumen dieses Luftquantums, auf die Spannungs- und Gewichtsverhältnisse (p_1, γ_1) der Luft innerhalb des Gefässes reducirt, ist: $V_1 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} V_2 = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} V_2 = F \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{2 g \frac{p_1}{\gamma_1} \cdot \frac{k}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$ und das Volumen dieser Luftmenge unter dem äusseren Drucke p nnd bei unveränderter innerer Temperatur:

$$V = \frac{p_1}{p} V_1 = F \sqrt{2 g \frac{p_1}{\gamma_1} \cdot \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left[\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]}.$$

Unter Einführung des Barometer- und Manometerstandes und für die Fälle, wo $\frac{h}{b}$ klein ist, kann man mit hinreichender Genauigkeit schreiben:

$$V = \left(1 - 0{,}028 \frac{h}{b}\right) F \sqrt{2 g \frac{p_1}{\gamma_1} \frac{h}{b}} = \left(1 - 0{,}028 \frac{h}{b}\right) 396\, F \sqrt{(1 + a t) \frac{h}{b}} \text{ in cbm.}$$

Für Gebläse- und Lüftungsmaschinen ist das Ausflussquantum, gemessen unter dem äusseren Druck p und bei der inneren Temperatur: $V = F \sqrt{2 g \frac{p_1}{\gamma_1} \cdot \frac{h}{b}} = 396\, F \sqrt{(1 + a t) \frac{h}{b}}$ in cbm.

Auch hier ist, wie beim Ausfluss des Wassers, zur Ermittelung der wirklich ausgeflossenen Luftmenge die theoretische noch mit einem Correctionsfactor μ zu multipliciren. Nach Versuchen von Weisbach ist bei Mündungen in dünner Wand von kreisförmigem Querschnitt von 10—24 mm Durchmesser und bei 50—850 mm Quecksilberdruckhöhe: $\mu = 0{,}555$ bis $0{,}787$; der Werth steigt bei zunehmender Pressung.

Bei cylindrischen Ansatzröhren von 10—24 mm Durchmesser und dreifacher Länge: $\mu = 0{,}730$ bis $0{,}833$.

Bei innen abgerundeten kurzen und längeren konischen düsenförmigen Mundstücken: $\mu = 0{,}95$ bis $0{,}97$.

Ausfluss der Luft bei Pressungen von 0 bis 1,4 Atmosphären-Ueberdruck, nach Gustav Schmidt (Ztschr. d. österr. Ingenieurvereins, 1864 S. 179).

Bezeichnet in Wassersäulenhöhe ausgedrückt b den Barometerstand der Luft, h_1 den Ueberdruck der Luft im Windcanal, h_2 den Ueberdruck im Ausblaseraum, β den Meeresbarometerstand ($\beta = 10{,}34$ m);

bedeutet ferner α den Ausdehnungscoefficienten der permanenten Gase, t_0 die Temperatur der Luft im Saugraum, t_1 diejenige im Windcanal in Graden Celsius, a den Querschnitt der Düsenmündung, μ den Ausflusscoefficienten (für Düsen 0,85), g die Beschleunigung durch die Schwere, M das Ausflussvolumen der Luft aus der Düse pro Minute, gemessen unter der Spannung und Temperatur des Saugraumes, M_1 den vom Gebläsekolben durchlaufenen Raum, E den Gebläseeffect, N die Betriebsarbeit in Pferdekräften, τ die Temperaturerhöhung der Luft im Gebläse in Graden Celsius, $\gamma = 1000$ kg das Gewicht eines Kubikmeters Wasser, so ergiebt sich für ein beliebiges Mass-System: $M = 60\sqrt{773,26}\,\lambda\mu a\,\frac{\sqrt{(b+h_2)\beta.(1+\alpha t_0)}}{b\sqrt{1+\alpha t_1}}\sqrt{2g(h_1-h_2)}$

oder für Metermass: $M = 6282\,\lambda a\,\frac{\sqrt{(b+h_2)\beta.(1+\alpha t_0)}}{b\sqrt{1+\alpha t_1}}\sqrt{h_1-h_2}$, wobei $\lambda = 1 - 0,03\,\frac{h_1-h_2}{b+h_2}$ zu setzen ist.

Der Gebläseeffect bestimmt sich zu: $E = 1,1\,\frac{M}{60}.\psi h_1\gamma$.

Die Betriebsarbeit $N = \frac{1,1.1000}{60.75} M\psi h_1 = 0,24444\,M\psi h_1$ und dabei ist: $\psi = 0,986 - 0,275\,\frac{h_1}{b}$, wenn $\frac{h_1}{b} < 0,47\ (> 0)$, $\psi = 0,932 - 0,160\,\frac{h_1}{b}$, wenn $\frac{h_1}{b} > 0,47\ (< 1,4)$ ist.

Als empirische Formel gilt ferner: $M_1 = {}^5/_4\,M\left(1 + 0,21\,\frac{h_1}{b}\right)$.

Die Temperaturerhöhung der Luft beträgt: $\tau = 1,2 + 70\,\frac{h_1}{b}$, wenn $\frac{h_1}{b} < 0,54\ (> 0)$,

$\tau = 1,2 + 50\,\frac{h_1}{b}$, wenn $\frac{h_1}{b} > 0,54\ (< 1,4)$ ist.

Beim Durchfluss der Luft durch Röhren ist nach Weisbach bei mässigen Windgeschwindigkeiten, bis ca. 25 m, der Widerstandscoefficient $\zeta = 0,024$ zu setzen; er ist aber um so kleiner anzunehmen, je grösser die Geschwindigkeit des Windes in der Röhre ist; annähernd lässt er sich berechnen für Metermass zu $\zeta = \frac{0,120}{\sqrt{v}}$.

In Bewegung befindliche Luft wirkt in ähnlicher Weise auf widerstehende feste Hindernisse wie fliessendes Wasser.

Es bezeichne P den Luftdruck in kg, F den Flächeninhalt einer verticalen ruhenden Ebene in qm, v die Geschwindigkeit der Luft in m pro Secunde, γ das Gewicht von 1 cbm Luft = 1,293 kg bei 13° C. und 1 Atm. Spannung, ζ einen Erfahrungscoefficienten, der bei kleinen Flächen 1,86 ist, bei grösseren aber bis 3 wachsen kann.

Wirkt der Luftstrom normal auf eine ruhende ebene Fläche, so ist der Druck $P = \zeta\gamma F\frac{v^2}{2g} = 0,12248\,Fv^2$ in kg; wirkt er dagegen unter dem Winkel α auf die ruhende Fläche, dann ist der Druck normal zur Fläche $P = \zeta\gamma F\frac{v^2}{2g}\sin^3\alpha$. Der Druck eines Windstromes gegen die Mantelfläche eines Cylinders ist $P = 0,57$ des Winddruckes, der gegen eine ebene Fläche gleich der Projection des Cylinders wirkt.

Tabelle über Geschwindigkeit und Kraft des Windes.

Bezeichnung	Geschwindigkeit v in m pro Sec.	Druck in kg pro qm	Bezeichnung	Geschwindigkeit v in m pro Sec.	Druck in kg pro qm
Mässig	2,5	0,765		18	39,68
	3	1,102		21	54,01
Frisch	4,7	2,706		24	70,55
	6	4,409		27	89,29
Lebhaft* . . .	7	6,001	Sturm	30	110,23
	9	9,921		33	133,36
	12	17,637		36	158,73
Heftig	15	27,558	Orkan	40	

* Für Windmühlen besonders geeignet.

IV. Wärmelehre.

Als Mass der einem Körper von aussen (durch Leitung oder Strahlung) zu- oder abgeführten Wärme gilt die Calorie, d. h. diejenige Wärmemenge, welche erforderlich ist, um die Temperatur von einem Kilogramm Wasser von 0° auf 1° Celsius zu erhöhen. Durch Zu- oder Abführung einer bestimmten Wärmemenge von dQ Calorien werden an einem Körper im allgemeinen folgende Erscheinungen hervorgerufen:

a) Erhöhung oder Verminderung der Temperatur; nach der mechanischen Wärmetheorie Veränderung der inneren Schwingungsarbeit um dW.

b) Veränderung des Volumens; — wodurch bei äusserem Drucke p und einer Volumenvergrösserung um dv die äussere Arbeit $dL = p\,dv$ geleistet wird.

c) Veränderung der physischen Beschaffenheit des Körpers, wozu nach der mechanischen Wärmetheorie ein Arbeitsaufwand dZ (Disgregationsarbeit) erforderlich ist.

Da nun einer Calorie ein constantes Arbeitsäquivalent von 424 mkg entspricht, denn um Q Wärmeeinheiten hervorzubringen, ist Arbeit L erforderlich: $L = 424\,Q$, so kann die zugeführte Wärmemenge dQ durch die Gleichung ausgedrückt werden: $dQ = A(dW + dZ + dL)$, wobei $A = \frac{1}{424}$ das **mechanische Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit** bedeutet.

A. Temperaturveränderungen.

1. Messung der Wärme. Die Temperaturveränderungen gewisser Körper sind innerhalb weiter Grenzen den Volumenveränderungen einfach proportional, wodurch ein Mittel zur Messung der Temperatur gegeben wird. Für Temperaturen von — 36° bis + 360° Celsius sind Quecksilberthermometer verwendbar; für Temperaturen über 1000° geben die Metall- oder Thon-Pyrometer jedoch nur angenäherte Messungen. Die Verschiedenheit der Quecksilberthermometer von Celsius, Réaumur und Fahrenheit (letzteres fast ausschliesslich in England und Nordamerika angewendet) bestimmt sich, bei 760 mm Luftdruck, nach folgender Tabelle:

Tabelle der verschiedenen Thermometerscalen.

Celsius	Réaumur	Fahrenheit	Celsius	Réaumur	Fahrenheit	Celsius	Réaumur	Fahrenheit
— 40	— 32	— 40	35	28	95	115	92	239
— 35	— 28	— 31	40	32	104	120	96	248
— 30	— 24	— 22	45	36	113	125	100	257
— 25	— 20	— 13	50	40	122	130	104	266
— 20	— 16	— 4	55	44	131	135	108	275
— 17 7/9	— 14 2/9	0	60	48	140	140	112	284
— 15	— 12	5	65	52	149	145	116	293
— 10	— 8	14	70	56	158	150	120	302
— 5	— 4	23	75	60	167	155	124	311
0	0	32	80	64	176	160	128	320
5	4	41	85	68	185	165	132	329
10	8	50	90	72	194	170	136	338
15	12	59	95	76	203	175	140	347
20	16	68	100	80	212	180	144	356
25	20	77	105	84	221	185	148	365
30	24	86	110	88	230	190	152	374

Bezeichnet C den einer bestimmten Temperatur entsprechenden Grad nach Celsius, R nach Réaumur, F nach Fahrenheit, so ist:

$$C = \tfrac{5}{4}R = \tfrac{5}{9}(F - 32);\quad R = \tfrac{4}{5}C = \tfrac{4}{9}(F - 32);\quad F = 32 + \tfrac{9}{5}C = 32 + \tfrac{9}{4}R.$$

Beim Glühen ergeben sich nach Pouillet folgende Temperaturen in Celsius-Graden:

Anfangendes Rothglühen	525°	Hellorange	1200°
Dunkelroth	700°	Weissglühen	1300°
Kirschroth	900°	Schweisshitze	1400°
Dunkelorange	1100°	Blendendes Weissglühen	1500°

2. Specifische Wärme (oder Wärmecapacität) eines Körpers heisst die Wärmemenge (angegeben in Calorien, welche erforderlich ist, um dessen Temperatur um 1° C. zu erhöhen.

a) Specifische Wärme fester und flüssiger Körper.

Blei	0,031	Kupfer	0,095	Zink	0,096
Schmiedeeisen	0,113	Messing	0,094	Zinn	0,055
Gusseisen	0,129	Platin	0,032	Ziegelstein	0,189—0,241
Glas	0,178	Quecksilber	0,033	Alkohol	0,700
Gold	0,032	Silber	0,057	Schwefelsäure	0,335
Kohle	0,241	Stahl	0,118	Wasser	1,000

G kg einer Substanz von der specifischen Wärme c erfordern zur Temperaturerhöhung von t_1 auf t_2 °C. eine Wärmezuführung von $Q = Gc(t_2 - t_1)$ Calorien. Für eine Mischung von G_1 kg von t_1° mit G_2 kg von t_2° derselben Flüssigkeit ist die Ausgleichstemperatur $t = \frac{G_1 t_1 + G_2 t_2}{G_1 + G_2}$.

b) Specifische Wärme der Gase und Dämpfe bezogen auf Wasser = 1.

	Spec. Wärme c_v bei constantem Volumen	Spec. Wärme c_p bei constantem Druck		Spec. Wärme c_v bei constantem Volumen	Spec. Wärme c_p bei constantem Druck
Atmosphärische Luft	0,1684	0,2375	Aetherdampf	0,3402	0,4797
Sauerstoff	0,1543	0,2175	Alkoholdampf	0,3213	0,4534
Stickstoff	0,1729	0,2438	Kohlensäure	0,1535	0,2164
Wasserstoff	2,4177	3,4090	Wasserdampf	0,3408	0,4805

Für permanente Gase sind die Werthe von c_v und c_p für alle Temperaturen und Pressungen constant und das Verhältniss $\frac{c_p}{c_v} = k = 1{,}41$ gleichfalls constant.

Für Dämpfe, d. h. solche ausdehnbare flüssige Körper, welche durch Druck oder Temperaturermässigung tropfbar flüssig gemacht werden können, findet das nicht statt und sind nur beiläufige Mittelwerthe gegeben.

B. Volumenveränderungen.

1. Ausdehnungscoefficienten. Bezeichnet α_1 den linearen Ausdehnungscoefficienten eines Körpers, L dessen Länge, F die Oberfläche und V das Volumen, so verändern sich bei einer Temperaturveränderung des Körpers von t_1 auf t_2° diese Werthe um die Grössen:

$$\triangle L = \alpha_1 L(t_2 - t_1);\ \triangle F = 2\alpha_1 F(t_2 - t_1);\ \triangle V = 3\alpha_1 V(t_2 - t_1).$$

Für Flüssigkeiten besteht nur der kubische Ausdehnungscoefficient α_3.

Werthe des linearen Ausdehnungscoefficienten ($100\,\alpha_1$) fester Körper bei der Temperaturzunahme um 100° C*

Blei	0,002848	1/351	Gold	0,001466	1/682	Stahl ungehärtet	0,001079	1/927
Schmiedeeisen	0,001220	1/1157	Kupfer	0,001811	1/552	„ gehärtet	0,001240	1/807
Gusseisen	0,001110	1/901	Messing	0,001878	1/532	Zink	0,002942	1/340
Glas	0,000864	1/1161	Silber	0,001909	1/524	Zinn	0,001958	1/516

* Giltig bis in die Nähe des Schmelzpunktes.

Werthe des kubischen Ausdehnungscoefficienten α_3 von tropfbaren Flüssigkeiten und Gasen für Temperaturzunahmen um 1° C*			
Quecksilber	0,000182	Wasser Mittelwerth zwischen	**
		0° und 4°	— 0,000034
Atmosphärische Luft und alle permanenten Gase bei Erwärmung unter gleichbleibendem Druck	0,003663	4°— 20°	+ 0,000108
		20°— 50°	0,000337
		50°— 70°	0,000519
		70°—100°	0,000676
		0°—100°	0,000430

Schwindmass. Die Volumenabnahme des in Formen gegossenen flüssigen Metalls beim Erstarren wird bestimmt durch das Schwindmass, wobei die Flächen- und Volumenschwindung das Zwei- resp. Dreifache der Linearschwindung beträgt.

Werthe des Linearschwindmasses (nach Karmarsch).							
Gusseisen . . .	$^1/_{98}$—$^1/_{95}$	Glockenmetall . . .	$^1/_{63}$	Kanonenmetall . .	$^1/_{130}$	Blei	$^1/_{104}$—$^1/_{86}$
Messing . . .	$^1/_{60}$—$^1/_{50}$	Statuenbronze .	$^1/_{82}$—$^1/_{72}$	Zink	$^1/_{97}$—$^1/_{65}$	Zinn	$^1/_{173}$—$^1/_{120}$

2. Ausdehnungs- und Zusammenziehungskraft. Soll ein Körper durch eine äussere Kraft p an seiner der Temperaturdifferenz $t_2 - t_1$ entsprechenden Ausdehnung oder Zusammenziehung gehindert werden, so ist die Grösse dieser Kraft in kg: $p = \alpha_1 F E (t_2 - t_1)$, wobei α_1 den linearen Ausdehnungscoefficienten (bei Flüssigkeiten den kubischen) für 1° C Temperaturzunahme bedeutet, F den in qm gegebenen Querschnitt des Körpers senkrecht zur Richtung der Kraft p und E den Elasticitätsmodul des Materials in kg pro qm.

Bei permanenten Gasen ist das allgemein giltige Verhältniss zwischen dem Druck p des Gases in kg auf 1 qm, dem specifischen Volumen v in cbm von einem kg des Gases [1]), und der Temperatur t (hier wie überall in den Formeln in Graden Celsius): $pv = R(a + t)$. Dabei ist $a = \frac{1}{0{,}003663} = 273$ für alle Gase constant und $a + t = T$ die sogen. **absolute Temperatur.**

Die Constante R ist für Luft $= 29{,}272$ und für ein anderes Gas vom specifischen Gewicht ε in Bezug auf Luft $R_1 = \frac{29{,}272}{\varepsilon}$.

Werthe von R als Constante der Formel $pv = RT$					
Atmosphärische Luft .	29,272	Stickstoff	30,139	(Ueberhitzter Wasserdampf	47,061)
Sauerstoff	26,475	Wasserstoff	422,612		

Man kann das Gewicht eines gegebenen Gasvolumens V bestimmen nach: $G = \frac{Vp}{R(a + t)}$.

3. Verhalten permanenter Gase bei Wärmemittheilung. Es bezeichne im allgemeinen $A = {}^1/_{424}$ das mechanische Wärmeäquivalent, c_v die specifische Wärme (Wärmecapacität) des Gases bei constantem Volumen (siehe Seite 93), so ist:

a) Bei Erwärmung des Gases bei constantem Volumen $v_1 = v_2$, von t_1 auf t_2, die zuzuführende Wärmemenge in Calorien $Q = c_v (t_2 - t_1)$. Die dabei vom Gase geleistete äussere Arbeit $L = 0$. Anfangsdruck $p_1 = \frac{R(a + t_1)}{v_1}$. Enddruck $p_2 = \frac{R(a + t_2)}{v_1}$.

b) Erwärmung des Gases bei constantem Drucke $p_1 = p_2$, von t_1 auf t_2: $Q = c_v(t_2 - t_1) + Ap_1(v_2 - v_1)$. Die Volumina v_1 und v_2 oder umgekehrt die Temperaturen, wenn v_1 und v_2 gegeben sind, bestimmen sich nach obiger Gleichung: $v_1 = \frac{R(a + t_1)}{p}$; $v_2 = \frac{R(a + t_2)}{p}$.

Dabei wird die äussere Arbeit geleistet: $L = p_1 (v_2 - v_1)$.

c) Expansion des Gases nach der **gleichseitigen Hyperbel** bei constanter Temperatur und Wärmezuführung $t_1 = t_2$, von v_1 auf v_2: Zuzuführende Wärmemenge $Q = Ap_1 v_1 \, lognat \frac{v_2}{v_1} = Ap_2 v_2 \, lognat \frac{v_2}{v_1}$. Geleistete äussere Arbeit $L = p_1 v_1 \, lognat \frac{v_2}{v_1}$; $p_1 v_1 = p_2 v_2 = R(a + t_1) = RT$.

---

* Giltig bis in die Nähe des Siedepunktes.

** Bei Erwärmung des Wassers von 0° auf 4° nimmt das Volumen ab, bis bei 4° der Zustand der grössten Dichte erreicht ist.

1) $v = \frac{1}{s}$ wenn s das specifische Gewicht bezogen auf Wasser angiebt. Das absolute Volumen des vorliegenden Gasquantums ist dann $V = vG$, wenn dessen Gewicht G in kg gegeben ist.

d) **Expansion des Gases nach der adiabatischen Curve ohne Wärmezuführung oder Abführung.** Es findet Temperatursenkung statt $Q=0$; $L=\frac{c_v}{A}(T_1-T_2)$ wenn die Temperaturen bekannt sind.

$$L=\frac{p_1 v_1}{k-1}\left\{1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right\}=\frac{p_1 v_1}{k-1}\left\{1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right\}$$

Man bedient sich ersterer Gleichung bei gegebenem Volumen, letzterer bei gegebenen Pressungen.

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}=\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1};\ \frac{p_1}{p_2}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k}.$$

Dabei ist $\frac{c_p}{c_v}=k$, das Verhältniss der Wärmecapacitäten, für alle Gase constant $k=1{,}410$; $\frac{c_v}{AR}=\frac{1}{k-1}$.

Bei gegebenem p_1, v_1 und v_2 ist hiernach der Enddruck p_2 und die Arbeit L zu bestimmen, oder bei gegebenem $t_1 t_2$ und p_1, die Grössen L und p_2 u. s. w.

Das Expansionsverhältniss ist: $\frac{v_2}{v_1}=\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}$.

C. Aenderungen des Aggregatzustandes.

1. Schmelz- und Siedetemperaturen.

Schmelztemperatur verschiedener Substanzen.

Antimon	432° C	Schmiedeeisen	1500—1600	Quecksilber	—39
Blei	330	Gold	1100—1250	Schwefel	109
Bronze	900	Glas	1200	Stahl	1300—1400
Eis	0	Kupfer	1100—1200	Gelbes Wachs	61
Gusseisen graues	1200	Phosphor	43	Zink	360
„ weisses	1050	Platin	2500	Zinn	230

Siedetemperatur verschiedener Substanzen unter dem Drucke:

	der äusseren Atm. 760 mm Quecksilber	1 Atm. Ueberdruck		der äusseren Atm. 760 mm Quecksilber	1 Atm. Ueberdruck
Alkohol	78,3	96,8	Quecksilber	357,0	397,0
Aether	35,0	55,9	Wasser	100,0	120,6

Werthe des Elasticitätsmoduls E (kg pro 1 qmm) verschiedener Metalle

Temperaturen	10—20° C	100°	200°	Temperaturen	10—20° C	100°	200°
Blei	1727	1630	—	Kupfer	10519	9827	7862
Gold	5584	5408	5482	Schmiedeeisen	20794	21877	17700
Gusstahl	19561	19014	17926				

2. Spannung gesättigter Dämpfe. Gesättigt wird der Dampf so lange genannt, als er noch mit einem Theilchen seiner erzeugenden Flüssigkeit in Verbindung steht. Ist dieses gleichfalls verdampft, so tritt bei fortgesetzter Wärmezuführung der Dampf in den überhitzten Zustand über, in welchem er sich mehr und mehr dem Verhalten eines permanenten Gases nähert.

Bei gesättigtem Dampfe entspricht einem bestimmten Drucke stets eine bestimmte Temperatur, unter welcher allein seine Bildung und sein Bestehen als solcher möglich ist. Diese Temperatur bleibt, bei gleichbleibendem Drucke, so lange constant, bis alle Flüssigkeit unter fortgesetzter Wärmezuführung in Dampf verwandelt ist.

Temperatur und specifisches Gewicht des Wasserdampfes für verschiedene Spannungen ergeben sich aus den Colonnen 3 und 8 der Tabelle auf Seite 98.

Eine empirisch abgeleitete Beziehung zwischen der Spannung p (in kg pro 1 qm) und der Temperatur des gesättigten Wasserdampfes ist $p = 10330\,(0{,}2847 + 0{,}00715331\,t)^5$, zwischen dem specifischen Gewicht γ (kg pro 1 cbm) und der Spannung p in Atmosphären: $\gamma = 0{,}6061\,p^{0{,}9393}$.

Ueberhitzte Dämpfe verhalten sich bei höheren Temperaturen ähnlich wie permanente Gase (s. S. 93).

3. Verhalten von Dampf und Flüssigkeitsmischungen bei Wärmezuführung (nach Zeuner). Die gesammte Wärmemenge λ, welche erforderlich ist, um 1 kg Wasser von 0^0 in Dampf von der Temperatur von t^0 zu verwandeln, setzt sich zusammen aus der Flüssigkeitswärme q, welche 1 kg Wasser von 0^0 auf t^0 bringt, und aus der Verdampfungswärme r, welche 1 kg Wasser von t^0 in Dampf von t^0 verwandelt.

Nach Watt ist die Gesammtwärme: $\lambda = 640$ Calorien für 1 kg Dampf, constant. Nach Regnault: $\lambda = (606{,}5 + 0{,}305\,t)$ Calorien, worin t Temperatur des Dampfes ist. Die Flüssigkeitswärme: $q = t + 0{,}00002\,t^2 + 0{,}0000003\,t^3$; die Verdampfungswärme: $r = \lambda - q = 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3$.

Die zur Disgregationsarbeit bei der Dampfbildung verwendete Wärmemenge, die innere latente Wärme $= \varrho$. Die zur Verrichtung der äusseren Arbeit L bei der Dampfbildung aufgewendete Wärmemenge, die äussere latente Wärme $AL = Apu$; die ganze latente Wärme, Verdampfungswärme, $r = \varrho + Apu$. Es bezeichnet p den der Temperatur t entsprechenden Druck (Col. 1), $s = \frac{1}{\gamma}$ das specifische Volumen des Dampfes; $\sigma = 0{,}001$ das specifische Volumen (in cbm pro 1 kg) des Wassers; $A = \frac{1}{424}$ das Wärmeäquivalent; das specifische Volumen von Dampf und Wasser $= v$.

In einem abgeschlossenen Gefässe befinde sich die Gewichtseinheit einer Mischung von x kg Dampf und $(1 - x)$ kg Wasser von der Temperatur t^0. Wenn das letzte Wasserelement verdampft ist, so ist $x = 1$ und $1 - x = 0$. Es ist x das specifische Dampfgewicht. $v = xs + (1 - x)\,\sigma = ux + \sigma$; $u = s - \sigma$ (u nach der Tabelle).

Die specifische Wärme des Wassers, als Mittelwerth für höhere Temperaturen ist $c = 1{,}0224$, und die absolute Temperatur $273 + t = T$. Es besteht für die zur Verdampfung eines Flüssigkeitstheilchens dx erforderliche Wärmemenge dQ die Differentialgleichung: $dQ = dq + d(x\varrho) + Ap\,dv$, aus welcher sich, in Vereinigung mit anderen Formeln der mechanischen Wärmetheorie, die nachfolgenden speciellen Fälle auflösen lassen.

a) Vollständige Verdampfung unter dem Drucke p eines kg Wasser von anfänglich 0^0 Temperatur. Zuzuführende Wärmemenge in Calorien: $Q = q + \varrho + Apu =$ Gesammtwärme λ. Die dabei vom entstehenden Dampfe geleistete äussere Arbeit in mkg: $L = pu = 424\,.\,Apu$. Für q, ϱ und Apu sind die dem Drucke p entsprechenden Werthe aus der Tabelle (S. 98) direct zu entnehmen oder zu interpoliren.

b) Erwärmung eines kg Dampf und einer Flüssigkeitsmischung [x_1 kg Dampf, $(1 - x_1)$ kg Wasser] von t_1 auf t_2 bei constantem Volumen: $v_1 = v_2$; $Q = q_2 - q_1 + x_2\varrho_2 - x_1\varrho_1$; $L = 0$; $x_2 = \frac{u_1}{u_2}\,x_1$; $Q = q_2 - q_1 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho_2}{u_2} - \frac{\varrho_1}{u_1}\right)$. Diese Gleichung gilt nicht für überhitzte Dämpfe. Die Werthe q_1, ϱ_1, u_1 und q_2, ϱ_2, u_2 sind neben den Temperaturen t_1 und t_2 aus der Tabelle zu entnehmen. Ebenso Anfangs- und Endspannung p_1 und p_2.

c) Expansion der Mischung bei constanter Temperatur $t_1 = t_2$ vom Anfangsvolumen v_1 auf das Endvolumen v_2. $Q = r_1\,(x_2 - x_1) = r_1 \frac{v_2 - v_1}{u_1}$; $L = p_1\,(v_2 - v_1)$; $x_1 = \frac{v_1 - \sigma}{u_1}$; $x_2 = \frac{v_2 - \sigma}{u_1}$. Druck p_1, Verdampfungswärme r_1, und u_1 bleiben constant.

d) Expansion der Mischung von p_1 auf p_2, wenn Wärme weder zu- noch abgeführt wird. $Q = 0$. $\frac{x_2 r_2}{T_2} = \frac{x_1 r_1}{T_1} + c\,lognat\,\frac{T_1}{T_2}$. Neben p_1 und p_2 ist t_1 und t_2, r_1 und r_2 aus der Tabelle zu entnehmen, dadurch T_1 und T_2 bestimmt und bei gegebenem x_1 das Dampfquantum x_2 am Ende der Expansion zu berechnen. Hieraus ergiebt sich: $v_1 = u_1 x_1 + \sigma$; $v_2 = u_2 x_2 + \sigma$. Die geleistete äussere Arbeit in mkg:

$$L = \frac{1}{A}\,(q_1 - q_2 + x_1\varrho_1 - x_2\varrho_2).$$

Zur Bestimmung des Spannungsverhältnisses aus dem Expansionsverhältniss, wenn letzteres gegeben ist, hat man die Näherungsformel für die Expansion nach der adiabatischen Curve: $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\mu = e^\mu$ und demnach die bei der Expansion von v_1 auf v_2 geleistete äussere Arbeit:

$$L = \frac{p_1 v_1}{\mu - 1}\left\{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\mu - 1}\right\} = \frac{p_1 v_1}{\mu - 1}\left\{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\mu - 1}{\mu}}\right\},$$

wobei $\mu = 1{,}135$ für verschiedene Pressungen, aber trockene Dämpfe constant ist. Wird x kleiner als 1, so ändert sich μ nach der Formel: $\mu = 1{,}035 + 0{,}100\,x_1$, wenn x_1 das anfänglich in einem kg Mischung enthaltene Dampfgewicht ist und zwischen $x_1 = 0{,}7$ bis $1{,}00$ liegt.

e) Oberflächen- und Einspritzcondensatoren. **Abzuführende Wärmemenge** in Calorien pro 1 kg Dampf- und Flüssigkeitsmischung, welche sich am Ende eines Hubes im Dampfcylinder befindet $Q' = q_1 - q_2 + x_1(\varrho_1 + Ap_2u_1)$; dabei gelten die Grössen mit dem Index 1 für den Dampfcylinder, mit dem Index 2 für den Condensator. Bei practischen Aufgaben schreibt man die gesammte abzuführende Wärmemenge Q, wenn G_1 in kg das Gewicht des Dampfes im Cylinder, $Q = G_1(q_1 - q_2 + x_1\varrho_1)$. Nimmt man $x = 1$ an und setzt man $q_1 = t_1$; $q_2 = t_2$ (nach der Tabelle, da immer unter eine Atm. expandirt wird), so hat man endlich annähernd: $Q = G_1(575{,}40 + 0{,}309\,t_1 - t_2)$.

Kühlwassermenge in kg für 1 kg Dampf- und Flüssigkeitsmischung im Cylinder:

$$M = \frac{q_1 - q_2 + x_1(\varrho_1 + Ap_2u_1)}{q_0' - q_0}, \text{ näherungsweise } M = \frac{\lambda_1 - t_2}{t_0' - t_0};$$

dabei ist Temperatur und Flüssigkeitswärme des Kühlwassers beim Eintritt t_0, q_0, beim Austritt t_0', q_0'.

Einspritzwassermenge. Eintrittstemperatur t_0, Austrittstemperatur t_2.

$$M = \frac{q_1 - q_2 + x_1(\varrho_1 + Ap_2u_1)}{q_2 - q_0}, \text{ näherungsweise } M = \frac{595 - t_2}{t_2 - t_0}.$$

f) **Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe** siehe S. 98.

D. Wärmemittheilung.

Wärmemittheilung erfolgt durch Wärmeleitung oder Wärmestrahlung. Erstere findet statt bei directer Berührung der Wärmequelle mit dem zu erwärmenden Körper, letztere erfolgt selbst durch den luftleeren Raum und nimmt ab an Intensität mit dem Quadrate der Entfernung.

1. Verhältnisswerthe des Wärmeleitungsvermögens verschiedener Metalle.

Metall	Wert	Metall	Wert
Silber	1000	Eisen	119
Kupfer	736	Blei	85
Gold	532	Platin	84
Zink	281	Neusilber	63
Zinn	150		

Verhältnisswerthe des Wärmestrahlungs- und Absorptionsvermögens verschiedener Körper.

Körper	Wert	Körper	Wert
Lampenruss	100	Rauhes Blei	45
Papier	98	Quecksilber	20
Crownglas	90	Blankes Blei	19
Eis	85	Polirtes Eisen	15
Graphit	75	Gold, Silber, Kupfer	12

2. Die durch eine dünne Wand von der Fläche F in qm, bei einer Temperaturdifferenz $(t_2 - t_1)$ auf den beiden Seiten derselben, pro Stunde durchgehende Wärmemenge in Calorien ist $Q = kF(t_2 - t_1)$.

Mittelwerthe von k pro 1 qm Fläche, 1° Temperaturdifferenz und pro Stunde, nach Redtenbacher	
1. Wärmemittheilung aus Luft (oder Heizgasen) durch eine Wand von Kesselblech in Wasser oder aus Wasser in Luft	$k = 23$
2. Aus Luft durch eine Wand von Kesselblech in Luft	$k = 7$
3. Aus Luft durch eine Gusseisenwand von 1—1½ cm Dicke in Luft	$k = 14$
4. — ebenso aus Dampf in Luft	$k = 12$

Für die verschiedenen Heizsysteme ergaben sich demnach folgende Formeln, bei denen allgemein bezeichnet Q die Wärmemenge in Calorien, welche der heisse Strom an die zu erwärmende Flüssigkeit stündlich abgeben soll, T_0 die Anfangstemperatur des Heizstromes, T_1 dessen Endtemperatur, mit der er den Heizapparat verlässt, k den oben gegebenen Wärmeleitungscoefficienten.

a) Für einen Nichtstromapparat, in welchem die Temperatur der zu erwärmenden Flüssigkeit an allen Stellen der Wand constant $= t$ ist, ist für den stündlichen Durchgang der Wärmemenge Q in Calorien die Heizfläche F_n in qm erforderlich: $F_n = \dfrac{Q}{k} \cdot \dfrac{\operatorname{lognat} \dfrac{T_0 - t}{T_1 - t}}{T_0 - T_1}$.

b) Für einen Parallelstromapparat: $F_p = \dfrac{Q}{k} \cdot \dfrac{\operatorname{lognat} \dfrac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{T_0 - T_1 + (t_1 - t_0)}$, wobei t_0 die Eintritts- und t_1 die Austrittstemperatur der zu erwärmenden Flüssigkeit bezeichnet.

c) Für einen Gegenstromapparat, unter denselben Bezeichnungen: $F_g = \dfrac{Q}{k} \cdot \dfrac{\operatorname{lognat} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$.

Bei Dampfkesseln ist beiläufig zu setzen: $T_1 = 300 - 500°$; $T_0 = 1000 - 1200°$; $t_0 = 15 - 20°$, ohne Vorwärmung des Kesselwassers; $t_1 = 120 - 150°$; $k = 23$. Q bestimmt sich, wenn stündlich S kg Dampf von der Temperatur t_1 geliefert werden sollen, aus $Q = S(\lambda_1 - q_0)$, wobei die Gesammtwärme λ_1, der Temperatur t_1, und die Flüssigkeitswärme q_0, der Temperatur t_0 entsprechend, aus der Tabelle S. 98 zu entnehmen sind.

f) Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe.

Absolute Dampfspannung p		Temperatur t (Grade Cels.)	Gesammtwärme $\lambda = q + \varrho + Apu$			$u = s - \sigma$	Dichte γ = Gewicht eines cbm Dampf in kg
				Verdampfungswärme			
Atmosphären à 760 mm Quecksilbersäule	kg pro 1 qm		Flüssigkeitswärme = q (Cal. pro 1 kg)	Innere latente Wärme ϱ (Cal. pro 1 kg)	Aeussere latente Wärme Apu (Cal. pro 1 kg)		
0,1	1033	46,2	46,282	538,848	35,464	14,5508	0,0687
0,2	2067	60,5	60,589	527,584	36,764	7,5421	0,1326
0,3	3100	69,5	69,687	520,433	37,574	5,1388	0,1945
0,4	4133	76,3	76,499	515,086	38,171	3,9154	0,2553
0,5	5167	81,7	82,017	510,767	38,637	3,1705	0,3153
0,6	6200	86,3	86,662	507,121	39,045	2,6700	0,3744
0,7	7234	90,3	90,704	503,957	39,387	2,3086	0,4330
0,8	8267	93,9	94,304	501,141	39,688	2,0355	0,4910
0,9	9300	97,1	97,543	498,610	39,957	1,8216	0,5487
1,0	10334	100,0	100,500	496,300	40,200	1,6494	0,6059
1,1	11367	102,7	103,216	494,180	40,421	1,5077	0,6628
1,2	12400	105,2	105,740	492,210	40,626	1,3891	0,7194
1,3	13434	107,5	108,104	490,367	40,816	1,2882	0,7757
1,4	14467	109,7	110,316	488,643	40,993	1,2014	0,8317
1,5	15501	111,7	112,408	487,014	41,159	1,1258	0,8874
1,6	16534	113,7	114,389	485,471	41,315	1,0595	0,9430
1,7	17568	115,5	116,269	484,008	41,463	1,0007	0,9983
1,8	18601	117,3	118,059	482,616	41,602	0,9483	1,0534
1,9	19635	119,0	119,779	481,279	41,734	0,9012	1,1084
2,0	20668	120,6	121,417	480,005	41,861	0,8588	1,1631
2,2	22734	123,6	124,513	477,601	42,096	0,7851	1,2721
2,5	25835	127,8	128,753	474,310	42,416	0,6961	1,4345
2,7	27901	130,4	131,354	472,293	42,610	0,6475	1,5420
3,0	31002	133,9	134,989	469,477	42,876	0,5864	1,7024
3,2	33068	136,1	137,247	467,729	43,040	0,5518	1,8088
3,5	36169	139,2	140,438	465,261	43,269	0,5072	1,9676
3,7	38236	141,2	142,453	463,703	43,413	0,4814	2,0729
4,0	41336	144,0	145,310	461,496	43,614	0,4474	2,2303
4,2	43403	145,8	147,114	460,104	43,739	0,4273	2,3349
4,5	46503	148,3	149,708	458,103	43,918	0,4004	2,4911
4,7	48570	150,0	151,360	456,829	43,030	0,3844	2,5949
5,0	51670	152,2	153,741	454,994	44,192	0,3626	2,7500
5,2	53737	153,7	155,262	453,823	44,293	0,3495	2,8531
5,5	56837	155,9	157,471	452,123	44,441	0,3315	3,0073
5,7	58904	157,2	158,880	451,039	44,533	0,3205	3,1098
6,0	62004	159,2	160,938	449,457	44,667	0,3054	3,2632
6,2	64071	160,5	162,255	448,444	44,753	0,2962	3,3652
6,5	67171	162,4	164,181	446,965	44,876	0,2833	3,5178
6,7	69238	163,6	165,428	446,008	44,956	0,2753	3,6192
7,0	72338	165,3	167,243	444,616	45,070	0,2642	3,7711
7,5	77505	168,1	170,142	442,393	45,250	0,2475	4,0234
8,0	82672	170,8	172,888	440,289	45,420	0,2329	4,2745
8,5	87839	173,4	175,514	438,280	45,578	0,2200	4,5248
9,0	93006	175,8	178,017	436,366	45,727	0,2085	4,7741
9,5	98173	178,1	180,408	434,539	45,868	0,1981	5,0226
10,0	103340	180,3	182,719	432,775	46,001	0,1887	5,2704
10,5	108507	182,4	184,927	431,090	46,127	0,1802	5,5174
11,0	113674	184,5	187,065	429,460	46,247	0,1725	5,7636
11,5	118841	186,5	189,131	427,886	46,362	0,1654	6,0092
12,0	124008	188,4	191,126	426,368	46,471	0,1589	6,2543
12,5	129175	190,3	193,060	424,896	46,576	0,1529	6,4986
13,0	134342	192,1	194,944	423,465	46,676	0,1473	6,7424
13,5	139509	193,8	196,766	422,080	46,772	0,1421	6,9857
14,0	144766	195,5	198,537	420,736	46,864	0,1373	7,2283

V. Physik.

Die Physik umfasst alle diejenigen Naturerscheinungen, bei welchen keine Veränderungen der inneren Beschaffenheit der Körper vorkommen, sowie die dabei waltenden Gesetze.

A. Allgemeine Eigenschaften der Körper.

Körper heisst jeder mit Stoff (Materie) angefüllte, von allen Seiten begrenzte Raum; seine Grösse wird mit Volumen oder Rauminhalt bezeichnet. Jeder Körper besitzt **Ausdehnung**, d. h. er lässt sich nach Länge, Breite und Höhe bestimmen. Seine Gestalt wird durch die Art seiner äusseren Begrenzung bestimmt, seine Masse bildet die Gesammtheit aller seinen Rauminhalt ausfüllenden Theile.

Undurchdringlichkeit, neben der Ausdehnung eine zweite Haupteigenschaft, besitzt ein Körper, weil an der Stelle, an welcher sich die Massentheile eines Körpers befinden, zu gleicher Zeit kein anderer sein kann.

Porosität bezeichnet die Eigenschaft der Körper, grössere oder kleinere Zwischenräume — Poren — zu besitzen, welche davon herrühren, dass die Materie den Raum nicht vollständig ausfüllt.

Theilbarkeit nennt man die Fähigkeit der Körper, sich auf mechanischem Wege in kleinere Bestandtheile zerlegen zu lassen. Moleküle sind die kleinsten, dem ursprünglichen Körper noch gleichartigen Theile, in welche derselbe noch zerlegt werden kann, Atome seine kleinsten nicht mehr theilbaren Bestandtheile. Cohäsion (Cohärenz) bezeichnet das Zusammenhalten der Theile eines und desselben Körpers; man schreibt sie einer besonderen Anziehungskraft der Atome untereinander zu. Die Expansivkraft, d. i. die Kraft, welche das Bestreben in den Körpern erzeugt, die kleinsten Theile immer von einander zu entfernen, stets einen grösseren Raum einzunehmen (ihre Expansion zu bewirken), wirkt jener entgegen.

Die drei Aggregatsformen oder Aggregatzustände lassen sich aus dem Ueberwiegen der einen oder der anderen jener beiden Kräfte — der Anziehungskraft und der entgegenwirkenden Abstossungskraft — erklären. In überwiegendstem Masse tritt die Cohäsion auf bei festen Körpern (1. Aggregatzustand), in geringerer Weise bei flüssigen (2. Aggregatzustand); bei den gasförmigen Körpern (3. Aggregatzustand) ist die Expansivkraft vorherrschend.

Festigkeit ist der Grad des Widerstandes, den ein Körper der Trennung seiner Theile entgegensetzt. (Vergl. Bd. IV. S. 54 u. ff.)

Elasticität oder Federkraft ist die Kraft, vermöge deren ein Körper wieder in seine frühere Gestalt und sein früheres Volumen zurückkehrt, wenn die seine Veränderung herbeiführende Kraft verschwindet. (Bd. IV. S. 58 u. f.)

Schwerkraft oder Schwere nennt man die Ursache eines Zuges, welcher durch die Anziehungskraft der Erde auf einen Körper ausgeübt wird. Das Gewicht des Körpers, d. i. der Druck auf seine Unterlage, ist die Wirkung jener Anziehungskraft.

Das specifische Gewicht oder das ihm eigenthümliche Gewicht eines Körpers ist die Zahl, welche angiebt, wievielmal das Gewicht des Volumens eines angenommenen Vergleichskörpers in dem Gewicht desselben Volumens des betreffenden Körpers enthalten ist. Es ist demnach das specifische Gewicht das Resultat der Vergleichung des absoluten Gewichtes zweier Körper von gleichen Volumina; für feste und flüssige Körper ist destillirtes Wasser, für gasförmige Körper die atmosphärische Luft (in neuerer Zeit Wasserstoff) als Vergleichsmaterie angenommen. Das specifische Gewicht drückt zugleich das Verhältniss der Dichtigkeiten der verglichenen Materien aus.

Tabelle der specifischen Gewichte.

1. Feste Körper. (Wasser bei 4° Cels. = 1).

Körper	Gewicht
Alabaster	2,70
Alaun	1,70—1,80
Alaunschiefer	2,30—2,60
Aluminium, geschmolzen	2,56
Aluminium, gehämmert	2,67
Anthracit	1,30—1,70
Antimon	6,60—6,70
Arsenik	5,60—5,90
Asbest	2,10—2,80
Asphalt	1,10—1,20
Basalt	2,70—3,20
Bausteine (i. M.)	2,50
Bernstein	1,08
Bimstein	0,90—1,60
Blei	11,35—11,37
Bleiglätte	8,00—9,50
Bleiglanz	7,40—7,60
Braunkohle	1,20—1,50
Bronze	8,30—8,60
Cement	2,70—3,10
Chrom	5,90
Coaks	1,40
„ , geschichtet, einschliesslich Zwischenräume	0,55
Diamant	3,50
Eis (bei 0°)	0,91—0,93
Eisen, Schmiede-	7,60—7,79
„ , Guss-	7,00—7,50
„ -Draht	7,60—7,80
Elfenbein	1,80—1,92
Erde, lehmig, frisch	2,10
„ , trocken	1,90
„ , mager, trocken	1,30
Feldspath	2,60
Feldstein im Mittel	2,50
Fett im Mittel	0,93
Feuerstein	2,60
Galmei	3,38
Gyps, krystallisirt	2,03
„ , gebrannt	1,81
„ , gegossen	0,97
Glas, Fenster- (i. M.)	2,60
„ , Flint-	3,20—3,80
„ , Crown-	2,45—2,65
„ , Krystall-	2,89
„ , Spiegel-	2,46
Glockenmetall	8,80
Gneiss	2,40—2,70
Gold, gediegen	18,60—19,10

Körper	Gewicht (grün)	lufttrocken
Gold, gehämmert	19,30	
„ , geschmolzen	19,25	
Granit	2,50—3,00	
Graphit	1,80—2,30	
Gummi, vulcanisirt	1,25—1,75	
Guttapercha	0,96—0,98	
Harz, Fichten-	1,07	
Holz:	grün	lufttrocken
Apfelbaum	—	0,73
Ahorn	0,90	0,70
Birke	0,90	0,70
Buche, Roth-	0,97	0,75
„ , Weiss-	1,00	0,72
Buchsbaum	1,00	0,97
Ceder	—	0,57
Ebenholz	—	1,19—1,21
Eiche	1,03	0,62—0,85
Erle	0,90	0,50—0,60
Esche	0,85	0,64
Fichte	0,80—0,92	0,47
Kiefer	0,86—0,91	0,55—0,62
Kork	—	0,24
Lerche	0,83	0,52—0,59
Linde	0,82	0,56—0,59
Mahagoni	—	0,56—1,06
Nussbaum	0,88	0,66
Pappel	0,77	0,40—0,50
Pockholz (Guajak)	—	1,33
Tanne	0,80—0,90	0,50—0,60
Ulme	0,93—0,99	0,66—0,74
Weide	0,76—0,99	0,42—0,58
Holzkohle:		
von Nadelholz	0,28—0,40	
„ hartem Holz	0,47	
„ Eichenholz	0,57	
Jod	4,95	
Kalium	0,865	
Kalkstein	2,40—2,80	
Kalkmörtel	1,60—1,80	
Kalkspath	2,70	
Kautschuk	0,93	
Kiesel	2,30—2,70	
Knochen	1,60	
Kochsalz	2,10—2,20	
Kreide	1,80—2,66	
Kupfer, gegossen	8,60—8,90	
„ , gehämmert }	8,80—9,00	
„ , gewalzt }		
„ -Draht }		

Körper	Gewicht
Lava	2,76
Lehm	1,50—2,80
Marmor	2,52—2,85
Mauerwerk:	
Bruchstein-	2,40—2,46
Sandstein-	2,05—2,12
Ziegelstein-	1,47—1,70
„ , frisch	2,40—2,46
Meersalz	2,21
Menschlicher Leib	1,10
Mergel	2,40—2,60
Messing	8,40—8,70
Natron	0,97
Nickel	8,28—9,26
Pech	1,07—1,15
Phosphor	1,77
Platin	20,90—21,70
Porphyr	2,40—2,80
Porzellan	2,40—2,50
Porzellanerde	1,15—1,20
Quarz	2,50—2,80
Sand	1,40—1,90
Sandstein	1,90—2,70
Schiefer	2,60—2,70
Schnee	0,10
Schwefel	1,96—2,07
Schwerspath	4,48—4,72
Serpentin	2,55
Silber, gegossen	10,10—10,47
„ , gehämmert	10,51—10,62
Stahl, Cement-	7,26—7,80
„ , Frisch-	7,50—7,80
„ , Guss-	7,83—7,92
Steinkohle	1,20—1,50
„ , Cannel-	1,42
„ , geschichtet, einschl. Zwischenräume in kl. Stücken	0,85—0,95
„ gr. „	0,95—1,05
Talkerde	2,35
Thon	1,80—2,63
Wachs	0,96
Wismuth	9,80
Ziegelsteine	1,40—2,20
Zink, gegossen	6,86
„ , gewalzt	7,20
Zinn	7,18—7,30
Zinnober	8,10

2. Flüssige Körper. (Wasser bei 4° Cels. = 1.)

Körper	Gewicht
Aether	0,736
„ bei 20° C.	0,716
Alkohol, abs. bei 20° C.	0,792
„ „ „ grösster Dichte	0,927
Bier	1,023—1,034
Glycerin	1,26
Kochsalzlauge, gesättigt, bei 18° C.	1,208
Leinöl bei 12° C.	0,940
Meerwasser	1,02—1,04
Milch	1,02—1,04
Olivenöl bei 15° C.	0,915—0,918
Quecksilber bei 0° C.	13,59593
Rüböl bei 15° C.	0,913
Steinöl bei 24° C.	0,798
Salpetersäure bei 12° C.	1,522
Salzsäure bei 15° C.	1,192
Schwefelkohlenstoff	1,263
Schwefelsäure, englische	1,843
„ , Nordhäuser	1,90
Terpentinöl	0,869
Wein, Rhein-	0,992—1,002
„ , französischer	0,991—0,994
„ , Malaga-	1,022

3. **Gasförmige Körper**, bei 0° Cels., atmosphärische Luft = 1; 760 mm Quecksilbersäule.

Aetherdampf	2,586	Kohlensäure	1,5290	Schwefelwasserstoff . .	1,1749
Alkoholdampf	1,601—1,613	Oelbildendes Gas . . .	0,974—0,978	Steinkohlenleuchtgas. .	1,1749
Ammoniak	0,596	Quecksilberdampf . . .	6,91—6,98	Stickstoff	0,97137
Chlor	2,470	Sauerstoff	1,10563	Wasserdampf bei 100° C.	0,6235
Grubengas	5,559	Schwefeldampf. . . .	6,655	Wasserstoff	0,06927
Kohlenoxyd.	0,9674				

Das Gewicht eines Cubikmeter von einem festen oder flüssigen Körper in kg ist gleich dem 1000fachen des specifischen Gewichtes; dasjenige eines Cubikmeter eines gasförmigen Körpers ist gleich dem 1,3fachen des specifischen Gewichtes desselben.

Bewegung nennt man die Aenderung des Ortes, an welchem sich ein Körper befindet; ihr Gegensatz ist **Ruhe**. Man unterscheidet sie nach der Form des Weges in **geradlinig fortschreitende** und **drehende** Bewegung; mit Rücksicht auf die Zeit in **gleichförmige** und **ungleichförmige**. Bei ersterer (der gleichförmigen) Bewegung ist die **Geschwindigkeit** — der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg — immer dieselbe; die **Geschwindigkeit** bei ungleichförmiger Bewegung ist dagegen für jeden bestimmten Augenblick der Weg, welchen der Körper in jeder folgenden Zeiteinheit zurücklegen würde, wenn von diesem Augenblicke an die Geschwindigkeit aufhörte, sich zu ändern. Ueber die Bewegungsgesetze vergl. Bd. IV. S. 45 u. f.

Nachstehend geben wir (nach Hartig) einige der wichtigeren Geschwindigkeiten.

Zusammenstellungen einiger Geschwindigkeiten per Secunde.

Fussgänger	1,3 m
Pferd im Schritt	1,0
„ „ Trab	2,1
„ „ Galopp	4,5
Englisches Rennpferd	12,0
Windhund	20,0
Adler	30,0
Brieftaube	36,0
Frachtwagen	0,8
Postwagen	2,7
Dampfschiff	4,5
Waarenzug auf Eisenbahnen	7,5
Eisenbahn-Personenzug	12,0
Eisenbahn-Schnellzug	18,0
Wasser der meisten Ströme	0,8
Wasser in Fabrikscanälen	0,4
Gewöhnlicher Wind	3,0
Sturmwind	15,0
Heftiger Sturm.	30 m
Rauch im Schornstein	2
Freier Fall nach 1 Sec.. . . .	9,81
Schall in der Luft (15° C.) . .	340
„ im Wasser	1435
„ in Eichenholz	3625
„ in Schmiedeeisen	3500
Büchsenkugel	390
Einpfünderkugel	480
Vierundzwanzigpfünderkugel . .	780
Erddrehung am Aequator . . .	448
Fortschreitung der Erde . . .	29400
Licht	305000000
Electricität im Kupferdraht (theoretisch)	464000000
Electricität im Telegraphendraht (gemessen)	121125000

Kolben einer Wasserpumpe	0,3 m
„ „ Cylindergebläsmaschine . .	0,6
„ „ Dampfmaschine	1,2
Dampfkolben einer Locomotive	2,0
Wasserräder am Umfang	1,5
Mühlsteine am Umfang	8,0
Holländer (zur Papierstoffbereitung) am Umfang	7,5
Schleifsteine für Werkzeuge am Umfang .	9,0
Polirschleifsteine am Umfang	24,0
Flügel der Ventilatoren am Umfang. . .	36,0
Circularsäge am Umfang	10,0
Sägeblatt einer Balkensäge	2,0
„ „ Fournirsäge	10,0
„ „ Bandsäge für Holz . . .	9,0
„ „ „ „ Eisen . . .	1,3
Schlitten einer Metallhobelmaschine . . .	0,1
Schneidzeug einer Holzhobelmaschine (drehend)	12,00 m
Gusseiserne Hartwalzen beim Abdrehen am Umfang	0,01
Mechanisches Abdrehen:	
gusseiserne Stücke am Umfang . . .	0,08
schmiedeeiserne Stücke am Umfang . .	0,12
gusseiserne Stücke auf der Handdrehbank, am Umfang	0,12
schmiedeeiserne Stücke auf der Handdrehbank:	
beim Andrehen, am Umfang. . . .	0,18
beim Fertigmachen, am Umfang . .	0,28
gusseiserne Cylinder beim Ausbohren:	
drehende Bewegung an der Schnittstelle	0,05
fortschreitende Bewegung $1/3$ — $1/4$ mm pro Umgang.	

Bohren in Schmiede- und Gusseisen, am Umfang des Bohrers:
für Löcher bis zu 6 mm Durchmesser . . . 0,18 m
für Löcher von 6—25 mm Durchmesser . . . 0,14
für grössere Löcher 0,10
Schraubenschneidmaschine, am Umfang der Spindel oder des Gewindebohrers . . . 0,09

Stanzmaschine für Kesselblech bis 15 mm Dicke: 13—15 Schläge pro Minute.
Ausstanzen von Keilbahnen . . . . 0,07 m
Ausfraisen des Eisens, am Umfang des Werkzeugs 0,10
Kurbelgriff eines Krahnes, vom Arbeiter bewegt 0,80

B. Akustik.

(Die Lehre vom Schall.)

Schall ist die Wirkung der Erschütterung der Theilchen eines Körpers, welche sich durch einen Schallvermittler unserem Hörorgan mittheilt. Jenachdem der Schall auf einer einmaligen, plötzlichen, oder auf einer sich wiederholenden und andauernden Erschütterung beruht, und jenachdem die Schallschwingungen regelmässig oder unregelmässig, gleichartig oder ungleichartig aufeinander folgen, unterscheiden wir einen Knall, ein Geräusch, einen Ton oder Klang. Als Schallvermittler dienen sowohl luftförmige, wie feste und flüssige Körper und zwar geschieht durch alle die Fortpflanzung mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

Tabelle der Entfernungen in m, welche der Schall bei Temperaturen von —15° bis +30° C. in 1 bis 10 Secunden durchläuft.

Sec.	—15°	—10°	—5°	0°	+5°	+10°	+15°	+20°	+25°	+30°
1	324	327	330	333	336	339	342	345	348	351
2	647	653	659	666	672	678	684	690	695	701
3	971	980	989	998	1008	1017	1025	1034	1043	1052
4	1294	1307	1319	1331	1343	1355	1367	1379	1391	1402
5	1618	1633	1649	1664	1679	1694	1709	1724	1739	1753
6	1941	1960	1978	1997	2015	2033	2051	2069	2086	2104
7	2265	2287	2308	2330	2351	2372	2393	2431	2434	2454
8	2588	2613	2638	2662	2687	2711	2735	2758	2782	2805
9	2912	2940	2968	2995	3023	3050	3076	3103	3129	3156
10	3235	3266	3297	3328	3358	3388	3418	3448	3477	3506

Der Schall oder die Schallwelle bewegt sich stets in gerader Richtung. Die Schallstärke wird, abgesehen von allen anderen Einflüssen, nur durch die Stärke der Schallquelle und die directe Entfernung von dieser zum Ohr bedingt; sie nimmt ab mit der zunehmenden Distanz von der Schallquelle und zwar mit dem Quadrate der Entfernung. Der Schall einer gut entwickelten menschlichen Stimme ist ohne Schall-Störung und -Verstärkung bis auf 30 m nach vorn zu verstehen. Nach beiden Seiten ist diese Entfernung 20 m, nach hinten 10 m; die Grenze des deutlichen Hörens der menschlichen Stimme wird somit durch einen Kreis von 40 m Durchmesser gebildet.

Die gute Akustik der Räume (Kirchen, Theater und Hörsäle) hängt zum Theil davon ab, dass der Schall vom Erzeugungsorte sich möglichst direct fortpflanzen kann dorthin, wo er gehört werden soll; zum Theil davon, dass derselbe nicht durch indirecte Schallwirkungen derselben Quelle gestört werde. Es ist deshalb wichtig, den directen Schall möglichst zu verstärken durch solche Schallwellen, welche nicht wesentlich über 3 m grössere Weglängen haben — die übrigen reflectirten Schallwellen aber möglichst abzuschwächen. Dieses Abschwächen wird dadurch bewirkt, dass man die reflectirenden Flächen aus Holz macht oder mit rauhen Stoffen (Pelz, lockerem Wollengewebe, Stroh) behängt, oder indem man eine Zerstreuung des Schalles durch Säulen, Ornamente, aus- und einspringende Ecken u. s. w. hervorruft.

Die Reflexion des Schalles wird practisch verwendet bei dem konisch sich erweiternden Sprachrohr und bei den sog. Communicationsröhren. Dieselben bieten bei einem lichten Durchmesser von ca. 50—100 mm das bequemste Mittel zur Verbindung getrennter Räume. An beiden Enden sind Mundstücke angebracht, welche die Schallwellen in die zuweilen 70—100 m lange Leitung hineinleiten. Das Hörrohr ist ein umgekehrtes Sprachrohr, dessen Trichter eine grosse Menge von Schallwellen aufnimmt und sie vereinigt nach dem Ohre führt.

Das Telephon ist ein Apparat zur Fortpflanzung von Tönen mittelst des galvanischen Stromes. Dasselbe besteht in der Hauptsache aus einem stabförmigen Stahlmagneten, vor dessen mit einer Drahtspirale umwundenen Pol sich ein dünnes Eisenblech oder Platte befindet; das Ganze ist in ein handliches Holz-

gehäuse eingebaut. Die Eisenplatte wird durch die Schallwellen in Schwingungen versetzt und erzeugt durch ihre Bewegung in der Drahtspirale Inductionsströme, welche durch eine Telegraphenleitung an eine entfernte Station in einen ganz gleichen Apparat geleitet werden und bei dessen Eisenplatte ebensolche hörbare Schwingungen hervorbringen.

C. Optik.

(Die Lehre vom Licht.)

Licht ist die Ursache gewisser Empfindungen unserer Sehwerkzeuge oder Augen, auf welchen unser Sehen, die Sichtbarkeit der uns umgebenden Körper beruht. Nach der jetzt allgemein geltenden Ansicht beruht das Licht auf einer wellenförmigen oder schwingenden Bewegung, welche ähnlich der Bewegung des Schalles und der Wärme von dem leuchtenden Körper ausgeht und durch einen äusserst feinen elastischen Stoff — den Aether — fortgepflanzt, auf unsere Sehnerven einwirkt.

Selbstleuchtende Körper, wie die Fixsterne, Feuer u. s. w. haben die Fähigkeit, Licht selbstständig erzeugen und in dem Weltraum verbreiten zu können. Dunkle Körper können im Gegensatz zu jenen nur sichtbar werden, wenn Licht von anderen Körpern auf sie fällt, das sie nach unseren Augen zurückstrahlen.

Das Licht verbreitet sich in geraden Linien (Lichtstrahlen) und nach allen Seiten gleichmässig in demselben durchsichtigen Mittel.

Die Stärke der Beleuchtung eines Körpers ist dem Quadrate seiner Entfernung von der Lichtquelle umgekehrt proportional. Hierauf beruht die Verwendung des Photometers. Hinter dem dunkeln Körper befindet sich ein Raum, welcher von dem leuchtenden Körper gar kein Licht, und ein anderer, welcher nur von einigen Theilen desselben Licht erhält. Ersteren nennt man Kernschatten, letzteren Halbschatten.

Reflexion des Lichtes. Das Licht wird von einem matten Körper nach allen Seiten hin zerstreut, fällt dasselbe jedoch auf eine spiegelnde Fläche, so wird es nach bestimmten Richtungen reflectirt. Die Zurückwerfung jedes Lichtstrahles erfolgt nach dem einfachen Gesetze: Der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel. Beide, sowohl Einfalls- wie Reflexionswinkel liegen in derselben Ebene.

Ein sphärischer Spiegel ist ein spiegelnder Kugelflächenabschnitt. Er heisst concav, wenn die innere, convex, wenn die äussere Seite spiegelt. Die Linie, welche den Mittelpunkt des Spiegels mit der Kugelmitte verbindet, nennt man die Axe des Spiegels. Der Punkt der Axe, dessen Abstand vom Spiegel gleich dem halben Radius ist, heisst der Brennpunkt, und der halbe Radius die Brennweite des Spiegels.

Refraction oder Brechung des Lichtes ist die Ablenkung von der geradlinigen Bahn, die das Licht erleidet, sobald es aus einem dünneren in ein dichteres Mittel übergeht oder von einem dichteren in ein dünneres. Der einfallende und der gebrochene Strahl liegen mit dem Einfallslothe in einerlei Ebene, also in einer Ebene, welche senkrecht auf der Trennungsfläche der beiden Mittel steht. Im Allgemeinen bildet der Lichtstrahl in dem dünneren Mittel einen grösseren Winkel mit dem Einfallslothe, als in dem dichteren, mag er aus dem dünneren Mittel in das dichtere oder aus dem dichteren in das dünnere übergehen. Die beiden Winkel, welche der einfallende und der gebrochene Strahl mit dem Einfallslothe bilden, heissen Einfalls- und Brechungswinkel.

Durch ein Glas mit parallelen Wänden gesehen, erscheinen die Gegenstände dem Glase näher und daher vergrössert, da jeder Gegenstand desto grösser erscheint, je näher er dem Auge liegt. Die Verrückung ist desto geringer, je dünner das Glas ist. Die gebrochenen Strahlen sind den einfallenden parallel.

Gläser, welche von Kugelabschnitten begrenzt werden, nennt man sphärische Linsen. Man unterscheidet a) biconvexe, b) planconvexe, c) concavconvexe, d) biconcave, e) planconcave und f) convexconcave. Die Linsen müssen so gearbeitet sein, dass die Kugelmittelpunkte mit dem Mittelpunkte der Linse in einer geraden Linie liegen, die Linsen unter e und b so, dass die Verbindungslinie des Kugelmittelpunktes mit dem Mittelpunkte der krummen Begrenzungsfläche auf der begrenzenden Ebene senkrecht steht. Diese gerade Linie heisst Axe der Linse.

Das Sonnenlicht besteht aus vielen farbigen Strahlen von verschiedener Brechbarkeit. Man erkennt dieses, wenn man die Sonnenstrahlen durch ein Glasprisma fallen lässt, wobei eine Spaltung des Lichtstrahles in die einzelnen Farben, aus welchen er besteht, stattfindet (Spectrum). Die Farben im Spectrum sind: roth, orange, gelb, grün, blau und violett. Untersucht man die einzelnen farbigen Theile des Spectrums nach ihrer Wärme und ihrer chemischen Wirkung, so findet man, dass die Wärme von Violett nach dem Roth hin zunimmt und etwas über das Roth hinaus, wo unser Auge kein Licht mehr wahrnimmt, am stärksten ist. Dagegen sind die chemischen Wirkungen im Blau und Violett stärker als in den übrigen Farben, und auch noch jenseits des Violett bemerkbar. Es müssen also sowohl jenseits des Roth wie des Violett Lichtstrahlen liegen, die unser Auge nicht wahrnimmt; man nennt diese dunkle Lichtstrahlen.

D. Magnetismus, Electricität, Galvanismus.

Magnetismus ist die Eigenschaft gewisser Körper, Eisen anzuziehen. Natürliche Magnete sind aus Eisenoxydoxydul bestehende Eisenerze (Magneteisenerz). Wird die magnetische Kraft Eisenstäben ertheilt, so heissen dieselben künstliche Magnete. Zur Erzeugung künstlicher Magnete eignet sich am besten der Stahl. Der Magnet zeigt nicht an seiner ganzen Oberfläche die Eigenschaft, Eisen anzuziehen, in gleichem Masse, sondern vorzugsweise an zwei einander entgegengesetzten Seiten, die man seine Pole nennt. Zwischen denselben befindet sich eine Stelle, in welcher das Eisen gar nicht angezogen wird (Indifferenzstelle).

Giebt man dem Magneten freie Bewegung, so stellt er sich immer so, dass der eine Pol, und zwar stets derselbe, nach Norden, der andere nach Süden gerichtet ist. Ersterer heisst Nordpol, letzterer Südpol. Die nach den Polen benannte, entgegengesetzte magnetische Kraft äussert sich nach dem Gesetz der Polarität, indem gleichnamige Pole sich abstossen, ungleichnamige Pole sich anziehen. Entgegengesetzte Magnetismen binden einander, und zwei gleich starke Magnete, mit den gleichnamigen Polen zusammengehalten, heben ihre Wirkung auf. Alle Massentheilchen eines Magneten sind für sich vollständige Magnete, deren Pole nach den gleichnamigen Pol-Enden des ganzen Magneten hin liegen. Weiches Eisen wird, in die Nähe eines Magneten gebracht, während dieser Zeit selbst zum Magnet, verliert jedoch den Magnetismus sofort, wenn der beständige Magnet entfernt wird, während hartes Eisen oder Stahl nur durch Berührung oder Bestreichung mit einem Pole zum Magneten wird, dann aber auch Magnet bleibt (Coërcitivkraft).

Die Magnetnadel zeigt an den meisten Orten der Erde nicht genau nach Norden, d. h. ihre Richtung fällt nicht genau mit der astronomischen Nordlinie zusammen, sondern bildet mit dieser einen Winkel. Die Abweichung von derselben wird Declination genannt, und zwar unterscheidet man östliche oder westliche Declination, jenachdem der Nordpol der Nadel östlich oder westlich von der Nordlinie steht. Hängt man eine Magnetnadel an horizontaler Axe auf, so weicht dieselbe von der horizontalen Richtung um einen gewissen Winkel ab und diese Abweichung nennt man die Inclination. Declination und Inclination ändern sich mit der Zeit, auch sind sie an verschiedenen Orten der Erde verschieden.

Electricität. Manche Körper, besonders Harz, Glas, Schwefel, Hartgummi (Ebonit), erlangen durch Reiben die Fähigkeit, leichte Körper aus einiger Entfernung anzuziehen. Man nennt sie dann electrisch und bezeichnet als Ursache dieser Anziehung die Electricität. Diese electrische Anziehung unterscheidet sich von der magnetischen dadurch, dass auf dieselbe nach erfolgter Berührung sofort eine Abstossung folgt, was bei jener nicht stattfindet. Die Electricität wird durch Berührung anderen Körpern mitgetheilt; aber während manche Körper in diesem Falle nur an der berührten Stelle electrisch werden, verbreitet sich die Electricität bei anderen sogleich über die ganze Oberfläche. Man nennt daher die letzteren gute Leiter, die ersteren schlechte oder Nichtleiter der Electricität.

Seide, Glas und Harz sind Nichtleiter, die Metalle und Kohle gute Leiter der Electricität. Nicht alle Körper erhalten durch Reiben dieselbe Electricität, vielmehr unterscheidet sich dieselbe in zwei verschiedene Arten, in positive (Glaselectricität) und negative (Harzelectricität). Körper, die gleichnamig electrisch oder, wie man sagt, mit gleichnamiger Electricität geladen sind, stossen einander ab; Körper, die ungleichnamige Electricität enthalten, ziehen einander an.

Zur Erregung der Electricität in einem Körper braucht dieser nicht durch einen bereits electrischen berührt zu werden, sondern nur in dessen Nähe zu kommen (Erregung durch Vertheilung oder Influenz).

Electricität findet sich fortwährend in den oberen Schichten der Atmosphäre, bei heiterem Wetter sind diese in der Regel positiv, bei Regen, Nebel, Hagel sehr schwankend in der Stärke der Electricität, oft auch negativ electrisch.

Wie von Wolke zu Wolke, so findet auch zwischen Erde und Wolke ein Ausgleich der Electricitäten statt, es schlägt ein electrischer Funke, der Blitz, von der einen zur anderen über. Bei diesem „Einschlagen" des Blitzes werden am meisten besonders hervorragende Gegenstände und gute Leiter getroffen. Zum Schutz gegen das Einschlagen in Gebäude dienen die Blitzableiter, d. s. starke eiserne Stäbe (Auffangstangen, oben gewöhnlich mit vergoldeten Spitzen versehen), die auf den höchsten Theilen der Gebäude stehen und mit dem Boden durch starke Eisen- oder Kupferdrähte (Drahtseile) verbunden sind. Der Ableiter ist mit allen grösseren leitenden Massen des Gebäudes, in denen sich Electricität anhäufen könnte, in Verbindung zu setzen, damit kein Ueberspringen des Blitzes nach diesen stattfinde; ferner muss er im Boden bis zu einer gutleitenden, Wasser führenden Schicht reichen. Die schützende Wirkung einer Stange soll sich auf eine Strecke gleich ihrer $1\frac{1}{2}$ fachen Länge ausdehnen. Man verwendet besser mehrere kleine Auffangstangen, als wenige lange, und sind die Längen von 1,5—2,8 m sehr gebräuchlich.

Galvanismus. Ausser durch die genannten Mittel wird auch durch andere Ursachen Electricität in den Körpern erregt, namentlich durch gegenseitige Berührung verschiedenartiger Körper, besonders verschiedener Metalle, und durch chemische Vorgänge. Die durch Berührung erzeugte Electricität nennt man

nach ihren Entdeckern Galvani'sche oder Volta'sche Electricität, während man ihre Erscheinung unter dem Namen Galvanismus zusammenfasst. Werden zwei Metalle durch Berühren electrisch, so zeigt das eine positive, das andere negative Electricität. Ein und dasselbe Metall wird bald positiv, bald negativ electrisch, je nachdem es mit einem oder einem anderen Metall in Berührung kommt. Man kann daher alle Metalle so in eine Reihe ordnen, dass jedes mit jedem vorangehenden negativ, mit jedem folgenden positiv electrisch wird. Unter den bekannteren Metallen ist das am stärksten positive das Zink; dann folgen Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin; der am meisten negative Körper ist die Kohle. Je weiter zwei Metalle in dieser Reihe auseinander stehen, um so kräftiger ist der Gegensatz der von ihnen erregten Electricitäten oder ihre electrische Spannung. Zink und Platin sind also eine kräftigere Electricitätsquelle als Zink und Kupfer; aber Zink und Kohle bilden eine noch kräftigere. Von der Stärke der electrischen Spannung hängt auch die Wirkung der Electricität ab, die immer auf einer Ausgleichung der electrischen Gegensätze beruht. Diese Ausgleichung erfolgt entweder unmittelbar durch Annäherung eines entgegengesetzt electrischen Körpers und äussert sich dann in Erscheinungen der Anziehung und Abstossung, in Durchbohrung und Zertrümmerung nichtleitender Körper und in überspringenden Funken, oder sie erfolgt durch Vermittelung eines leitenden Körpers, durch welchen sich die Electricität gleichsam von einem Pole zum anderen bewegt. Diese Bewegung nennt man einen electrischen Strom und bezeichnet den vom positiven zum negativen Pole (beispielsweise den von Zink zum Kupfer) gerichteten Strom als den positiven, den entgegengesetzten als negativen Strom.

Der electrische Strom ist die ununterbrochene Erzeugung und Wiedervereinigung der beiden Electricitäten in einem Leiter. Man erzeugt denselben durch Eintauchen verschiedener Metalle in Flüssigkeiten, indem man erstere durch leitende Körper verbindet. Eine solche Anordnung heisst eine galvanische Kette oder ein galvanisches Element. Galvanische Batterieen, d. s. Zusammenstellungen einer Anzahl galvanischer Elemente, verwendet man zur Erzeugung starker electrischer Ströme.

1. Die Daniell'sche Batterie. Ein jedes Element besteht aus einem cylindrischen Glasgefäss, in welchem ein oben und unten offener, an der Seite gewöhnlich aufgeschlitzter Kupfercylinder in einer concentrirten Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd steht. Innerhalb dieses Kupfercylinders befindet sich ein unten geschlossener Cylinder aus porösem Thon mit einer Füllung von verdünnter Schwefelsäure, in welche ein Zinkcylinder eintaucht. Um die Kupfervitriollösung immer in der richtigen Concentration zu erhalten, taucht ein mit Kupfervitriolkrystallen gefülltes durchlöchertes Gefäss in dieselbe. Zink bildet den negativen, Kupfer den positiven Pol. Metallbügel oder -Drähte gehen von dem negativen Pole des einen Elementes zu dem positiven des folgenden.

2. Die Grove'sche Batterie. In einem cylindrischen Glasgefäss steht ein Zinkcylinder in verdünnter Schwefelsäure; innerhalb dieses Zinkcylinders befindet sich ein unten geschlossener Cylinder aus porösem Thon mit Salpetersäure-Füllung, in die eine S-förmig gebogene Platinplatte taucht.

3. Die Bunsen'sche Batterie. In einem Glasgefäss befindet sich aussen ein Zinkcylinder in verdünnter Schwefelsäure, darin eine Thonzelle mit Salpetersäure und einer Kohlenplatte. Seltener in umgekehrter Anordnung: aussen die Kohle in Form eines hohlen Cylinders in Salpetersäure, im Inneren die Thonzelle mit verdünnter Schwefelsäure und einem massiven Zinkstück von kreuzförmigem Querschnitt.

4. Die Meidinger'sche Batterie. Das Zink wird in der verwendeten Bittersalzlösung negativ, Kupfer oder Blei in der Kupferlösung positiv electrisch. Für jedes Element dient ein Glasgefäss, dessen unterer Theil verengt ist; der so gebildete Vorsprung trägt den Zinkcylinder, während im unteren engen Theile des Glases ein kleines Gefäss mit Kupfervitriollösung steht, welches einen Kupfer- oder Bleicylinder enthält. Von letzterem geht ein mit Guttapercha überzogener Draht (positiver Pol) durch die Bittersalzlösung des grossen Gefässes. Stehen die Elemente ruhig, so vermischen sich die beiden Flüssigkeiten nur sehr langsam. Ein von oben hereinragendes, mit Kupfervitriol gefülltes Gefäss erhält dessen Lösung immer gesättigt.

Die Wirkungen des electrischen Stromes sind theils physikalische, theils chemische, theils physiologische. Er erzeugt Licht und Wärme, wie dies theils die überspringenden Funken, theils das Erglühen und unter Umständen das Schmelzen selbst sehr schwer schmelzbarer Stoffe beweisen. Er zersetzt ferner chemische Verbindungen, und es ist bekanntlich mit seiner Hilfe zuerst gelungen, das Wasser in seine Bestandtheile, Wasserstoff und Sauerstoff, zu zerlegen. Er bringt heftige Erschütterungen, sogenannte Schläge, im thierischen und menschlichen Körper hervor. Er erzeugt endlich magnetische Wirkungen, indem er einerseits unmagnetisches Eisen in Magnete verwandelt, andererseits freibeweglichen Magneten eine bestimmte Richtung anweist. Auf diesen Wirkungen der elektrischen Ströme beruhen die meisten Anwendungen der Electricität.

Die Electricität findet die ausgedehnteste Verwendung bei dem electrischen Telegraphen, in neuerer Zeit auch bei den electrischen Uhren und der electrischen Beleuchtung (siehe Bd. II).

Für Beleuchtungszwecke besonders verwendbar ist u. a. die Wechselstrommaschine von Siemens & Halske in Berlin (System v. Hefner-Alteneck), deren Anordnung Fig. 42—43 darstellen. Jeder der beiden Ständer BB trägt, im Kreise um die Achse E angeordnet, eine Anzahl Electromagnete, deren einander zugekehrte gleichnamige Polenden in flache Scheiben FF auslaufen. Zwischen den Polflächen der sich

paarweise gegenüberliegenden Elektromagnete CC bilden sich die sog. magnetischen Felder, deren jedes die entgegengesetzte Polarität der beiden zunächst liegenden besitzt. Durch diese Felder bewegen sich Kupferdrahtspulen SS, welche, an einer flachen auf der Achse E sitzenden Metallscheibe D befestigt, sich mit dieser drehen, wobei jede einzelne mit ihren beiden Enden immer gleichzeitig durch zwei entgegengesetzte Polaritäten besitzende Felder hindurchgeht; hierbei umkreisen die beiden entstehenden Ströme die Spule im gleichen Sinne und verstärken sich gegenseitig. Passirt die Spule die Mitte des magnetischen Feldes, so wird der resultirende Strom Null, während er beim Austritt der Spule aus demselben Felde in umgekehrter Richtung auftritt. Innerhalb des Maschinengestells drehen sich zwei Schleifringe H, auf welchen die beiden am Maschinengestell befestigten Schleiffedern K gleiten. Um die zur Erregung der Electromagnete erforderlichen Ströme zu erzeugen, bedient man sich entweder einer kleineren Maschine oder des Stromes aus einer oder mehreren Spulen derselben Maschine.

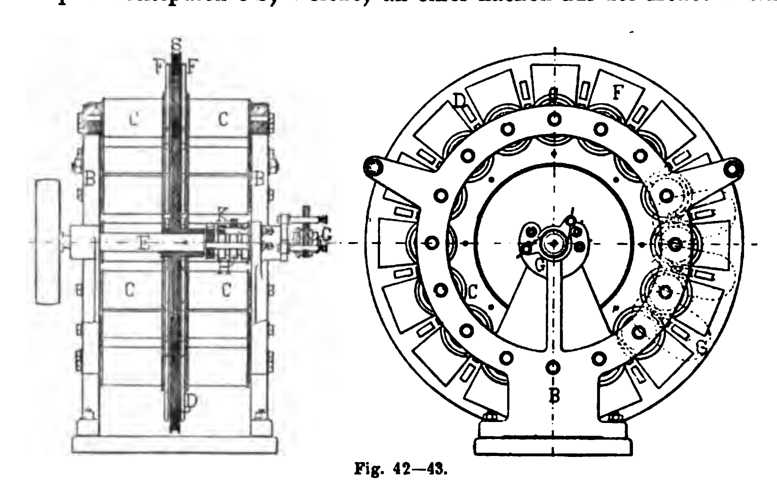


Fig. 42—43.

In dem letzteren Falle muss auf der Achse E ein Commutator G angebracht werden, von dem aus die Ströme über die Contactschleiffedern KK nach den Electromagneten geleitet werden.

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Physik.

Bernoulli, Vademecum des Mechanikers, 16. Auflage, bearbeitet von Fr. Autenheimer. Stuttgart 1878. J. G. Cotta.

Brewer, C. E., Katechismus der Naturlehre, 3. Auflage, umgearbeitet von H. Gretschel. Leipzig 1876. J. J. Weber.

Carl, Die electrischen Naturkräfte, 6. Bd. von: Die Naturkräfte. München, R. Oldenbourg.

Eisenlohr, Physik. Stuttgart, Engelhorn.

Emsmann, A. H., Physikalisches Handwörterbuch. Leipzig 1865. O. Wigand.

Gretschel, H., Katechismus der Physik, 2. Auflage. Leipzig 1876. J. J. Weber.

Krebs, G., Lehrbuch der Physik und Mechanik, 2. Auflage. Wiesbaden 1873. C. W. Kreidel.

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.

Müller, Joh., Lehrbuch der Physik und Meteorologie, 8. Auflage, bearbeitet von Leop. Pfaundler. Braunschweig 1879. Fr. Vieweg & Sohn.

Pisko, Das Licht und die Farbe, } 2. und 1. Bd. von: Die Naturkräfte. München, R. Oldenbourg.
Radau, Lehre vom Schall, }

Trappe, A., Schul-Physik, 5. Auflage. Breslau 1871. Ferdinand Hirt.

Uhle, O., Warum und Weil, 4. Auflage, durchgesehen von F. Langhoff. Berlin 1877. J. Klemann.

Weinhold, A. F., Vorschule der Experimentalphysik. Leipzig, Quandt & Händel.

Wärmelehre.

Grashof, F., Hydraulik nebst mechanischer Wärmetheorie und allgemeiner Theorie der Heizung. Leipzig 1875. Leopold Voss.

Hermann, E., Compendium der mechanischen Wärmetheorie. Berlin 1879. Ernst & Korn.

Mayer, J. R., Die Mechanik der Wärme. Stuttgart 1874. J. G. Cotta.

Röntgen, R., Die Grundlehren der mechanischen Wärmetheorie. Jena 1874. Hermann Costenoble.

Zeuner, G., Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie. Leipzig 1877. Arthur Felix.

VI. Chemie.

Die **Chemie** beschäftigt sich mit der inneren Zusammensetzung der Körper, mit ihren Bestandtheilen, den Grundstoffen oder Elementen und den Naturerscheinungen, bei welchen eine Umwandelung des die Körper bildenden Stoffes wahrzunehmen ist. **Elemente** sind diejenigen in der Natur vorkommenden Stoffe, die bis jetzt durch kein uns zu Gebote stehendes Mittel in andere Substanzen zerlegt werden konnten, also chemisch einfach, unzersetzbar sind; zur Zeit unterscheidet man 63 genau bestimmte Elemente, zu welchen noch einige weitere, bisher noch nicht genügend untersuchte kommen. Jedes Element besitzt wenigstens einige ihm eigenthümliche oder für dasselbe charakteristische Merkmale, die man theils als physikalische (Aggregatzustände u. s. w.), theils als chemische Eigenschaften bezeichnet hat. Die chemischen Eigenschaften beziehen sich vorzugsweise auf die Verbindungsfähigkeit, d. h. auf die Fähigkeit der Elemente, sich untereinander zu neuen Stoffen, sogenannten **chemischen Verbindungen**, zu vereinigen. Diese neuen Stoffe besitzen meist besondere, von denen der in ihnen enthaltenen Elemente verschiedene Eigenschaften und lassen diese zusammensetzenden Stoffe nicht mehr erkennen und auf mechanischem Wege nicht mehr voneinander trennen. Im Gegensatz hierzu stehen die mechanischen Mischungen, in welchen die einzelnen Bestandtheile beständig ihre ursprünglichen Eigenschaften beibehalten. Die Elemente folgen beim Eingang chemischer Verbindungen der Wirkung einer besonderen Art Anziehungskraft, der **Affinität** oder **chemischen Verwandtschaftskraft**, welche zwischen den einzelnen Elementen sehr verschieden — gross, gering oder auch garnicht vorhanden — ist und von deren Stärke die Beständigkeit der entstandenen Verbindungen abhängig ist. Die Wirkung der Affinität hängt davon ab, dass sich die betreffenden Körper möglichst vielfach und innig berühren; ferner wird sie von verschiedenen anderen, gleichzeitig auf die Körper wirkenden Kräften ausserordentlich beeinflusst. Verstärkend, hemmend oder vernichtend auf dieselbe wirken besonders Wärme, Eletcricität und Licht.

Die Verbindungen geschehen nur nach ganz bestimmten Gewichtsverhältnissen, gleichgiltig, auf welche Weise sie entstehen, und giebt das chemische Aequivalent oder Aequivalentgewicht (Verbindungsgewicht) das Gewichtsverhältniss an, in welchem diese Verbindungen stattfinden. Jede chemische Verbindung besteht also aus genau bestimmbaren, stets gleichen Quantitäten der sie zusammensetzenden Elemente oder auch einfachen Verbindungen, denn auch diese verbinden sich zuweilen weiter.

Nach der neueren atomistischen Ansicht ist das kleinste Theilchen eines Elementes im freien (unverbundenen) Zustande eine mechanisch nicht theilbare Atomgruppe, ein Molecül. Die neuere Chemie sieht in den meisten chemischen Vorgängen nicht eine Vereinigung der aufeinander wirkenden Körper, sondern einen Austausch (Substitution) einzelner Bestandtheile ihrer Molecüle. Die Molecüle der Elemente zerfallen nämlich, wenn letztere sich chemisch verbinden, in die Atome, die kleinsten Elementartheilchen, mit welchen die Elemente chemische Verbindungen eingehen oder in jedem Molecüle der chemischen Verbindungen enthalten sind. Als materielle Theile müssen die Atome ein gewisses Gewicht — das Atomgewicht — besitzen; dieses ist für die Atome desselben Elementes gleich, bei den Atomen verschiedener Elemente verschieden.

Werthigkeit nennt man die Eigenschaft der Atome eines Elementes, sich stets mit einer bestimmten Anzahl von Atomen eines anderen Elementes zu vereinigen, um eine sog. gesättigte Verbindung zu bilden. Man unterscheidet ein-, zwei- bis vierwerthige Elemente, je nachdem ihre Atome ein bis vier Atome anderer Elemente zu binden vermögen.

Die verschiedenen Körper besitzen die Eigenschaft, eine der beiden Electricitäten (positive und negative) leichter aufzunehmen als die andere. Hiernach kann man Elemente wie Verbindungen in verschiedene Classen trennen, in **electropositive** und **electronegative.**

Als Symbole (chemische Zeichen) für die Elemente hat man die Anfangsbuchstaben ihrer lateinischen Namen gewählt und dienen diese Buchstaben in gleicher Weise zur Bezeichnung je eines Atomes des betreffenden Elementes. Da man in der neueren Chemie die Atomgewichte vieler Elemente gegenüber den früher giltigen Bestimmungen verdoppelt hat, so versieht man häufig das Symbol derjenigen Elemente, deren Atomgewicht gegen früher verdoppelt wird, mit einem Querstrich.

Tabelle der Atomgewichte.

Name des Elementes	Symbolische Bezeichnung	Atomgewicht nach älterer Anschauung (Aequivalent)	Modernes Symbol und Werthigkeitscoefficient	Atomgewicht nach neuerer Anschauung
I. Wasserstoffgruppe				
1. Wasserstoff	H	1	H^{I}	1
II. Chlorgruppe.				
2. Chlor	Cl	35,5	Cl^{I}	35,5
3. Brom	Br	80	Br^{I}	80
4. Jod	J	127	J^{I}	127
5. Fluor	F	19	F^{I}	19
III. Sauerstoffgruppe.				
6. Sauerstoff	O	8	O^{II}	16
7. Schwefel	S	16	S^{II}	32
8. Selen	Se	39,7	Se^{II}	79,4
9. Tellur	Te	64	Te^{II}	128
IV. Stickstoffgruppe.				
10. Stickstoff	N	14	N^{III}	14
11. Phosphor	P	31	P^{III}	31
12. Arsen	As	75	As^{III}	75
13. Antimon	Sb	122	Sb^{III}	122
14. Wismuth	Bi	210	Bi^{II}	210
15. Gold	Au	196,7	Au^{III}	196,7
16. Bor	Bo	11	Bo^{III}	11
V. Kohlenstoffgruppe.				
17. Kohlenstoff	C	6	C^{IV}	12
VI. Siliciumgruppe.				
18. Silicium	Si	14	Si^{IV}	28
19. Zirkonium	Zr	45	Zr^{IV}	90
20. Thorium	Th	115,5	Th^{IV}	231
21. Titan	Ti	25	Ti^{IV}	50
22. Tantal	Ta	91	Ta^{IV}	182
23. Niobium	Nb	47	Nb^{IV}	94
24. Zinn	Sn	59	Sn^{IV}	118
VII. Platingruppe.				
25. Platin	Pt	98,7	Pt^{IV}	197,4
26. Palladium	Pd	53,3	Pd^{II}	106,5
27. Rhodium	Rh	52,2	Rh^{IV}	104,4
28. Ruthenium	Ru	52,2	Ru^{IV}	104,4
29. Iridium	Jr	99	Jr^{IV}	198
30. Osmium	Os	99,5	Os^{IV}	199
31. Wolfram	W	92	W^{IV}	184
32. Molybdän	Mo	48	Mo^{IV}	96
33. Vanadium	V	51,3	V^{IV}	51,3
34. Chrom	Cr	26	Cr^{II}	52
VIII. Silbergruppe.				
35. Thallium	Tl	204	Tl^{I}	204
36. Silber	Ag	108	Ag^{I}	108
IX. Bleigruppe.				
37. Quecksilber	Hg	100	Hg^{II}	200
38. Kupfer	Cu	31,7	Cu^{II}	63,5
39. Blei	Pb	103,5	Pb^{II}	207
40. Cadmium	Cd	56	Cd^{II}	112
41. Zink	Zn	32,5	Zn^{II}	65
X. Eisengruppe.				
42. Eisen	Fe	28	Fe^{II}	56
43. Mangan	Mn	27,5	Mn^{II}	55
44. Kobalt	Co	29,5	Co^{II}	59
45. Nickel	Ni	29,4	Ni^{II}	58,8
46. Uran	U	60	U^{IV}	240
47. Aluminium	Al	13,7	Al^{III}	27,4
48. Indium	Jn	113,4	Jn^{III}	113,4
49. Cerium	Ce	46	Ce^{II}	92
50. Lanthanium	La	46	La^{II}	92
51. Didym	Di	48	Di^{II}	96
52. Yttrium	Y	30,7	Y^{II}	61,5
53. Erbium	E	56,3	E^{II}	112,6
54. Beryllium	Be	4,7	Be^{II}	9,4
XI. Magnesiumgruppe.				
55. Magnesium	Mg	12	Mg^{II}	24
56. Calcium	Ca	20	Ca^{II}	40
57. Strontium	Sr	43,8	Sr^{II}	87,5
58. Barium	Ba	68,5	Ba^{II}	137
XII. Kaliumgruppe.				
59. Lithium	Li	7	Li^{I}	7
60. Natrium	Na	23	Na^{I}	23
61. Kalium	K	39	K^{I}	39
62. Rubidium	Rb	85,5	Rb^{I}	85,5
63. Caesium	Cs	133	Cs^{I}	133

Die oben angegebenen Atomgewichte geben nicht die wirklichen Gewichte, sondern ihr Verhältniss zu dem als Einheit angenommenen Gewicht eines Wasserstoffatomes.

Die wichtigsten Classen der chemischen Verbindungen sind: Radicale, Säuren, Basen und Salze. **Radicale** zeigen grosse Aehnlichkeit mit gewissen Elementen; sie bilden immer fest geschlossene Atomgruppen, die in Verbindungen für Elemente substituirt werden können. Im Gegensatz zu den Elementen, die zuweilen als einfache Radicale bezeichnet werden, heissen jene Radicale zusammengesetzte. **Säuren** sind nach der neueren Chemie Verbindungen des Wasserstoffs mit electronegativen Elementen oder Radicalen, **Basen** dagegen Verbindungen des Wasserstoffs mit electropositiven Elementen oder Radicalen. **Salze** endlich sind Verbindungen von electropositiven Elementen oder Radicalen mit electronegativen.

Tabelle (nach Fresenius) der procentualen Zusammensetzung der wichtigeren Basen und Sauerstoffsäuren.

Die oberen Formeln sind nach der neueren Schreibweise, die unteren nach der älteren.

A. Basen.

Namen	Formel	Atomgewicht	Summe	In 100 Thl. sind enthalten
Kali	K_2O	78,22 + 16	94,22	83,02 K
	KO	39,11 + 8	47,11	16,98 O
Natron	Na_2O	46 + 16	62	74,19 Na
	NaO	23 + 8	31	25,81 O
Ammoniumoxyd	$(NH_4)_2O$	36 + 16	52	69,23 NH_4
	NH_4O	18 + 8	26	30,77 O
Baryt	BaO	137 + 16	153	89,54 Ba
	BaO	68,5 + 8	76,5	10,46 O
Strontian	SrO	87,5 + 16	103,5	84,54 Sr
	SrO	43,75 + 8	51,75	15,46 O
Kalk	CaO	40 + 16	56	71,43 Ca
	CaO	20 + 8	28	28,57 O
Magnesia	MgO	24 + 16	40	60,00 Mg
	MgO	12 + 8	20	40,00 O
Thonerde	Al_2O_3	55 + 48	103	53,40 Al
	Al_2O_3	27,5 + 24	51,5	46,60 O
Chromoxyd	Cr_2O_3	104,96 + 48	152,96	68,62 Cr
	Cr_2O_3	52,48 + 24	76,48	31,38 O
Zinkoxyd	ZnO	65,06 + 16	81,06	80,26 Zn
	ZnO	32,53 + 8	40,53	19,74 O
Manganoxydul	MnO	55 + 16	71	77,46 Mn
	MnO	27,5 + 8	35,5	22,54 O
Manganoxyd	Mn_2O_3	110 + 48	158	69,62 Mn
	Mn_2O_3	55 + 24	79	30,38 O
Manganoxydoxydul	Mn_3O_4	165 + 64	229	72,05 Mn
	Mn_3O_4	82,5 + 32	114,5	27,95 O
Nickeloxydul	NiO	59 + 16	75	78,67 Ni
	NiO	29,5 + 8	37,5	21,33 O
Kobaltoxydul	CoO	59 + 16	75	78,67 Co
	CoO	29,5 + 8	37,5	21,33 O
Kobaltoxyd	Co_2O_3	118 + 48	166	71,08 Co
	Co_2O_3	59 + 24	83	28,92 O
Eisenoxydul	FeO	56 + 16	72	77,78 Fe
	FeO	28 + 8	36	22,22 O
Eisenoxyd	Fe_2O_3	112 + 48	160	70,00 Fe
	Fe_2O_3	56 + 24	80	30,00 O
Silberoxyd	Ag_2O	215,94 + 16	231,94	93,10 Ag
	AgO	107,97 + 8	115,97	6,90 O
Bleioxyd	PbO	207 + 16	223	92,83 Pb
	PbO	103,5 + 8	111,5	7,17 O
Quecksilberoxydul	Hg_2O	400 + 16	416	96,15 Hg
	Hg_2O	200 + 8	208	3,85 O
Quecksilberoxyd	HgO	200 + 16	216	92,59 Hg
	HgO	100 + 8	108	7,41 O
Kupferoxydul	Cu_2O	126,8 + 16	142,8	88,80 Cu
	Cu_2O	63,4 + 8	71,4	11,20 O
Kupferoxyd	CuO	63,4 + 16	79,4	79,85 Cu
	CuO	31,7 + 8	39,7	20,15 O
Wismuthoxyd	Bi_2O_3	416 + 48	464	89,66 Bi
	BiO_3	208 + 24	232	10,34 O
Cadmiumoxyd	CdO	112 + 16	128	87,50 Cd
	CdO	56 + 8	64	12,50 O
Antimonoxyd	Sb_2O_3	244 + 48	292	83,56 Sb
	SbO_3	122 + 24	146	16,44 O
Zinnoxydul	SnO	118 + 16	134	88,06 Sn
	SnO	59 + 8	67	11,94 O
Zinnoxyd	SnO_2	118 + 32	150	78,67 Sn
	SnO_2	59 + 16	75	21,33 O

B. Säuren (anhydride).

Namen	Formel	Atomgewicht	Summe	In 100 Thl. sind enthalten
Arsenige Säure	As_2O_3	150 + 48	198	75,76 As
	AsO_3	75 + 24	99	24,24 O
Arsensäure	As_2O_5	150 + 80	230	65,22 As
	AsO_5	75 + 40	115	34,78 O
Chromsäure	CrO_3	52,48 + 48	100,48	52,23 Cr
	CrO_3	26,24 + 24	50,24	47,77 O
Schwefelsäure	SO_3	32 + 48	80	40,00 S
	SO_3	16 + 24	40	60,00 O
Phosphorsäure	P_2O_5	62 + 80	142	43,66 P
	PO_5	31 + 40	71	56,34 O
Borsäure	B_2O_3	22 + 48	70	31,43 B
	BO_3	11 + 24	35	68,57 O
Oxalsäure	C_2O_3	24 + 48	72	33,33 C
	C_2O_3	12 + 24	36	66,67 O
Kohlensäure	CO_2	12 + 32	44	27,27 C
	CO_2	6 + 16	22	72,73 O
Kieselsäure	SiO_2	28 + 32	60	46,67 Si
	SiO_2	14 + 16	30	53,33 O
Salpetersäure	N_2O_5	28 + 80	108	25,93 N
	NO_5	14 + 40	54	74,07 O

Die gesammte Chemie wird in zwei Hauptabschnitte getheilt. Man unterscheidet: die anorganische Chemie (Betrachtung der Grundstoffe) und die organische Chemie (Betrachtung der kohlenstoffhaltigen Verbindungen).

1. Anorganische Chemie.

I. **Wasserstoff** (H), Hydrogenium, electropositiv, einwerthig. Derselbe findet sich in der Natur als Bestandtheil des Wassers (welches 2 Raumtheile Wasserstoff, 1 Raumtheil Sauerstoff enthält) und vieler anderen Stoffe ausserordentlich weit verbreitet. Man stellt ihn aus Zink und Schwefelsäure her oder durch Hindurchleiten von Wasserdampf durch glühende eiserne Röhren. Der Wasserstoff ist ein farbloses, geruch- und geschmackloses Gas von 0,0000896 spec. Gewicht und einer Dichte = 0,06927. Man benutzt das Wasserstoffgas zum Füllen von Luftballons, zur Erzielung hoher Hitzgrade (Knallgasgebläse), in einzelnen Fällen selbst zu Beleuchtungszwecken, ferner als sog. Reductionsmittel und zu verschiedenen chemischen Operationen und Experimenten.

II. **Chlorgruppe** (electronegative, einwerthige Elemente). **Chlor** (Cl) ist ein hellgrünlich-gelbes, bei —40° C. oder unter einem Drucke von 4 At zu einer dunkelgelben Flüssigkeit verdichtbares Gas. Es ist in der Natur sehr verbreitet, besonders als Bestandtheil des Koch- oder Steinsalzes, sowie verschiedener anderen Körper. Dichte = 2,4807. Spec. Gewicht = 0,00318. Das Chlor wird aus Braunstein durch Uebergiessen mit Salzsäure hergestellt und in der Technik zum Bleichen und als Desinfectionsmittel verwendet. Chlorkalk oder Bleichkalk wird durch Sättigen von gelöschtem Aetzkalk mit feuchtem Chlorgase bereitet. Die Verbindung von Chlor mit Wasserstoff, Chlorwasserstoff genannt, wird im wässerigen Zustande als Chlorwasserstoffsäure oder auch Salzsäure (HCl) vielfach zur Darstellung chemischer Präparate sowie zu vielen chemisch-technischen Operationen massenhaft verbraucht.

Brom (Br) kommt als Begleiter des Kochsalzes im Meerwasser und vielen Soolen vor. Es ist eine rothbraune, fast schwarze Flüssigkeit von unerträglichem Geruch. Dichte = 3,187.

Jod (J) findet sich gleich dem Brom als Begleiter des Kochsalzes. Es ist ein grauer oder schwarzer Körper, leicht zerreiblich, von unangenehmem Geruch und giftiger Wirkung. Dichte = 4,984. Das Jod findet zu Arzneimitteln, zu photographischen Zwecken und zur Darstellung mancher chemischen Präparate Verwendung.

Fluor (Fl) ist ein wahrscheinlich gasförmiges Element, dessen Abscheidung im reinen Zustande bis jetzt noch nicht gelungen ist, weil es sich sofort mit den Bestandtheilen der Apparate verbindet, worin es dargestellt wird; selbst Platin und Gold werden von ihm angegriffen. In der Natur findet es sich häufig im Flusspath, einem ausgezeichneten Flussmittel bei hüttenmännischen Operationen. Fluor wird als Flusssäure zum Aetzen von Glas und zum Aufschliessen der Silicate verwendet.

III. **Sauerstoffgruppe** (electronegative, zweiwerthige Elemente). Der **Sauerstoff** (O) findet sich in der Natur ausserordentlich häufig als Bestandtheil der atmosphärischen Luft, des Wassers, der meisten Mineralien, Gebirgsarten und der meisten Pflanzen- und Thierstoffe. Er ist ein farbloses, gewöhnlich geruch- und geschmackloses Gas von 1,1056 Dichte und 0,00143 spec. Gewicht. Der Sauerstoff selbst ist nicht brennbar, doch unterhält er das Brennen anderer Körper, wobei er sich mit dem verbrennenden Körper verbindet (Oxydation). Das entstandene Product der Verbrennung oder Oxydation heisst Oxyd. Man stellt den Sauerstoff dar durch Erhitzen von chlorsaurem Kali mit Braunstein; er wird verwendet zur Herstellung hoher Hitzgrade und zu verschiedenen chemischen Operationen.

Der **Schwefel** (S) kommt in manchen vulcanischen Gegenden, besonders in Sicilien, unverbunden „gediegen", an anderen Orten mit Eisen, Blei, Kupfer und Zink u. s. w. zu Kiesen, Blenden oder Glanzen verbunden vor, ist durchsichtig bis undurchsichtig, geruch- und geschmacklos, von 1,9—2,1 Dichte, dimorph oder amorph und wird beim Reiben stark negativ electrisch. Der Schwefel wird verwendet zur Darstellung von schwefliger Säure (SO_2), Schwefelsäure ($SO_3 + H_2O$) u. s. w.

Selen und **Tellur** sind Elemente, welche in der Natur sehr selten, meistens mit Metallen verbunden, vorkommen. Beide zeigen in ihrem chemischen Verhalten grosse Analogie zum Schwefel, sind jedoch weniger verbindungsfähig.

IV. **Stickstoffgruppe** (electronegative, dreiwerthige Elemente). Der **Stickstoff**, Nitrogenium (N), ist als Bestandtheil der atmosphärischen Luft und vieler organischer Verbindungen massenhaft verbreitet. Stickstoff ist ein farbloses, geruch- und geschmackloses Gas von 0,9713 Dichte und 0,001256 spec. Gewicht, nicht brennbar, kann auch das Verbrennen nicht unterhalten; alle brennenden Körper erlöschen und Thiere ersticken darin, ohne dass deshalb der Stickstoff als ein giftiges Gas zu bezeichnen wäre.

Die atmosphärische Luft ist ein Gemenge von 20,96 Volumina Sauerstoff und 79,04 Volumina Stickstoff.

Man stellt den Stickstoff her, indem man stickstoffhaltige Verbindungen zersetzt oder der atmosphärischen Luft den Sauerstoff entzieht.

Verbindungen des Stickstoffs sind: H_3N = Ammoniak, N_2O = Stickstoffoxydul, N_2O_2 = Stickoxyd, N_2O_3 = salpetrige Säure, N_2O_4 = Untersalpetersäure und N_2O_5 = Salpetersäure.

Phosphor (P) findet sich als Bestandtheil verschiedener phosphorsaurer Salze, namentlich des phosphorsauren Kalks, in der Natur sehr verbreitet, nicht nur in Mineralien, sondern auch in pflanzlichen Organismen und thierischen Knochen. Er ist fest, fast farblos oder gelblich, von 1,826 Dichte und wird im grossen aus weissgebrannten Knochen dargestellt.

Arsen (As) findet sich in der Natur sehr verbreitet und zwar theils gediegen, theils in Verbindung mit Sauerstoff, Schwefel, Eisen und anderen Elementen. Das Arsen ist von vollständig metallischer Beschaffenheit, jedoch spröde und pulverisirbar und hat eine Dichte von 5,63.

Antimon, Spiessglanzmetall, Stibium (Sb), findet sich am häufigsten mit Schwefel, seltener mit Sauerstoff verbunden und sehr selten gediegen. Es ist fest, von metallischer Beschaffenheit und besitzt eine Dichte von 6,715.

Wismuth, Bismuthum (Bi), ist hauptsächlich in gediegenem Zustande vorhanden. Es besitzt metallische Beschaffenheit und die Dichte 9,8.

Gold, Aurum (Au), findet sich in der Natur fast nur gediegen, selten durch Silber oder dergl. verunreinigt. Es ist fest, metallisch, von schöner gelber Farbe und lebhaftem Metallglanz, ausserordentlich dehnbar, geschmeidig und politurfähig, verändert sich nicht an der Luft und besitzt eine Dichte = 19,33. Gold schmilzt bei 1085° C. und leuchtet dann mit meergrüner Farbe; es wird von Säuren und Alkalien nicht angegriffen, löst sich dagegen in Königswasser auf.

Bor oder Boron (Bo) wird in der Natur als Borsäure und in borsauren Salzen gefunden. Seine Dichte beträgt 2,68.

V. Kohlenstoff. Der Kohlenstoff, Carboneum (C), ist eins der wichtigsten und verbreitetsten Elemente, namentlich als nie fehlender Bestandtheil aller organischen Gebilde und als Hauptbestandtheil der fossilen Ueberreste derselben (Anthracit, Stein- und Braunkohle, Torf), ferner als Bestandtheil der kohlensauren Salze. Modificationen des Kohlenstoffs sind Diamant, Graphit und eigentliche Kohle.

Verbindungen des Kohlenstoffs sind: CH_4 = Sumpfgas, C_2H_4 = Elaylgas, CO = Kohlenoxyd, CO_2 = Kohlensäure, CS_2 = Schwefelkohlenstoff, CN = Cyan.

VI. Siliciumgruppe. Silicium (Si) macht, mit Sauerstoff verbunden, einen Haupttheil der festen Erdrinde aus. Die wichtigste Verbindung des Siliciums ist die Kieselsäure = SiO_2, eigentlich H_4SiO_4.

Zirkonium, Thorium, Titan, Tantal und **Niobium** sind in der Natur ziemlich selten vorkommende, zum Theil nur unvollkommen bekannte Elemente von geringer Wichtigkeit.

Zinn, Stannum (Sn), findet sich in der Natur, hauptsächlich mit Sauerstoff verbunden, als Zinnerz oder Zinnstein. Dasselbe ist fest, von metallischer Beschaffenheit, mit fast weisser Farbe und lässt beim Biegen ein eigenthümliches Geräusch „Zinngeschrei" ertönen. Es ist sehr weich, aber härter als Blei, von 7,2—7,4 Dichte.

Das Zinn wird als Metall zu Zinnfolie oder Stanniol, ferner zum Verzinnen verwendet; es bildet mit Chlor, Sauerstoff und Schwefel folgende Verbindungen: $SnCl_2 + H_2O$ = Zinnchlorür, $SnCl_4$ = Zinnchlorid, SnO = Zinnoxydul, SnS = Zinnsulfür u. s. w.

VII. Platingruppe (electronegative, vierwerthige Elemente). **Platin** (Pt) findet sich, selten in grösseren Klumpen, in sog. Platinsand oder Platinerz. Platin ist metallisch, von sehr lebhaftem Metallglanz, ausserordentlich geschmeidig und dehnbar, hämmerbar und in der Weissglühhitze schweissbar und selbst in den höchsten Temperaturen unverbrennlich. Es besitzt eine sehr hohe Dichte = 21,5 und schmilzt nur in den höchsten Temperaturen im Knallgasgebläse. Man verwendet das Platin wegen seiner Widerstandsfähigkeit gegen Säuren u. dergl. oft zu chemischen Geräthschaften und feinen Gewichten.

Palladium, Rhodium, Ruthenium, Iridium und **Osmium** finden sich gewöhnlich in geringer Menge neben dem Platin im Platinerz, Osmium und Iridium zuweilen in besonderen Körnchen. Man nennt sie daher gewöhnlich Platinmetalle oder Platinbegleiter.

Wolfram, Molybdän, Vanadium und **Chrom** sind auf der Erdoberfläche nicht sehr verbreitet; am seltensten ist das Vanadium.

VIII. Silbergruppe (electropositive, einwerthige, schwere Metalle). **Thallium** (Tl) ist ein erst in neuerer Zeit entdecktes, seltenes metallisches Element von 11,86 Dichte.

Silber, Argentum (Ag), findet sich in der Natur ziemlich verbreitet, theils gediegen, theils mit Schwefel, Arsen oder Antimon verbunden, sowie als selten fehlender Bestandtheil des Bleiglanzes. Das Silber besitzt eine reine weisse Farbe, einen ausgezeichneten Glanz, Geschmeidigkeit, Dehnbarkeit und Politurfähigkeit und eine Dichte von 10,57. Es schmilzt bei ca. 1000° C., also leichter als Gold und Kupfer; man verwendet es zu Münzen, Schmucksachen u. dergl. Von den Verbindungen des Silbers ist nur das salpetersaure Silberoxyd, der Höllenstein = $AgNO_3$ zu photographischen Zwecken, als Arzneistoff und Aetzmittel von Wichtigkeit.

IX. Bleigruppe (electropositive, zweiwerthige, schwere Metalle). **Quecksilber,** Hydrargyrum (Hg), ist eine silberweisse, lebhaft spiegelnde Flüssigkeit von 13,595 Dichte. Dasselbe findet sich in der

Natur an einzelnen Orten in ziemlichen Quantitäten, theils gediegen, häufiger mit Schwefel verbunden. Das Quecksilber verdunstet bei gewöhnlicher Temperatur an der Luft in geringer Menge, erstarrt bei —39° C., siedet bei 360° und dehnt sich bei 1° C. Temperaturerhöhung um $^{1}/_{5508}$ seines Volumens aus (Thermometer). Es besitzt die Eigenschaft, viele Metalle, z. B. Gold, Silber, Kupfer, Blei, Zink, Zinn, Natrium u. s. w. aufzulösen und sich mit denselben zu gewöhnlich erhärtenden, in der Wärme wieder weicher werdenden sog. Amalgamen zu vereinigen. Von Wichtigkeit ist die eine Verbindung des Quecksilbers mit dem Schwefel, der Zinnober = HgS, wegen seiner prachtvollen rothen Farbe.

Kupfer, Cuprum (Cu), ist in der Natur sehr verbreitet, theils an Sauerstoff, theils an Schwefel, auch an Chlor gebunden, in den mannigfachsten Verbindungen. Das Kupfer findet sich auch gediegen und wird aus seinen Erzen hüttenmännisch abgeschieden. Es besitzt eine rothgelbe Farbe und lebhaften Glanz und eine Dichte von 8,9—8,95. Sein Schmelzpunkt liegt nahe an 1080° C. Es wird leicht von Säuren angegriffen und überzieht sich an der Luft mit einem dünnen Häutchen, kohlensaurem Kupferoxydhydrat (fälschlich Grünspan genannt). Man verwendet das Kupfer vielfach zu den mannigfachsten Gegenständen, rein und in Legirungen. Die Verbindungen des Kupfers zu Oxyden und Sulfiden sind sehr wichtig wegen der Gewinnung: Cu_2O = Kupferoxydul, Rothkupfererz, CuO = Kupferoxyd, Schwarzkupfererz u. s. w., Kupferglanz und Kupferkies. Wichtig ist ferner das schwefelsaure Kupferoxyd, Kupfervitriol = $CuSO_4 + 5H_2O$.

Blei, Plumbum (Pb), ist in der Natur sehr verbreitet, besonders mit Schwefel, doch auch mit Sauerstoff und selten mit Chlor verbunden. Es wird aus dem Bleiglanz (Schwefelblei) abgeschieden und bei der Verarbeitung von silberhaltigem Bleiglanz auf Silber zugleich mit dem Silber als Nebenproduct gewonnen. Es ist ein graues, glänzendes, an der Luft sich oxydirendes Metall von 11,445 Dichte; schmilzt bei 335° C., löst sich leicht in Salpetersäure, nicht in Schwefelsäure und Salzsäure. Von den Verbindungen sind von Wichtigkeit das Bleioxyd (Bleiglätte = PbO) und die Mennige (Pb_3O_4).

Cadmium (Cd) ist ziemlich selten und findet sich hauptsächlich als Begleiter des Zinks in manchen Zinkerzen. Dichte = 8,6.

Zink (Zn) ist, mit Schwefel und Sauerstoff verbunden, nicht selten. Es ist ein bläulich-weisses, auf frischen Flächen lebhaft glänzendes Metall von blätterigem Gefüge und 6,86—7,20 Dichte. Das Zink wird als Blech und Draht verarbeitet und bildet einen Hauptbestandtheil in Legirungen. Das Chlorzink wird mit Salmiak vereinigt zum Löthen benutzt; das Zinkoxyd (Zinkweiss) als weisse Oelfarbe.

X. Eisengruppe und Erdmetalle (electropositive, zwei- oder dreiwerthige Metalle). **Eisen**, Ferrum (Fe), ist im chemisch-reinen Zustande fast silberweiss, lebhaft metallisch glänzend, sehr weich, geschmeidig und hämmerbar, in der Weissglühhitze ganz weich und schweissbar, von 7,844 Dichte. Es schmilzt erst bei 2000° C., hält sich in trockener Luft; in feuchter Luft dagegen beginnt es unter Aufnahme von Sauerstoff zu rosten, ebenso beim Liegen in lufthaltigem Wasser. Das Eisen ist ein ganz unentbehrliches Metall und wird hüttenmännisch im grossartigsten Masstabe gewonnen. Man unterscheidet je nach dem Gehalte an Kohlenstoff drei Eisensorten, nämlich Roheisen mit 1,9—5 % C, Schmiedeeisen mit 0,2—0,6 % C und Stahl mit 0,6—1,9 % C. Es findet sich auf der ganzen Erde verbreitet, besonders mit Sauerstoff und Schwefel verbunden.

Mangan (Mn) findet sich in der Natur stellenweise sehr massenhaft, nie gediegen, und bildet als Begleiter des Eisens einen Nebenbestandtheil sehr vieler Erze. Es ist ein röthlich bis stahlgraues Metall von 8,0 Dichte. Das Mangansuperoxyd (MnO_2), auch Braunstein genannt, ist zur Entwickelung von Chlorgas unentbehrlich.

Kobalt und **Nickel** finden sich in der Natur gewöhnlich gemeinschaftlich mit Sauerstoff und Schwefel oder Arsen verbunden.

Uran ist ein weisses, glänzendes Metall von 18,33 Dichte; es findet sich nur an wenigen Stellen in grösserer Menge mit Sauerstoff verbunden.

Aluminium (Al) findet sich besonders mit Sauerstoff verbunden äusserst häufig, zuweilen mit Fluor. Es ist ein fast silberweisses Metall von 2,56—2,75 Dichte. Die Sauerstoffverbindungen des Aluminiums, verbunden mit Kieselsäure (Thon), machen einen Hauptbestandtheil der festen Erdrinde aus.

Jndium, Cerium, Lanthanium, Didym, Yttrium, Erbium und **Beryllium** sind mit Ausnahme des häufiger vorkommenden Berylliums sehr seltene und zum Theil wenig bekannte Elemente von geringer Wichtigkeit.

XI. Magnesiumgruppe (electropositive, zweiwerthige Metalle der alkalischen Erden). **Magnesium** (Mg) findet sich in der Natur als kohlensaure und kieselsaure Magnesia sehr verbreitet. Es ist ein silberweisses Metall von 1,75 Dichte. Von Bedeutung sind die Magnesiumverbindungen mit Sauerstoff: Talkerde (MgO) und mit Kohlensäure im kohlensauren Kalk (Dolomit).

Calcium (Ca) findet sich in der Natur in Form verschiedener Kalksalze sehr massenhaft. Es ist ein fast goldgelbes Metall von 1,58 Dichte. Die wichtigsten Bausteine in der Natur bestehen aus Calciumverbindungen, so der Gips, Marmor und Kalkstein.

Strontium (Sr) ist ein gelbes Metall von 2,5—2,58 Dichte. Es ist ziemlich verbreitet in der Natur jedoch viel seltener als das Calcium.

Barium (Ba) findet sich in der Natur in Form verschiedener Barytsalze ziemlich verbreitet und an einzelnen Stellen massenhaft. Es ist ein silberweisses Metall von 4,0 Dichte.

XII. Kaliumgruppe (sehr stark electropositive, einwerthige, leichte Metalle der Alkalien). **Lithium** (Li) findet sich in der Natur selten; es ist ein silberweisses Metall von schönem Glanz und nur 0,59 Dichte.

Natrium (Na) ist auf der Erdoberfläche in Verbindungen ausserordentlich verbreitet. Es ist ein silberweisses Metall von 0,972 Dichte. Die wichtigeren Verbindungen des Natriums sind: NaCl Chlornatrium oder Kochsalz, die kohlensauren Verbindungen des Natriums und das salpetersaure Natron (Chilisalpeter).

Kalium (K) ist wie das Natrium auf der Erdoberfläche sehr verbreitet. Seine Dichte beträgt 0,865. Seine Verbindungen mit Chlor, Sauerstoff und Cyan sind sehr wichtige Stoffe: Chlorkalium (KCl), kohlensaures Kali (Pottasche K_2CO_3), Kalisalpeter (KNO_3) und Cyankalium (KCy).

Rubidium (Rb) ist ein dem Kalium sehr ähnliches, seltenes Metall.

Caesium (Cs) findet sich mit dem Rubidium meistens gemeinschaftlich in sehr geringen Mengen.

2. Organische Chemie.

I. Kohlenwasserstoffe. 1. Methylwasserstoffreihe. Die Kohlenwasserstoffe, welche dieser Reihe angehören, werden auch Ethane genannt; sie sind in Wasser unlöslich, von schwachem Geruch und bilden sämmtlich Bestandtheile des rohen pennsylvanischen Petroleums.

2. Aethylenreihe. Die Kohlenwasserstoffe dieser Reihe, auch Alkylene oder Olefine genannt, werden hauptsächlich bei der trockenen Destillation der Fette, der bituminösen Schiefer, der Braunkohlen u. s. w. hergestellt.

3. Acetylenreihe. Die in dieser Reihe vereinigten Kohlenwasserstoffe haben nicht die Bedeutung der beiden vorhergehenden Reihen. Sie entstehen, wenn man andere organische Verbindungen unvollkommen brennen lässt.

4. Benzolreihe. Die Glieder dieser Reihe entstehen, ähnlich wie diejenigen der Aethylenreihe, bei der trockenen Destillation verschiedener organischen Stoffe.

5. Aetherische Oele. Sie enthalten sämmtlich einen und denselben Kohlenwasserstoff und finden sich als Bestandtheile einiger Pflanzen oder Pflanzentheile.

II. Harze. Die Harze stehen den Kohlenwasserstoffen sehr nahe, indem sie neben viel Kohlenstoff und Wasserstoff nur wenig Sauerstoff enthalten. Es verdienen besonders Erwähnung: 1. Das gemeine Fichtenharz. 2. Das Dammarharz. 3. Das Mastixharz. 4. Sandarak. 5. Kopal. 6. Elemi. 7. Schellack. 8. Copaivaharz. 9. Guajakharz u. s. w.

III. Fette und Wachsarten. Die Fette, auch die Wachsarten, stehen gleich den Harzen den reinen Kohlenwasserstoffen sehr nahe, indem sie neben viel Kohlenstoff und Wasserstoff ebenfalls nur wenig Sauerstoff enthalten. Man unterscheidet die Fette meistens in Thierfette und Pflanzenfette. Sie lassen sich, gleich den Wachsarten, verseifen, jedoch geben letztere nicht so gute Seifen wie erstere.

IV. Zuckerartige, in Zucker überführbare und in Zucker zerlegbare Stoffe. Zuckerartige Stoffe sind: Rohrzucker, Rübenzucker, Traubenzucker oder Glycose, Fruchtzucker oder Levulose u. s. w.

In Zucker überführbar sind hauptsächlich die Cellulose, Stärke, das Inulin, Glycogen, Dextrin und Gummi, neutrale Stoffe, die fast ausschliesslich im Pflanzenreiche vorkommen.

Die in Zucker zerlegbaren Stoffe hat man Glucoside oder Glycoside genannt. Man unterscheidet darunter folgende Verbindungen: Amygdalin, Salicin, Populin, Coniferin u. a.

V. Organische Säuren. Die Zahl der organischen Säuren ist sehr gross. Man unterscheidet darin mehrere Reihen, von denen besonders hervorzuheben sind die Reihe der Ameisensäure oder die fetten Säuren, die Acrylsäuren, die Reihe der Benzoësäuren, die Oxalsäuren, die Aepfelsäuren, die Weinsäuren, die Milchsäuren, die Schleimsäuren, die Salicylsäuren, die Citronensäure, die Mekonsäure und die Gerbsäuren.

VI. Alkohole und verwandte Stoffe. Die Alkohole entsprechen den basischen Metalloxyden. Man kann verschiedene Reihen unterscheiden, nämlich die Reihe des Methylalkohols, diejenige des Phenylalkohols, die des Benzylalkohols, das Glycerin u. s. w.

VII. Organische Basen oder Alkaloïde. Sie entsprechen dem Ammoniak, sind daher stets stickstoffhaltig. Man unterscheidet sie in sauerstoffhaltige und sauerstofffreie Alkaloïde. Sauerstoffhaltige Alkaloïde sind: Morphium, Narkotin, Chinin, Cinchonin, Strychnin u. a.; sauerstofffreie Alkaloïde sind: Nicotin, Coniin, Anilin u. s. w.

VIII. Farbstoffe. Farbstoffe nennt man diejenigen Körper, welche entweder an sich schon eine schöne Farbe besitzen oder leicht in farbige Producte übergeführt werden, oder mit anderen Stoffen Verbindungen bilden können, die sich durch eine besondere Farbe auszeichnen und sich der Oberfläche anderer

Körper einverleiben lassen, sodass sie fest auf denselben haften. Die wichtigsten natürlichen Farbstoffe sind: Indigo, Blattgrün (Chlorophyll), Krapp, Rothholz, Blauholz u. s. w. Die künstlichen Farbstoffe sind die Anilin- und Toluidinfarbstoffe, die Naphtalinfarben und die Phenylfarben.

IX. Eiweissartige Stoffe. Als solche bezeichnet man eine Gruppe von stickstoff- und meist auch schwefelhaltigen Körpern, welche sich im thierischen sowie auch im pflanzlichen Organismus als nie fehlende Bestandtheile finden und für die Entstehung und Fortentwickelung der Organismen von grösster Bedeutung sind. Die wichtigsten derartigen Stoffe sind: Eiweiss oder Albumin, Casëin oder Käsestoff, Fibrin oder Faserstoff, Mucin oder Schleim.

X. Verschiedene Bestandtheile des thierischen Körpers. Im thierischen Organismus sind eine Menge eigenthümlicher chemischer Verbindungen aufgefunden worden, deren Zusammenstellung zu bestimmt charakterisirten Gruppen zur Zeit noch nicht möglich ist. Dahin gehören:

1. Die Gewebebestandtheile der Thiere. Dieselben sind: das Horngewebe, das elastische Gewebe, das Knochengewebe, das Knorpelgewebe, das Insectengewebe, das Seidengewebe und das Schwammgewebe.

2. Die Bestandtheile des thierischen Blutes sind: die sog. Blutkügelchen, Blutfibrin, Blutalbumin, verschiedene fettige Stoffe, eigenthümliche Riechstoffe und andere Stoffe.

3. Die Gehirnsubstanz enthält folgende Bestandtheile: Lecithin oder Protagon, Cerebrin u. s. w.

4. Die wesentlichsten Bestandtheile der Muskel- oder Fleischflüssigkeit sind: Albumin, Kreatin, Kreatinin, Hypoxanthin, Karnin, Inosit u. a.

5. Die Galle besteht wesentlich aus den sog. Gallensäuren, verschiedenen Gallenfarbstoffen, ferner Gallenfett, Cholin, Lecithin u. s. w.

Die Bestandtheile des Harns, des Magensaftes, des Darmsaftes und des Speichels sind sehr verschieden und sehr zahlreich. Ueber die Bestandtheile der letzteren beiden ist zur Zeit noch sehr wenig bekannt.

Tabelle der in den Gewerben am häufigsten angewendeten Verbindungen, ihre Formeln (nach alter Schreibweise), gebräuchlichen Bezeichnungen und Löslichkeit in Wasser von 15,7° C.

Chemische Benennung	Aequivalent-Formel	Gewerbliche Benennung	Löslichkeit in 100 Theilen Wasser
Ammoniak	NH_4O	Salmiakgeist 26° B.	26
Chlorammonium	$NH_4 + Cl$	Salmiak	36
Chlorcalcium	$CaCl$	Salzsaurer Kalk + 6 Wasser	200
Chlornatrium	$NaCl$	Kochsalz, Steinsalz	36
Chlorwasserstoffsäure	HCl	Salzsäure 22° B.	37
Chromsaures Kali, neutrales	$KO + CrO_3$	Gelbes Chromkali	50
Chromsaures Kali, saures	$KO + 2\,CrO_3$	Rothes Chromkali	10
Eisenoxydhydrat	$Fe_2O_3 + HO$	Eisenrost, Eisengelb	—
Eisenchlorid	$Fe_2Cl_3 + 6\,HO$	Salzsaures Eisenoxyd	50
Eisenchlorür	$FeCl + 4\,HO$	Salzsaures Eisenoxydul	50
Eisencyanür-Cyanid	$3\,FeCy + 2\,Fe_2Cy_3 + 9\,HO$	Pariser, Berliner etc. Blau	—
Essigsäure	$\bar{A} + HO$ oder $C_4H_4O_4 + HO$	Guter Essig 1° B.	5
Essigsaures Bleioxydul	$PbO + \bar{A} + HO$	Bleizucker	66
Essigsaures Kupferoxyd	$CuO + \bar{A} + HO$	Grünspan	8
Essigsaures Kupferoxyd mit Kupferoxydhydrat	$CuO + \bar{A} + 5\,HO + CuO + HO$	Blauer Grünspan	—
Essigsaure Thonerde	$Al_2O_3 + 3\,\bar{A}$	Essigsaure Thonerde	100
Kalihydrat	$KO + HO$	Aetzkali, kaustisches Kali	200
Kalilauge, concentrirte	$KO + 13\,HO$	Kaustische Pottaschenlauge 36° B.	26
Kaliumeisencyanid	$3\,KCy + Fe_2\bar{C}y_3$	Rothes Blutlaugensalz	28
Kaliumeisencyanür	$2\,KCy + FeCy + 3\,HO$	Gelbes Blutlaugensalz	25
Kalkerde	CaO	Gebrannter Kalk	1/8
Kalkhydrat	$CaO + HO$	Gelöschter Kalk	1/8
1½ fach kohlensaures Ammoniak	$2\,NH_4O + 3\,CO_2$	Flüchtiges Laugensalz	50

Chemische Benennung	Aequivalent-Formel	Gewerbliche Benennung	Löslichkeit in 100 Theilen Wasser
Kohlensaures Kali	$KO + CO_2$	Gereinigte Pottasche, 76%	100
Kohlensaure Kalkerde	$CaO + CO_2$	Kalkstein, Kreide, Marmor	—
Kohlensaures Natron	$NaO + CO_2$	Calcinirte Soda	50
Kohlensaures Natron, krystallisirt	$NaO + CO_2 + 10\,HO$	Krystallisirte Soda	66
Kupferchlorid	$CuCl + 4\,HO$	Salzsaures Kupferoxyd	50
Mangansuperoxyd	MnO_2	Braunstein	—
Manganchlorür	$MnCl + 4\,HO$	Salzsaures Manganoxydul	50
Natronhydrat	$NaO + HO$	Aetznatron	200
Natronlauge, concentrirte	$NaO + 11\,HO$	Aetzsodalauge	24
Oxalsäure	$\overline{O} + HO$ oder $C_2O_3 + HO + 2$ Aequ.	Kleesäure	10
Oxalsaures Kali, saures	$KO + O + HO + \overline{O} + 2$ Aequ.	Sauerkleesalz	$2^1/_2$
Salpetersäure	NO_5	Scheidewasser, 40° B.	54
Salpetersaures Kali	$KO + NO_5$	Kalisalpeter	25
Salpetersaures Kupferoxyd	$CuO + NO_5 + 3\,HO$	Salpetersaures Kupferoxyd	100
Salpetersaures Natron	$NaO + NO_5$	Natron- oder Chilisalpeter	50
Schwefelsäure	SO_3	Schwefelsäure, 66° B.	80
Schwefelsaure Ammoniak-Thonerde	$NH_4O+SO_3+Al_2O_3+SO_3+24HO$	Ammoniakalaun	6
Schwefelsaures Eisenoxydul	$FeO + SO_3 + 7\,HO$	Eisenvitriol, grüner Vitriol	50
Schwefelsaure Kali-Thonerde	$KO+SO_3+Al_2O_3+3\,SO_3+24\,HO$	Kalialaun	6
Schwefelsaures Kupferoxyd	$CuO + SO_3 + 5\,HO$	Kupfervitriol, blauer Vitriol	28
Schwefels. Kupferoxyd-Ammoniak	$NH_4O + SO_3 + NH_3 + CuO$	Kupfervitriol-Ammoniak	66
Schwefelsaures Manganoxydul	$MnO + SO_3$	Braunsteinvitriol	50
Schwefelsaures Natron	$NaO + SO_3 + 10\,HO$	Glaubersalz	33
Schwefelsaure Natron-Thonerde	$NaO+SO_3+Al_2O_3+3\,SO_3+24\,HO$	Natronalaun	6
Schwefelsaure Thonerde	$Al_2O_3 + 3\,SO_3 + 18\,HO$	Concentrirter Alaun	50
Unterchlorige Säure	ClO	Chlorwasser	80
Weinsäure	$T + HO$ oder $C_4H_2O_5 + HO$	Weinsteinsäure	50
Weinsaures Kali, saures	$KO + \overline{T} + HO + \overline{T}$	Gereinigter Weinstein	$^1/_2$
Weinsaures Kali, neutrales	$KO + \overline{T}$	Löslicher Weinstein	100
Zinkchlorid	$ZnCl$	Zinkbutter, salzsaures Zink	100
Zinnchlorid	$SnCl_2 + 2\,HO$	Chlorzinn	50
Zinnchlorid-Chlorammonium	$SnCl_2 + NH_4Cl$	Pinksalz	33
Zinnchlorür	$SnCl + 3\,HO$	Zinnsalz	50

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Behse, W. H., Die Chemie in der Werkstatt. 1. Theil: Anorganische Chemie. Weimar 1872. B. Fr. Voigt.

Elsner's chemisch-technische Mittheilungen; fortgeführt von O. Dammer. Die Jahre 1874—75 und 1875—76. Berlin 1876 und 1877. Jul. Springer.

Hirzel, H., Katechismus der Chemie. 4. Auflage. Leipzig 1878. J. J. Weber.

Husemann, A., Grundriss der reinen Chemie. Berlin 1868. Jul. Springer.

Ludwig, H., Algebra der Chemie. Freiburg i. Br. 1876. Herder'sche Buchhandlung.

Regnault-Strecker, Chemie. 2 Theile. Braunschweig, Vieweg & Sohn.

Stöckhardt, Schule der Chemie. Braunschweig, Vieweg & Sohn.

Ule, O., Warum und Weil. Chemischer Theil, bearbeitet von F. Langhoff. Berlin 1878. K. J. Klemann.

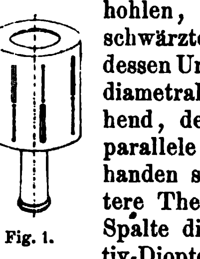
VII. Feldmessen und Nivelliren.

Als einfachstes Mittel zum Feldmessen wurde schon in den frühesten Zeiten die Schrittlänge des Menschen benutzt. Das Mittel ist für rohe Messungen, wie sie häufig beim Projectiren von Fabriken u. dergl., sowie beim Militär vorkommen, noch heute im Gebrauch. Nach angestellten, exact ausgeführten Versuchen hat sich ergeben, dass man den Schrittwerth eines 20-jährigen Menschen im Mittel zu 80 cm annehmen kann, wobei Fehler von 5 % bei verschiedenen Personen beobachtet worden sind. Die Schrittveränderlichkeit eines und desselben Individuums kann in den meisten Fällen vernachlässigt werden, da dieselbe nur 1—2 % beträgt. Bei anhaltender Schrittzählung sind von einem Menschen höchstens 5,5 km zu leisten bei einer Marschgeschwindigkeit von 5 km pro Stunde. Erfordern die Messungen nur einigermassen Genauigkeit, so sind besondere Instrumente anzuwenden.

1. Instrumente zum Längenmessen sind die Messkette, das Messband, die Messräder und die Messlatte. Beim Gebrauche der Instrumente zeigen sich stets grössere oder geringere Fehler oder Ungenauigkeiten. Die auftretenden Fehler sind unregelmässige, positive und solche, die dem Instrument anhängen. Am unzuverlässigsten ist der Gebrauch der Messräder. Dieselben liefern bei einem Umfange von 2 m einen durchschnittlichen Fehler von $\pm$ 0,019 m per laufenden Meter. Die anderen Instrumente sind nach folgender Tabelle zu rectificiren:

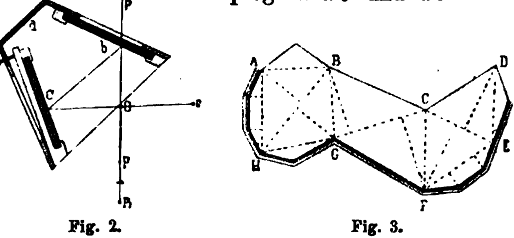
Gemessene Länge m	Mittlerer regelmässiger Fehler mit			Mittlerer regelmässiger Fehler pro m
	Latte pro m	Stahlband pro m	Kette pro m	
1	± 0,003 m	± 0,005 m	± 0,008 m	± 0,003 m
10	± 0,01 „	± 0,02 „	± 0,03 „	± 0,004 „
50	± 0,02 „	± 0,04 „	± 0,06 „	± 0,02 „
100	± 0,03 „	± 0,05 „	± 0,08 „	± 0,03 „
200	± 0,04 „	± 0,07 „	± 0,11 „	± 0,06 „
300	± 0,05 „	± 0,09 „	± 0,14 „	± 0,09 „
400	± 0,06 „	± 0,10 „	± 0,16 „	± 0,12 „
500	± 0,07 „	± 0,11 „	± 0,18 „	± 0,15 „
1000	± 0,09 „	± 0,16 „	± 0,25 „	± 0,3 „

2. Instrumente zum Abstecken rechter Winkel. a) Die Winkeltrommel (Fig. 1) dient zum Abstecken von Winkeln unter 90° und 45°. Dieselbe besteht aus einem hohlen, inwendig geschwärzten Cylinder, auf dessen Umfang, einander diametral gegenüberstehend, der Trommelaxe parallele Spalten vorhanden sind. Der breitere Theil einer jeden Spalte dient als Objectiv-Diopter und ist mit einem Haar durchzogen, während die schmäleren Theile die Oculardiopter sind. Der Apparat ist richtig, wenn ein rechter Winkel 2mal abgesteckt auf eine gerade Linie führt.


Fig. 1.

b. Der Winkelspiegel (Fig. 2) besteht aus zwei unter 45° zusammengesetzten Spiegeln ab und ac. Soll mit Hilfe des Instrumentes von r aus eine Normale $\overline{ro}$ zu der durch p_1 und p_2 festgelegten Geraden abgesteckt werden, so bewegt sich der Beobachter, von p_1 kommend, das Instrument vor dem Auge haltend, bis er die Stange r im Spiegel bemerkt, die Stangen p_1 und p_2 deckend. o ist dann der gesuchte Punkt, da der Winkel $por = 90°$ ist.

Die Richtigkeit des Instrumentes wird geprüft, indem man sowohl von p_1 als von p_2 aus visirt; man muss alsdann denselben Punkt o erhalten, im entgegengesetzten Falle ist die Correctionsschraube zu benutzen.


Fig. 2. Fig. 3.

Um mit Hilfe dieser Instrumente eine kleinere Fläche, ein Grundstück, einen Bauplatz aufzunehmen, kann man 1. die ganze Fläche durch Messungen von einem Eckpunkte zum anderen in Dreiecke zerlegen, deren Inhalt man aus Grundlinie und Höhe ermittelt. Die Summe der ein-

zelnen Dreiecke liefert den Flächeninhalt der Gesammtfläche (siehe Fig. 3). 2. Man steckt eine gerade Linie ab (Fig. 4) und zu dieser errichtet man eine Senkrechte, sodass man von den Eckpunkten Normale zu derselben fällen kann. Die Gesammtfläche ist dann gleich der Summe einer Anzahl von Trapezen, deren parallele Seiten die Normalen sind und deren Höhen auf der Hauptsenkrechten abzumessen sind. 3. Das auszumessende Grundstück wird in ein Coordinatensystem gelegt, (wenn dasselbe nicht zu gross ist, in einen Quadranten) und nun fällt man von jedem Eckpunkte des Polygones Senkrechte auf die Coordinatenaxen und notirt sich die Längen auf den Ordinaten und Abscissenaxen (Fig. 5). Da nun die Gesammtfläche als die Summe und Differenz der einzelnen Trapeze zu ermitteln ist, so kann man dieselben leicht berechnen, da auf der Ordinatenaxe die parallelen Seiten, auf der Abscissenaxe die Höhen abgeschnitten werden.

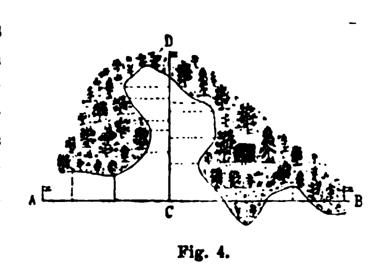


Fig. 4.

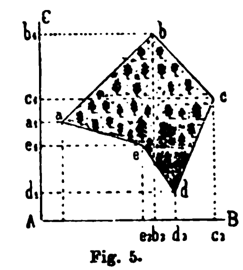
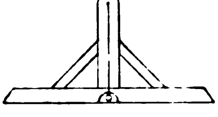


Fig. 5.

3. Instrumente zum Messen der Höhenunterschiede (Nivellirinstrumente). Das Verfahren, die Höhenunterschiede verschiedener Punkte der Erdoberfläche zu bestimmen, wird Nivelliren, Wasserwägen, Abwägen, sowie die vollzogene Messung ein Nivellement genannt. Die Nivellirwerkzeuge, Nivellirinstrumente, müssen im stande sein, für jeden Punkt der Erdoberfläche die Lage des scheinbaren Horizontes mit möglichster Schärfe anzugeben, um in ihm selbst oder ihm parallel auf einer aufgestellten Nivellirlatte eine horizontale Visirlinie bestimmen und die Verticalabstände der zu nivellirenden Punkte messen zu können.

Fig. 6.

1. Die Setzwaage (Fig. 6) ist das einfachste Nivellirinstrument. Sie besteht aus einem hölzernen, gleichschenkelig rechtwinkeligen Dreiecke, an dessen Scheitelpunkte ein Loth befestigt ist; die Lage des Lothes ist durch einen feinen Strich markirt. Um eine horizontale Linie zu ermitteln, setzt man das Dreieck mit der Hypotenuse auf eine Setzlatte mit parallelen Kanten. Spielt das Loth ein, so ist die horizontale Lage der Latte erreicht. An Stelle eines derartigen Dreiecks als Setzwaage ist auch die Wasserwaage (Libelle) zu verwenden.


Fig. 7.

2. Die Canalwaage (Fig. 7) besteht aus einer cylindrischen horizontalen Röhre, welche an jedem Ende eine verticale, nach oben gerichtete Glasröhre trägt, deren Inhalt aus gefärbtem Wasser besteht. Durch die Wasserspiegel beider vertical stehenden Röhren wird stets eine horizontale Linie festgelegt nach dem Princip der communicirenden Röhren. An die mittlere, aus Messing bestehende Röhre ist eine Hülse gelöthet, mittelst welcher die Canalwaage auf ein Stativ zu stecken ist.

3. Tascheninstrument zum Nivelliren und Winkelmessen (Fig. 8). Dieses sehr bequem zu handhabende Instrument ist zu Terrain-Recognoscirungen und schneller numerischer Vergleichung der Höhenlage terrestrischer Punkte, zu Niveau-Bestimmungen auf Baustellen, z. B. bei Anlage von Fundamenten, überhaupt zu kleineren und nicht gerade grösster Präcision bedürfenden Nivellements sehr geeignet. Das Instrument besteht aus einem 45 × 55 mm grossen Behälter, welcher zur Durchsicht zwei parallele Plangläser *aa* an gegenüberliegenden Seiten enthält. Durch den Handgriff geht eine Arretirungsschraube *b* hindurch, welche man zurückdrehen muss, um das Instrument gebrauchen zu können. Beim Halten in freier Hand stellt sich von selbst der an einem Universalgelenk *c* hängende Innen-Apparat durch die Schwerkraft horizontal und eine für die Winkelmessung dienende Mikrometertheilung vertical ein. Als Visireinrichtung besitzt der Apparat ein kleines Gallilei'sches Fernrohr *d* von 28 mm Länge, welches nahe und ferne Gegenstände ohne Verschiebung des Oculars gleich günstig zeigt, und ein Glasmikrometer mit Linienkreuz, welches lothrecht in 40 Theile zu je 1/4 mm getheilt ist und durch die eigenthümliche Construction des Concav-Oculars gleichzeitig vergrössert erscheint. Für zusammengesetzte Nivellements wird der Handgriff des Instruments in eine auf einem ca. 1,5 m hohen Stabe befindliche Hülse gesteckt. (Siehe Uhland, „Der practische Maschinen-constructeur" 1878.)

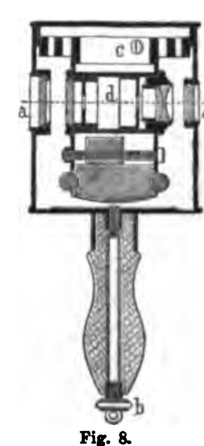


Fig. 8.

4. Das Fernrohr-Niveau. Es ist ein Fernrohr mit einer Libelle so verbunden, dass die Axen beider parallel sind. Dieselben sind um einen verticalen Zapfen drehbar angeordnet; nach dem Einstellen muss die Luftblase ihre feste Lage behalten und darf nicht schwanken. Die genaue Einstellung des Instrumentes wird durch Stellschrauben bewirkt, die in einem Dreifuss angebracht sind, welcher auf einem Stativ fest aufgeschraubt wird.

Die Fernrohr-Nivellirinstrumente sind sehr verschieden construirt. Man unterscheidet gewöhnlich:

1. Construction. Libelle und Fernrohr sind mit dem Gestell fest verbunden (Fig. 9).

a) Die Libellenaxe steht rechtwinkelig zur verticalen Drehaxe. Dieses untersucht man, indem das Instrument so gut, als es durch Augenmass möglich ist, horizontal gestellt wird, worauf man die Libelle über zwei Schrauben genau zum Einstellen bringt. Wird die Libelle mit dem Fernrohr dann um 180° gedreht, so ist die Abweichung an der Libelle der doppelte zu corrigirende Fehler.

b) Die Libellenaxe steht parallel zur optischen Axe. Um dieses zu prüfen, stellt man sich zwischen zwei entfernten Punkten A und B auf und macht eine Ablesung. Dann geht man an den einen Punkt so nahe heran, dass man den Fehler aus der Entfernung des Punktes und des Instrumentes vernachlässigen und die Ablesung a als richtig annehmen kann; sodann hat man das Fadenkreuz so lange zu verschieben, bis man am anderen Punkte $a \pm h$ abliest, wenn h der Höhenunterschied der Punkte ist.

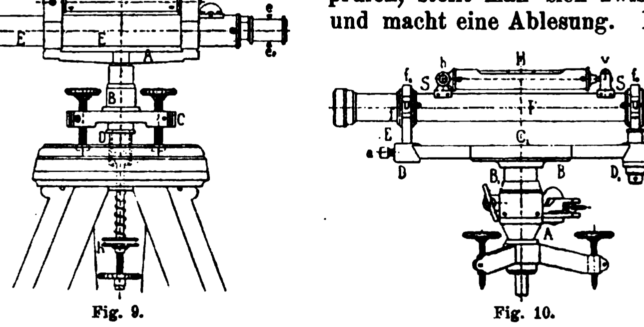


Fig. 9. Fig. 10.

2. Construction: Das Fernrohr ist mit der Libelle fest verbunden, in seinen Lagern drehbar und zum Ausheben eingerichtet. (Fig. 10.) Kann man annehmen, dass die Lagerringe gleich stark sind, so untersucht man die Libelle dadurch, dass man sie zum Einspielen bringt und sie mit dem Fernrohr dann umsetzt und den halben Fehler corrigirt. Kann diese Voraussetzung nicht gemacht werden, so ist das Instrument wie Construction 1 zu behandeln; man darf jedoch beim Ausheben nie die Lager verwechseln.

5. Das Ertel'sche grosse Niveau mit Horizontalkreis und Distanzmesser. Dieses in Fig. 11 dargestellte Niveau ist ausser als Nivellirinstrument, zu welchem es übrigens vorzüglich geeignet ist, auch als Distanzmesser sowie zum Nivelliren der Linien zu verwenden. Das Fernrohr ist als Distanzmesser mit verstellbaren Fäden eingerichtet. Unter dem Höhenbogen M findet sich auf einem Gestell eine Schraube ohne Ende Q, die in die in den Rand des Bogens eingeschnittenen Muttergänge eingreifen kann und dann als Elevationsschraube dient. Durch Niederdrücken treten die Gewinde der Schraube aus ihren Muttergängen heraus und kann dann das Fernrohr in einer Verticalebene grob bewegt werden. Die Horizontalbewegung der Alhidade wird durch eine Klemmschraube R gehemmt und durch eine Mikrometerschraube S fein eingestellt. Der Apparat wird mit dem Teller auf die Köpfe der drei Stellschrauben T gestellt und mit der Centralschraube U befestigt. Die Stellschrauben T dienen zum Horizontalstellen des Kreises und die Centralschraube U zum Befestigen des Niveaus auf dem Scheibenstativ. Ueber die Correction der Fehler sowie die genaue Einstellung in der Horizontalen siehe 4. Fernrohr-Niveau.

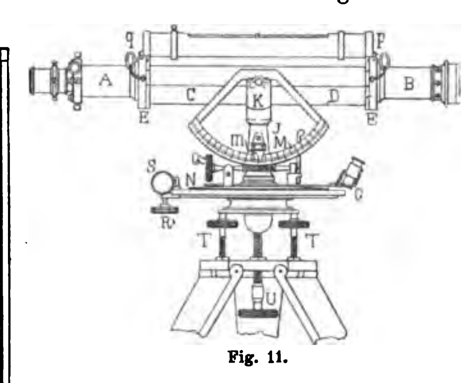


Fig. 11.

Die Bestimmung der Höhe der Visirlinie von gegebenen Punkten der Erdoberfläche geschieht mittelst der Nivellirlatten oder Nivellirtableaux. Es sind hinsichtlich ihrer Construction und ihres Gebrauches zwei Arten zu unterscheiden. Bei der ersten lässt sich längs eines nach dem landesüblichen Masse eingetheilten parallelepipedischen Stabes von Holz eine kreisrunde oder rechteckige Scheibe von Blech oder Holz verschieben, deren Mitte in die Visirlinie gebracht wird. Bei dieser Anordnung ist der Geometer immer von der Geschicklichkeit des an der Latte stehenden Gehilfen abhängig, auch ist meistens eine Controle über die Richtigkeit der Ablesung nöthig. Man wendet deshalb bei solchen Libellenniveaux, die mit guten, d. h. sehr deutliche Bilder liefernden Fernrohren ausgestattet sind, meistens Nivellirlatten ohne Zielscheiben an, welche mit einer deutlich dargestellten Eintheilung, bis auf mindestens 5 mm ausgeführt, versehen sind (Fig. 12—13).

Fig. 12—13.

Das Nivelliren findet entweder aus den Endpunkten oder aus der Mitte statt. Letzteres ist wegen der geringeren dabei auftretenden Fehler sowie wegen der grösseren Schnelligkeit der Ausführung mehr zu empfehlen als die erstere Methode.

4. Regeln für den Gebrauch der Nivellirinstrumente.

a) Um mit der Setzwaage kleine Strecken zu nivelliren, verfährt man folgendermassen: A bis B sei das zu ermittelnde Gefälle, dann setzt man die Latte in A an und ermittelt den Höhenunterschied

von *A* und *D*. So fährt man fort, in einzelnen Strecken von der Länge der Latte zu nivelliren, bis man nach *B* kommt. (Fig. 14.)

b) **Das Nivellement mit der Canalwaage und dem Fernrohr-Niveau** ist ganz ähnlich. Das erstere Instrument wird bei Stationen von deutlicher Sehweite benutzt und stehe zuerst in *A*, wenn das Terrain (Fig. 15) zu nivelliren ist. Man findet dann den Unterschied zwischen der Höhenlage der Punkte x und y. Durch das Nivelliren aus *B* ermittelt man die Lage der Punkte c und d und hat somit den Unterschied in der Höhe zwischen *A* und *B*; so fährt man fort, bis das Nivellement beendigt ist.



Fig. 14.

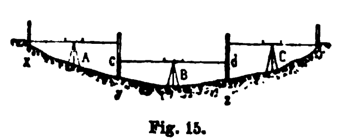


Fig. 15.

c) **Bei Arbeiten mit dem Fernrohr-Niveau** hat man Folgendes zu beachten:

1. Man mache die Stationen nicht zu lang und womöglich gleich.
2. Man ermittele an einer 100 m entfernten Latte den Fehler, den die nicht ganz genaue Einstellung der Libelle hervorbringt, und corrigire nach Bedürfniss.
3. Man stelle das Instrument in der Mitte zwischen zwei Stationen auf, weil sich dadurch kleine Fehler ausgleichen (Nivelliren aus der Mitte).
4. Die Libelle ist vor strahlender Wärme (directen Sonnenstrahlen) zu schützen.
5. Bezweifelt man den verticalen Stand der Latte, so lässt man den Gehilfen mit derselben einen in der verticalen Ebene liegenden Bogen beschreiben und liest den höchsten Punkt ab.
6. Zu den Nivellements von Bergen und steilen Abhängen hat man sich der Setzwaage oder der Libelle mit Setzlatte zu bedienen.

d) **Manual für grössere Nivellements.**

Ort ...... Beobachtet am ....

Nr.	Lattenablesung			Höhe		Bemerkungen.
	rückwärts cm	Mitte cm	vorwärts cm	der Visur cm	des Punktes m	
1	340		312	180	120	Ueber dem Pegel zu N.
2	355		321	182		

e) **Manual für kleinere Nivellements.**

Standpunkt	Rückvisirt cm	Vorwärts visirt cm	Bemerkungen
1	31,17	57,19	
2	24,71	69,13 *	* Oberwasserspiegel des Teiches.
3	98,83	121,21	
4	7,244 †	24,03	† Unterwasserspiegel des Grabens.
5	54,37	34,57	
	216,32	306,13	

Vorwärts . . . . 306,13 cm
Rückwärts . . . . 216,32 „
also Steigung . . . 89,81 cm

Ergiebt das Rückwärtsvisiren eine grössere Summe als das Vorwärtsvisiren, so findet natürlich Senkung statt.

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Hunäus, Lehrbuch der practischen Geometrie. Hannover 1868. Rümpler.
Uhland, Ingenieurkalender 1880. Leipzig. Baumgärtner.
Weisbach's Ingenieur. Braunschweig 1874. Fr. Vieweg & Sohn.

VIII. Münz-, Mass- und Gewichtstabellen.

A. Münztabelle aller Länder.

Münzsorten	Werth eines Stückes												
	deutsche R.-W.		norddeutsche W.			österr. W.		süddeutsche W.		franz. W.		engl. W.	
	M.	Pf.	Thlr.	Sgr.	Pf.	Fl.	Xr.	Fl.	Xr.	Fr.	Ct.	Shl.	Pnc.
Aegypten. 1 Piaster à 40 Para à 3 Asper	—	21	—	2	1	—	10			—	28	—	2,5
Arabien. 1 Morcath. à 80 Kab. (120½ Mth. = 100 österr. M.-Ther.-Th.)	3	50	1	5	—	1	75			4	38	3	5,1
Agent. Republik. 1 Pesto fuerte à 100 Cent.	4	10	1	11	—	2	05			5	13	4	—
Australien. 1 L. Strl. à 20 s. à 12 d.	20	40	6	24	—	10	20	11	54	25	48	20	—
Belgien. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Birma. 1 Bat. à 4 Salung à 2 Tuang à 100 Kauri	2	36	—	23	7	1	18			2	95	2	3,7
Bolivia. 1 Peso à 100 Cent.	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Brasilien. 1 Milreis à 1000 Reis	2	34	—	23	5	1	17			2	93	2	3,5
Canada. Wie England. Auch 1 Halifax à 5 s.	5	—	1	20	—	2	50			6	25	5	—
Central-Amerika. 1 Dollar à 100 Cent. oder 1 Piast. à 100 Centav.	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Ceylon. 1 Ruipe oder Rupee	1	10	—	11	—	—	55			1	38	1	0,9
Chili. 1 Peso à 100 Centavos	4	—	1	10	—	2	—			5	—	3	11
China. 1 Haykuan Taël à 1000 Cash	6	40	2	4	—	3	20			8	—	6	3,2
Cochinchina. 1 Rupie à 8 Fanons à 18 Cash	1	92	—	19	2	—	96			2	40	1	10,6
Columbia. 1 Peso à 100 Centavos	1	10	—	11	—	—	55			1	38	1	0,9
Cuba und Portorico. 1 Piaster à 100 Cents	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Dänemark. 1 Krone à 100 Oere	1	12,5	—	11	3	—	56			1	41	1	1,2
Deutschland. 1 Mark à 100 Pfennige	1	—	—	10	—	—	50	—	35	1	20	—	11,75
2790 Mark = 1 kg feines Gold = 15½ kg Silber.													
1 Doppel-Krone à 20 Mark = 2 Kronen à 10 Mark.													
Dominic. Republik. 1 Gouard à 100 Cento	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Ecuador. 1 Piaster	3	10	1	1	—	1	55			3	85	3	0,4
England. 1 L. Sterling à 20 s. à 12 d.	20	40	6	24	—	10	20	11	54	25	48	20	—
Finnland. 1 Markka à 100 Pfenni	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Frankreich. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Im Verkehr: 1 Franc = 20 Sous à 5 Centimes													
Gesellsch.-Inseln. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40			1	—	—	9,4
Griechenland. 1 Drachme à 100 Lepta	—	73	—	7	3	—	36	—	25,5	—	91	—	8,58
Hayti. 1 Piaster, Pesos und Centavos	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Japan: im Lande. 1 Itzebou	1	50	—	15	—	—	75			1	88	1	5,6
mit Europa. 1 mex. Silber-Dollar	4	50	1	15	—	2	25			5	63	4	4,9
Irland, wie England.													
Italien. 1 Lire à 100 Centesimi	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Liberia. 1 Dollar à 100 Cents	4	25	1	12	6	2	13			5	31	4	1,9
Madagascar. Englische und amerikanische Münzen oder Silber nach Gewicht.													
Marocco. 1 Mitskal à 10 Ukki. à 4½ Mouson. à 6 Quart. à 4 Flus à 4 Kirat	2	10	—	21	—	1	05			2	63	2	0,67
1 Piaster à 15 Unzen	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Mexico. 1 Peso à 8 Reales à 4 Quartillos	4	33	1	13	4	2	17			5	42	4	2,9
Niederlande. 1 Gulden à 100 Cents	1	70	—	17	—	—	85	—	59,5	2	13	1	8
Norwegen. 1 Krone à 100 Oere	1	12,5	—	11	3	—	56	—	39	1	41	1	1,2
Oesterreich. 1 Gulden à 100 Kreuzer	2	—	—	20	—	1	—	1	10	2	50	1	11,5
Ostindien. 1 Rupie à 16 Onoras à 12 Pies	2	—	—	20	—	1	—			2	50	1	11,5
Paraguay. 1 Piaster à 100 Centimes	4	—	1	10	—	2	—			5	—	3	11
Persien. 1 Toman à 2 Panabat à 100 Schahai	9	30	3	3	—	4	65			11	63	9	1,3
1 Keran à 10 Senar à 10 Bisti à 10 Din.	—	93	—	9	4	—	47			1	16	—	10,9
1 Rupie Silber	1	55	—	15	6	—	78			2	04	1	6,2
Peru. 1 Sol à 100 Cents	4	—	1	10	—	2	—			5	—	3	11
Portugal. 1 Milreis à 1000 Reis	4	50	1	15	—	2	25	2	37,5	5	55	4	4,9
Rumänien. 1 Lei à 100 Ban Para	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Russland. 1 Silber-Rubel à 100 Kopeken	3	22	1	2	2	1	61	1	52,7	4	03	3	1,8
Sandwichs-Inseln. 1 Dollar à 100 Cents	4	25	1	12	6	2	13			5	31	4	1,9
Schweden. 1 Krone à 100 Oere	1	12,5	—	11	3	—	56	—	39	1	41	1	1,2
Schweiz. 1 Franc à 100 Rappen	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Serbien. 1 Piaster	—	18	—	1	9	—	09			—	23	—	2,1
1 Dinar à 100 Kora	—	80	—	8	—	—	40			1	—	—	9,4
Siam. 1 Bat à 4 Salung à 2 Fuang à 800 Kauri	2	50	—	25	—	1	25			3	13	2	5,4
Spanien. 1 Peseta à 100 Cents	—	86	—	8	7	—	43	—	30	1	08	—	10
1 Doura à 20 Reales à 100 Cents	4	20	1	12	—	2	10	2	27	5	25	4	1,3
Tripolis. 1 Piaster à 40 Para à 3 Asper	—	18	—	1	9	—	09			—	23	—	2,1
Tunis. 1 Tunesischer Piaster à 16 Karuben	—	54	—	5	5	—	27			—	68	—	6,3
Türkei. 1 Piaster à 40 Para à 3 Asper	—	19	—	1	9	—	09	—	6,3	—	23	—	2,1
Uruguay. 1 Peso corr. à Reales	3	20	1	2	—	1	60			4	—	3	1,6
Venezuela. 1 Venecuolano à 100 Centajos	4	05	1	10	6	2	03			5	06	3	11,6
Vereinigte Staaten von Nord-Amerika. 1 Dollar à 100 Cents	4	20	1	12	—	2	10	2	27	5	25	4	1,3
1 Silber-Dollar	2	02	—	20	2	1	01	1	10,7	2	52	1	11,7

Münzwesen.

Die Form der Münzen ist fast ausschliesslich die einer runden Platte, auf beiden Seiten mit einem erhabenen Gepräge versehen, welches gewöhnlich das Brustbild des Regenten, das Landeswappen, auch ein Emblem u. s. w. trägt und den Namen oder Titel des Regenten, beziehentlich des Landes, den Werth oder Gehalt der Münze angiebt. Die auf dem Rande meist vertieft stehende Schrift oder Rändelung wird gewöhnlich deshalb angebracht, um das unmerkliche Abfeilen derselben zu erschweren.

Gold und Silber werden nicht ganz rein zur Herstellung der Münzen verwendet; sie werden mit anderen, geringeren Metallen, namentlich mit Kupfer, das Gold auch mit Silber (und Kupfer) legirt. Ursprünglich geschah diese Legirung nur aus Gewinnsucht, später um den Münzen eine für den Umlauf wünschenswerthe Grösse oder Stärke zu geben. Gegenwärtig aber nimmt man sie besonders aus dem Grunde vor, das edle Metall dadurch härter und die Münze infolge dessen dauerhafter zu machen.

Gold und Silber ohne Zusatz wird fein, legirtes dagegen rauh genannt. Das wirkliche Gewicht einer Münze ist ihr Schrot (Bruttogewicht), das Gewicht des darin enthaltenen feinen Metalles, das Feingewicht oder Korn, und die Angabe über das Verhältniss der Mischung der edlen und unedlen Metalle der Feingehalt. Letzterer wird allgemein durch einen Bruch in Tausendtheilen des Gewichtes angegeben und zwar so, dass der Zähler des Bruches das Feingewicht oder das Korn und der Nenner desselben das Rauhgewicht oder Schrot der betreffenden Metallmasse ausdrückt. Ist z. B. Silber 750 Tausendtheile fein, so heisst das, in je 1000 Gewichtstheilen sind 750 Theile feines Silber und 250 Theile Zusatz.

Früher wurde der Feingehalt beim Silber in Lothen und beim Gold in Karaten ausgedrückt. 1 Kölnische Mark wurde eingetheilt in 16 Loth à 18 Grän (bei Silber) und in 24 Karat à 12 Grän (bei Gold).

Unter dem Münzfusse eines Landes versteht man den Inbegriff der Gesetze über das Gewicht und den Feingehalt der Münzen. Die Gesetze bestimmen nämlich, wie viele gleichnamige Stücke aus einer von ihnen bezeichneten Einheit des Gewichtes geschlagen werden sollen, wie stark die Legirung sein soll, welches Gewicht daher, wenn hierin ein Unterschied der Münzsorten bestehen soll, eine Anzahl von solchen Münzstücken haben müssen. Man unterscheidet schweren und leichten Münzfuss, je nachdem aus einer Gewichtseinheit weniger oder mehr gleichnamige Münzen geprägt werden sollen. Im deutschen Reiche werden nach Einführung der Reichsmarkwährung aus einem Zollpfunde (= 500 gr.) feinen Goldes 1395 Reichsmark geprägt.

Die Währung oder das Münzsystem ist die gesetzliche Bestimmung desjenigen Metalles, welches im Landesverkehr als legales Zahlmittel gelten soll. Neben dieser Bedeutung hat man in neuerer Zeit dem Worte noch die der Eintheilung oder Stückelung der grösseren Münzeinheiten in die kleineren beigelegt.

In der Gegenwart können betreffs der Währung nur Silber und Gold in Frage kommen und ist dieselbe entweder eine einfache oder zusammengesetzte, doppelte. Die einfache Währung giebt nur den Münzen aus einem der edlen Metalle allgemeine Zahlkraft, die doppelte dagegen giebt diese sowohl den Gold- als auch den Silbermünzen und stellt daher ein Werthverhältniss zwischen Gold und Silber gesetzlich fest. (In Frankreich z. B. galt bisher 1 kg Gold = $15^1/_2$ kg Silber). Von beiden Währungen verdient erstere den Vorzug.

Die als Rechnungseinheit dienende Münze, von welcher die grösseren Stücke als Vielheiten, die kleineren als Unterabtheilungen aufgefasst werden, ist die Münzeinheit oder das Hauptmünzstück: Mark, Frank, Gulden etc.

Ausser den groben Münzen werden zur Ausgleichung der auf geringe Einheiten ausgehenden Summen noch Scheidemünzen aus stark legirtem Silber, Nickel oder Kupfer geprägt.

Von den bestehenden sei nur der uns am nächsten stehende **deutsche Münzfuss** angeführt.

Mit dem 1. Januar 1875 trat im ganzen deutschen Reiche das Münzgesetz vom 9. Juni 1873 in Wirksamkeit. Nach diesem tritt an Stelle der bis dahin geltenden Landeswährungen die Reichsgoldwährung; ihre Rechnungseinheit bildet die Mark. Aus einem Pfund feinen Goldes werden, wie bereits erwähnt, 1395 Mark und zwar in Stücken zu 20 Mark (Doppelkrone), 10 Mark (Krone) und 5 Mark geprägt. Das Mischungsverhältniss der Reichsgoldmünzen ist auf $^{900}/_{1000}$ Gold und $^{100}/_{1000}$ Kupfer festgestellt.

Ausser den Reichsgoldmünzen werden auch Reichsmünzen in Silber, Nickel und Kupfer ausgeprägt und zwar: 1) in Silber: Fünfmark-, Zweimark-, Einmark-, Fünfzigpfennig- und Zwanzigpfennigstücke; 2) in Nickel: Zehnpfennig- und Fünfpfennigstücke; in Kupfer: Zweipfennig- und Einpfennigstücke.

Das Mischungsverhältniss bei den Reichssilbermünzen beträgt $^{900}/_{1000}$ Silber und $^{100}/_{1000}$ Kupfer. 20 Fünfmark-, 50 Zweimark-, 100 Einmark-, 200 Fünfzigpfennig- und 500 Zwanzigpfennigstücke enthalten je ein Münzpfund feines Silber.

B. Masse und Gewichte.

Mass nennt man jede als Einheit angenommene Grösse, welche benutzt wird, um andere Grössen derselben Art zu bestimmen, indem man erstere mit der zweiten vergleicht, d. h. untersucht, wievielmal die erste in der zweiten enthalten ist. Diese Operation nennt man messen.

Das jetzt am meisten angewendete Massystem ist das französische oder metrische, bei welchem aus dem Längenmasse die Flächenmasse, aus diesen die Körpermasse und aus diesen wieder die Schwermasse bestimmt und endlich die sämmtlichen Eintheilungen der Masse und Gewichte nach dem Decimalsystem festgesetzt worden sind. Das metrische System gilt ausser im deutschen Reiche noch in Oesterreich, Frankreich, der Schweiz, den Niederlanden, Belgien, Luxemburg, Italien, Türkei, Griechenland, Rumänien, Spanien, Portugal, sowie in den meisten südamerikanischen Republiken. Das englische Mass ist noch in England im Gebrauch und ist der englische Fuss in Russland und Nordamerika eingeführt. Dänemark und Norwegen gebrauchen das alte preussische Fussmass; Schweden hat sein eigenes Mass.

Die Basis des metrischen Systems bildet der 10000000ste Theil des Meridianquadranten, dem man den Namen Meter gegeben hat. Das Urmass dieses Theiles (Mètre des Archives) befindet sich im kaiserlichen Archive zu Paris und als Copie in Form eines Platinstabes im Besitze der königl. preussischen Regierung, welch letzterer mit ersterem verglichen bei der Temperatur des schmelzenden Eises eine Länge von 1,00000301 m ergeben hat.

Das Meter als Einheit annehmend erhält man folgende Masse und Gewichte:

1 Meter (m) = 10 Decimeter (dcm) = 100 Centimeter (cm) = 1000 Millimeter (mm).
10 Meter = 1 Dekameter (dkm) oder 1 Kette (im Feldmessergebrauch ist die Kette = 2 Dekameter = 20 m).
1000 Meter = 100 Dekameter = 10 Hectometer (hm) = 1 Kilometer (km).
10000 Meter = 100 Hectometer = 1 Myriameter.
7500 Meter = 1 norddeutsche Meile = 7,5 km.
7420,44 Meter = 1 geographische Meile; 15 Meilen = 1 Aeq. Grad.
1 Quadratmeter (qm) = 10000 Quadratcentimeter (qcm).
1 Quadratcentimeter = 100 Quadratmillimeter (qmm).
100 Quadratmeter = 1 Ar (a).
10000 Quadratmeter = 100 Ar = 1 Hektar (ha).
1 Kubikmeter (cbm) = 1000 Kubikdecimeter oder Liter (l) = 1000000 Kubikcentimeter (ccm).
1 ccm = 1000 Kubikmillimeter (cmm).
100 Liter = 1/10 cbm = 1 Hektoliter (hl).
50 Liter = 1 Scheffel.
1 Kilogramm (kg) = dem Gewichte eines Liters destillirten Wassers bei + 4° C.
1 Kilogramm = 1000 Gramm (g) = 2 Pfund.
1 Decigramm (dcg) = 1/10 g.
1 Milligramm (mg) = 1/1000 g.
10 Gramm = 1 Dekagramm (dkg) = 1 Neuloth.
500 Gramm = 1/2 kg = 1 Pfund.
50 Kilogramm = 100 Pfund = 1 Centner.
1000 Kilogramm = 2000 Pfund = 1 Tonne = 20 Centner.

Die nachstehenden Zusammenstellungen geben das frühere preussische, österreichische und das noch existirende englische, russische und schwedische Massystem verglichen mit Metermass.

1) Frühere preussische Masse.

1 Fuss = 12 Zoll à 12 Linien = 139,13 alte Pariser Linien = 0,31385 m = 1,02972 engl. Fuss.
1 Elle = 25 1/2 Zoll = 0,66694 m; 1 m = 1,4994 Ellen.
1 Lachter = 80 Zoll = 2,0924 m; 1 m = 0,47793 Lachter.
1 Ruthe = 12 Fuss = 3,7662 m; 1 m = 0,26552 Ruthe.
1 Meile = 24000 Fuss = 2000 Ruthen = 7,5325 km.
1 □Ruthe = 144 □Fuss = 14,185 qm; 1 qm = 0,0705 □Ruthe.
7,0499 □Ruthen = 1 Ar.
180 □Ruthen = 25920 □Fuss = 1 Morgen = 25,532 Ar; 3,9166 Morgen = 1 Hektar.
1 □Meile = 5673,8 Hektare; 10000 Hektare = 1,7625 □Meile.
1 □Meile altes Mass = 1,0087 □Meilen neues Mass.
1 □Meile neues Mass = 0,99139 □Meile altes Mass.
1 Schachtruthe = 144 Kubikfuss = 4,4519 cbm; 1 cbm = 0,22462 Schachtruthe.
1 Klafter Holz = 108 Kubikfuss = 3,389 cbm; 1 cbm = 0,29950 Klafter Holz.
1 Haufen Holz = 4 1/2 Klafter = 486 Kubikfuss = = 15,2505 cbm.
1 Haufen Torf = 3 Klafter à 138,4 Kubikfuss = 13,0288 cbm.
1 Quart = 64 Kubikzoll = 1,1450 Liter; 1 Liter = 0,87334 Quart.
30 Quart = 1 Anker = 34,351 Liter; 1 Hektoliter = 2,9111 Anker.
60 Quart = 1 Eimer = 68,702 Liter; 1 Hektoliter = 1,4556 Eimer.
120 Quart = 1 Ohm = 1,3740 Hektoliter; 1 Hektoliter = 0,72778 Ohm.
180 Quart = 1 Oxhoft = 2,0611 Hektoliter; 1 Hektoliter = 0,48519 Oxhoft.
1 Scheffel = 16 Metzen = 3072 Kubikzoll = 1 7/9 Kubikfuss = 54,9615 Liter.
1 Hektoliter = 1,8915 Scheffel.
1 Metze = 3,4351 Liter; 1 Liter = 0,29111 Metze.

24 Scheffel = 1 Wispel = 13,191 Hektoliter; 1 Hektoliter = 0,075811 Wispel.
1 Tonne = 4 Scheffel = 64 Metzen = 192 Viertel = 219,846 Liter.

2) Oesterreich (altes Mass, jetzt Metermass).

1 Fuss = 12 Zoll à 12 Linien = 140,127 Pariser Linien = 0,316081 m.
1 Ruthe = 10 Fuss; 1 Klafter = 6 Fuss; 1 Elle = 2,465 Fuss.
1 Meile = 24000 Fuss = 4000 Klafter = 7586,455 m.
1 Joch = 1600 Quadrat-Klafter = 0,5756 Hektare.
1 Schachtruthe = 100 Kubikfuss.
1 Mass = 0,0448 Kubikfuss = 71,335 Kubikzoll = 1,415 Liter.
1 Eimer Wein etc. = 41 Mass; 1 Eimer Bier = $42^1/_2$ Mass.
1 Metze = 16 Massel = 1,9471 Kubikfuss = $3100^1/_3$ Pariser Kubikzoll = 61,4995 Liter.
1 Muth = 30 Metzen = 480 Massel = 1920 Futtermassel = 3840 Becher.
1 Wiener Pfund = 32 Loth = 560,012 Gramm = 1,12002 Zollpfund.
1 Centner = 5 Stein = 100 Handelspfund.

3) England.

1 Fuss = 12 Zoll; 3 Fuss = 1 Yard = 405,34 Pariser Linien = 2,91341 preuss. Fuss = 0,91438 m.
1 Ruthe (pole, rod) = $5^1/_2$ Yard.
1 Meile = 8 Furlongs = 320 Ruthen = 1760 Yards = 5280 Fuss.
1 Acker = 160 □Ruthen = 1,58 preuss. Morgen.
1 Gallon = 277,2738 Kubikzoll = 4,5435 Liter.
1 Quarter = 8 Bushels = 32 Peaks = 64 Gallons = 256 Quarts = 512 Pints = 290,7813 Liter.
1 Bushel = 8 Gallons = 2218,19 Kubikzoll.
1 Last = 10 Quarters = 80 Bushels = 2 Tonnen = 640 Gallonen.
1 Pfund (avoir du poids) = 453,59 Gramm = 27,2159 Loth Zollgewicht.
1 Pfund Troy-Gewicht = 5760 Grains = 373,246 Gramm.
1 Tonne = 20 Centner = 80 Stein = 2240 Av. Pfund = 1016,06 kg.

4) Russland.

1 Fuss = 1 englischer Fuss = 135,114 Pariser Linien = 0,3048 m.
1 Arschine = 4 Tschetwert = 16 Werschock = 28 englische Zoll.
1 Werst = 3500 Fuss = 500 Saschehn = 1066,78 m.
1 Saschehn = 3 Arschine = 7 Fuss = 48 Werschock = 84 Zoll = 2,1336 m.
1 Dessätine = 2400 Quadrat-Saschehn.
1 Wedro = 620,019 par. = 750,568 russ. Kubikzoll = 10 Kruschki oder Stoof.
1 Tschetwerik = 1322,71 par. = 1601,212 russ. Kubikzoll = 26,2376 Lit. = 1 Tschetwert = 2 Osmini = 4 Pajok = 8 Tschetwerik = 32 Tschetwerka = 64 Garnez = 209,901 Liter.
1 Pfund = 32 Loth = 96 Solotnik = 409,52 Gramm = 0,819 Zollpfund.
1 Berkowrtz (Schiffspfund) = 10 Pud à 40 Pfd. à 96 Solotnik à 96 Doli.

5) Schweden.

1 Fuss = 131,615 Pariser Linien = 0,2969 m.
1 Faden (Famn) = 3 Ellen (Alnar) = 6 Fuss (Fot) 72 Zoll (Verktum).
1 Ruthe = 16 Fuss.
1 Meile = 6000 Famnar = 10688,436 m = 36000 schwed. Fuss.
1 Tonne Land oder Tonnstelle = 56000 Quadratfuss = 4936,41 qm.
1 Kanne = 100 schwedische Kubikdecimalzoll = 2,617 Liter.
1 Ohm (Am) = 4 Anker = 60 Kannen = 120 Stop.
1 Tonne = 7388,58 Pariser Kubikzoll = 48 Kannen = 146,563 Liter.
1 Tonne = 2 Spann = 32 Kappen = 56 Kannen = 112 Stop.
1 Skalpund = 32 Loth = 425,3395 Gramm = 0,85 Zollpfund.
1 Centner = 120 Pfund; 1 Schiffspfund = 20 Liesspfund = 400 Skalpund.
1 neues Pfund = 1 Skalpund = 100 Korn = 10000 Art.
1 neuer Centner = 100 neue Pfund.

Gewichtstabellen.

Vergleichende Tabellen der Gewichte verschiedener Länder.

a. Pfunde.

Kilogr.	Oesterreich alt. Pf.	Bayern alt. Pf.	Zollverein Pf.	Württemberg alt. Pf.	Preussen alt. Pf.	England Pf.	Schweden Pf.	Russland Pf.
1	1,7857	1,7857	2,0000	2,1380	2,1381	2,2046	2,3511	2,4418
0,5600	1	1,0000	1,1200	1,1973	1,1974	1,2346	1,3166	1,3675
0,5600	1,0000	1	1,1200	1,1973	1,1973	1,2346	1,3166	1,3674
0,5000	0,8928	0,8929	1	1,0690	1,0690	1,1023	1,1755	1,2209
0,4677	0,8352	0,8352	0,9355	1	1,0000	1,0312	1,0997	1,1421
0,4677	0,8352	0,8352	0,9354	1,0000	1	1,0311	1,0996	1,1421
0,4536	0,8100	0,8100	0,9072	0,9698	0,9698	1	1,0664	1,1076
0,4253	0,7595	0,7595	0,8507	0,9094	0,9094	0,9377	1	1,0386
0,4095	0,7313	0,7313	0,8191	0,8756	0,8756	0,9028	0,9628	1

b. Schiffslasten.

Frankreich Tonneau = 1000 kg	England Ton = 2240 Landespfund	Preussen Normallast = 4000 Pfund	Schweden schw. Last = 5760 Landespfund	Dänemark Com. Last = 5200 Pfd.	Hamburg Com. Last = 6000 Pfund
1	0,9842	0,5000	0,4082	0,3846	0,3333
1,0161	1	0,5080	0,4147	0,3908	0,3367
2,0000	1,9684	1	0,8163	0,7692	0,6667
2,4500	2,4112	1,2250	1	0,9423	0,8167
2,6000	2,5589	1,3000	1,0612	1	0,8667
3,0000	2,9524	1,5000	1,2245	1,1538	1

Vergleichung von Gewichten pro Längen.

Deutschland. kg pro lf. m.	1	1,4882	1,5818	1,5931
England. Pfund pro lf. Fuss	0,6719	1	1,0629	1,0705
Oesterreich. Pfund pro lf. Fuss . . .	0,6322	0,9409	1	1,0072
Preussen. Pfund pro lf. Fuss	0,6277	0,9342	0,9929	1

Vergleichung von Gewichten pro Flächen.

Deutschland. kg pro qcm	1	0,07309	0,07206	0,07031
Preussen. Pfund pro Qu.-Zoll	13,681	1	0,9858	0,9619
Oesterreich. Pfund pro Qu.-Zoll . .	13,878	1,0144	1	0,9758
England. Pfund pro Qu.-Zoll	14,223	1,0396	0,0248	1

Gewichte von Walzeisen.

1) Bandeisen.

Gewicht pro laufenden Meter in kgr.

Breite in mm	Dicke in mm							
	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,50
12	0,233	0,257	0,280	0,303	0,327	0,350	0,373	0,420
13	0,253	0,278	0,303	0,329	0,354	0,379	0,405	0,455
14	0,272	0,300	0,327	0,354	0,381	0,408	0,436	0,490
16	0,311	0,342	0,373	0,405	0,436	0,467	0,498	0,560
18	0,350	0,385	0,420	0,455	0,490	0,525	0,560	0,630
20	0,389	0,428	0,467	0,506	0,545	0,584	0,622	0,700
22	0,428	0,471	0,513	0,556	0,599	0,642	0,685	0,770
24	0,467	0,513	0,560	0,607	0,654	0,700	0,747	0,840
26	0,506	0,556	0,607	0,657	0,708	0,759	0,809	0,910
28	0,545	0,599	0,654	0,708	0,762	0,817	0,871	0,980
30	0,584	0,642	0,700	0,759	0,817	0,875	0,934	1,050
32	0,622	0,685	0,747	0,809	0,871	0,934	0,996	1,120
34	0,661	0,727	0,794	0,860	0,926	0,992	1,056	1,190
36	0,700	0,770	0,840	0,910	0,980	1,050	1,120	1,260
38	0,739	0,813	0,887	0,961	1,035	1,109	1,183	1,330
40	0,778	0,856	0,934	1,011	1,089	1,167	1,245	1,400
42	0,817	0,899	0,980	1,062	1,144	1,225	1,307	1,470
44	0,856	0,941	1,027	1,113	1,198	1,284	1,369	1,540
46	0,895	0,984	1,074	1,163	1,253	1,342	1,432	1,610
48	0,934	1,027	1,120	1,214	1,307	1,400	1,494	1,680
50	0,973	1,070	1,167	1,264	1,362	1,459	1,556	1,751
52	1,011	1,113	1,214	1,315	1,416	1,517	1,618	1,821
54	1,050	1,155	1,260	1,365	1,470	1,575	1,680	1,891
56	1,089	1,198	1,307	1,416	1,525	1,634	1,743	1,961
58	1,128	1,241	1,355	1,467	1,579	1,692	1,805	2,031
60	1,167	1,284	1,400	1,517	1,634	1,751	1,867	2,101
62	1,206	1,326	1,447	1,568	1,688	1,800	1,929	2,171
64	1,245	1,369	1,494	1,618	1,743	1,867	1,992	2,241
66	1,284	1,412	1,540	1,669	1,797	1,926	2,054	2,311
68	1,323	1,455	1,587	1,719	1,852	1,984	2,116	2,381
70	1,363	1,498	1,634	1,770	1,906	2,042	2,178	2,451
75	1,459	1,605	1,751	1,896	2,042	2,188	2,334	2,626
80	1,556	1,712	1,867	2,023	2,178	2,334	2,490	2,801
85	1,653	1,819	1,984	2,149	2,315	2,480	2,645	2,976
90	1,751	1,926	2,101	2,276	2,451	2,626	2,801	3,151
95	1,848	2,033	2,217	2,402	2,587	2,772	2,956	3,326
100	1,945	2,140	2,334	2,529	2,723	2,918	3,112	3,501
105	2,042	2,247	2,451	2,655	2,859	3,064	3,268	3,676
110	2,140	2,354	2,567	2,782	2,905	3,210	3,423	3,851
115	2,237	2,461	2,684	2,908	3,132	3,356	3,579	4,026
120	2,334	2,568	2,801	3,035	3,268	3,502	3,734	4,201

2) Flacheisen.

Gewicht pro laufenden m in kg.

Dicke in mm	Breite in mm														
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
4	0,312	0,467	0,623	0,779	0,935	1,091	1,249	1,402	1,558	1,714	1,870	2,025	2,181	2,337	2,493
5	0,390	0,584	0,789	0,974	1,169	1,363	1,558	1,753	1,948	2,142	2,337	2,532	2,727	2,921	3,116
6	0,467	0,701	0,935	1,169	1,402	1,636	1,870	2,103	2,337	2,571	2,804	3,038	3,272	3,506	3,739
7	0,545	0,818	1,091	1,363	1,636	1,909	2,181	2,454	2,727	2,999	3,272	3,544	3,817	4,090	4,362
8	0,623	0,935	1,246	1,558	1,870	2,181	2,493	2,804	3,116	3,428	3,739	4,051	4,362	4,674	4,986
9	0,701	1,051	1,402	1,753	2,103	2,454	2,804	3,155	3,506	3,856	4,207	4,557	4,908	5,258	5,609
10	0,779	1,169	1,558	1,948	2,337	2,727	3,116	3,506	3,895	4,285	4,674	5,064	5,453	5,843	6,232
11	0,857	1,285	1,714	2,142	2,571	2,999	3,428	3,856	4,285	4,713	5,141	5,570	5,998	6,427	6,855
12	0,935	1,402	1,870	2,337	2,804	3,272	3,739	4,207	4,674	5,141	5,609	6,076	6,544	7,011	7,478
13	1,013	1,519	2,025	2,532	3,038	3,544	4,051	4,557	5,064	5,570	6,076	6,583	7,089	7,595	8,102
14	1,091	1,636	2,181	2,727	3,270	3,817	4,362	4,908	5,453	5,998	6,544	7,089	7,634	8,180	8,725
15	1,169	1,753	2,337	2,921	3,506	4,090	4,674	5,258	5,843	6,420	7,011	7,595	8,180	8,764	9,348
16	1,246	1,870	2,493	3,116	3,739	4,362	4,986	5,609	6,232	6,855	7,478	8,102	8,725	9,348	9,971
17	1,324	1,986	2,649	3,311	3,973	4,635	5,297	5,959	6,622	7,284	7,946	8,606	9,270	9,932	10,59
18	1,402	2,103	2,804	3,506	4,207	4,908	5,609	6,310	7,011	7,712	8,414	9,114	9,815	10,52	11,22
19	1,480	2,220	2,960	3,700	4,440	5,180	5,920	6,660	7,401	8,141	8,88	9,62	10,36	11,10	11,84
20	1,558	2,337	3,116	3,895	4,674	5,453	6,232	7,011	7,790	8,569	9,35	10,13	10,91	11,69	12,46
21	1,636	2,454	3,272	4,090	4,907	5,726	6,544	7,362	8,180	8,997	9,82	10,63	11,45	12,27	13,09
22	1,714	2,571	3,428	4,285	5,141	5,998	6,855	7,712	8,569	9,426	10,28	11,14	12,00	12,85	13,71
23	1,792	2,688	3,585	4,479	5,375	6,271	7,167	8,063	8,959	9,854	10,75	11,65	12.54	13,44	14,33
24	1,870	2,804	3,739	4,674	5,609	6,544	7,478	8,413	9,348	10,28	11,22	12,15	13,09	14,02	14,96
25	1,948	2,921	3,895	4,869	5,843	6,816	7,790	8,764	9,738	10,71	11,69	12,66	13,63	14,61	15,58
26	2,025	3,038	4,051	5,064	6,076	7,089	8,102	9,114	10,13	11,14	12,15	13,17	14,18	15,19	16,20
27	2,103	3,155	4,207	5,258	6,310	7,362	8,413	9,465	10,52	11,57	12,62	13,67	14,72	15,77	16,83
28	2,181	3,272	4,422	5,453	6,544	7,634	8,725	9,815	10,91	12,00	13,09	14,18	15,27	16,36	17,45
29	2,259	3,389	4,518	5,648	6,777	7,907	9,036	10,17	11,30	12,43	13,55	14,68	15,81	16,94	18,07
30	2,337	3,506	4,674	5,843	7,011	8,180	9,348	10,52	11,69	12,86	14,02	15,19	16,36	17,53	18,70
35	2,727	4,090	5,453	6,816	8,180	9,543	10,91	12,27	13,63	14,99	16,36	17,72	19,09	20,45	21,81
40	3,116	4,674	6,232	7,790	9,348	10,91	12,46	14,02	15,58	17,14	18,70	20,25	21,81	23,37	24,93
45	3,506	5,258	7,011	8,764	10,52	12,27	14,02	15,77	17,53	19,28	21,03	22,78	24,54	26,29	28,04
50	3,895	5,843	7,790	9,738	11,69	13,63	15,58	17,53	19,48	21,42	23,37	25,32	27,27	29,21	31,16

Dicke in mm	Breite in mm													
	85	90	95	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
4	2,649	2,804	2,960	3,116	3,428	3,739	4,051	4,362	4,674	4,986	5,297	5,609	5,920	6,23
5	3,311	3,506	3,700	3,895	4,285	4,674	5,064	5,453	5,843	6,232	6,622	7,011	7,401	7,78
6	3,973	4,207	4,440	4,674	5,141	5,609	6,076	6,544	7,011	7,478	7,946	8,413	8,881	9,34
7	4,635	4,908	5,180	5,453	5,998	6,544	7,089	7,634	8,180	8,725	9,270	9,815	10,36	10,90
8	5,297	5,609	5,920	6,232	6,855	7,478	8,102	8,725	9,348	9,971	10,59	11,22	11,84	12,5
9	5,959	6,310	6,660	7,011	7,712	8,413	9,114	9,815	10,52	11,22	11,92	12,62	13,32	14,0
10	6,622	7,001	7,401	7,790	8,569	9,348	10,13	10,91	11,69	12,46	13,24	14,02	14,80	15,6
11	7,284	7,712	8,141	8,569	9,426	10,28	11,14	12,00	12,85	13,71	14,57	15,42	16,28	17,1
12	7,946	8,413	8,881	9,348	10,28	11,22	12,15	13,09	14,02	14,96	15,89	16,83	17,76	18,7
13	8,608	9,114	9,621	10,13	11,14	12,15	13,17	14,18	15,19	16,20	17,22	18,23	19,24	20,2
14	9,270	9,815	10,36	10,91	12,00	13,09	14,18	15,27	16,36	17,45	18,54	19,63	20,72	21,8
15	9,932	10,52	11,10	11,69	12,85	14,02	15,19	16,36	17,53	18,70	19,86	21,03	22,20	23,4
16	10,59	11,22	11,84	12,46	13,71	14,96	16,20	17,45	18,70	19,94	21,19	22,44	23,68	24,9
17	11,26	11,92	12,58	13,24	14,57	15,89	17,22	18,54	19,86	21,19	22,51	23,84	25,16	26,4
18	11,92	12,62	13,32	14,02	15,42	16,83	18,23	19,63	21,03	22,44	23,84	25,24	26,64	28,0
19	12,58	13,32	14,06	14,80	16,28	17,76	19,24	20,72	22,20	23,68	25,16	26,64	28,12	29,6
20	13,24	14,02	14,80	15,58	17,14	18,70	20,25	21,81	23,37	24,93	26,49	28,04	29,60	31,2
21	13,91	14,72	15,54	16,36	17,99	19,63	21,27	22,90	24,54	26,17	27,81	29,45	31,08	32,7
22	14,57	15,42	16,28	17,14	18,85	20,57	22,28	23,99	25,71	27,42	29,13	30,85	32,56	34,3
23	15,23	16,13	17,02	17,92	19,71	21,50	23,29	25,08	26,88	28,67	30,46	32,25	34,04	35,8
24	15,89	16,83	17,76	18,70	20,57	22,44	24,30	26,17	28,04	29,91	31,79	33,65	35,52	37,4
25	16,55	17,53	18,50	19,48	21,42	23,37	25,32	27,27	29,21	31,16	33,11	35,06	37,00	38,9
26	17,22	18,23	19,24	20,25	22,28	24,30	26,33	28,36	30,38	32,41	34,43	36,46	38,48	40,5
27	17,88	18,93	19,98	21,03	23,14	25,24	27,34	29,45	31,55	33,65	35,76	37,86	39,96	41,1
28	18,54	19,63	20,72	21,81	23,99	26,17	28,36	30,54	32,72	34,90	37,08	39,26	41,44	44,2
29	19,20	20,33	21,46	22,59	24,85	27,11	29,37	31,63	33,89	36,15	38,40	40,66	42,92	45,2
30	19,86	21,03	22,20	23,37	25,71	28,04	30,38	32,72	35,06	37,39	39,73	42,07	44,40	46,7
35	23,17	24,54	25,90	27,27	29,99	32,72	35,44	38,17	40,90	43,62	46,35	49,08	51,80	54,5
40	26,49	28,04	29,60	31,16	34,28	37,39	40,51	43,62	46,74	49,86	52,97	56,09	59,20	62,3
45	29,80	31,55	33,30	35,06	38,56	42,07	45,57	49,08	52,58	56,09	59,59	63,10	66,60	70,1
50	33,11	35,06	37,00	38,95	42,85	46,74	50,64	54,53	58,43	62,32	66,22	70,11	74,01	77,9

3) Quadrat- und Rundeisen.

a. Gewicht pro lfd. m in kg.

Stärke resp. Durchm. mm	□eisen	○eisen	Stärke resp. Durchm. mm	□eisen	○eisen	Stärke resp. Durchm. mm	□eisen	○eisen	Stärke resp. Durchm. mm	□eisen	○eisen	Stärke resp. Durchm. mm	□eisen	○eisen	Stärke resp. Durchm. mm	□eisen	○eisen
5	0,195	0,153	18	2,521	1,980	31	7,477	5,872	44	14,90	11,83	85	56,21	44,15	145	163,6	128,5
6	0,280	0,220	19	2,809	2,206	32	7,967	6,257	45	15,75	12,37	90	63,02	49,49	150	175,1	137,5
7	0,381	0,299	20	3,112	2,444	33	8,382	6,654	46	16,46	12,93	95	70,21	55,15	155	186,9	146,8
8	0,498	0,391	21	3,422	2,695	34	8,994	7,064	47	17,19	13,50	100	77,80	61,10	160	199,2	156,4
9	0,630	0,495	22	3,726	2,957	35	9,531	7,485	48	17,93	14,08	105	85,55	67,37	165	209,6	166,4
10	0,778	0,611	23	4,116	3,232	36	10,08	7,919	49	18,68	14,67	110	93,14	73,94	170	224,8	176,6
11	0,931	0,739	24	4,481	3,520	37	10,65	8,365	50	19,45	15,28	115	102,9	80,81	175	238,3	187,1
12	1,120	0,880	25	4,863	3,819	38	11,23	8,823	55	23,28	18,48	120	112,0	88,00	180	252,1	198,0
13	1,315	1,033	26	5,259	4,131	39	11,83	9,294	60	28,01	22,00	125	121,6	95,48	185	266,3	209,1
14	1,525	1,198	27	5,672	4,455	40	12,45	9,776	65	32,87	25,82	130	131,5	103,3	190	280,9	220,6
15	1,751	1,375	28	6,100	4,791	41	13,08	10,27	70	38,12	29,94	135	141,8	111,4	195	295,9	232,3
16	1,992	1,564	29	6,543	5,139	42	13,69	10,78	75	43,76	34,37	140	152,5	119,8	200	311,2	244,3
17	2,248	1,766	30	7,002	5,499	43	14,39	11,30	80	49,79	39,11						

4) Winkeleisen (siehe Bd. I, S. 4 und 5).

5) T-, I- und ⊔-Eisen (siehe Bd. IV, S. 63—70).

Gewichtstabelle für Metallbleche.

1 qm Blech wiegt kg.

Dicke in mm	Schmiede-eisen	Guss-eisen	Guss-stahl	Kupfer	Messing	Zink	Blei	Dicke in mm	Schmiede-eisen	Guss-eisen	Guss-stahl	Kupfer	Messing	Zink	Blei
1	7,78	7,25	7,87	8,90	8,55	6,90	11,4	11	85,58	79,75	86,57	97,90	94,05	75,90	125,4
2	15,56	14,50	15,74	17,80	17,10	13,80	22,8	12	93,36	87,00	94,44	106,80	102,60	82,80	136,8
3	23,34	21,75	23,61	26,70	25,65	20,70	34,2	13	101,14	94,25	102,31	115,70	111,15	89,70	148,2
4	31,12	29,00	31,48	35,60	34,20	27,60	45,6	14	108,92	101,50	110,18	124,60	119,70	96,60	159,6
5	38,90	36,25	39,35	44,50	42,75	34,50	57,0	15	116,70	108,75	118,05	133,50	128,25	103,50	171,0
6	46,68	43,50	47,22	53,40	51,30	41,40	68,4	16	124,48	116,00	125,92	142,40	136,80	110,40	182,4
7	54,46	50,75	55,09	62,30	59,85	48,30	79,8	17	132,26	123,25	133,79	151,30	145,35	117,30	193,8
8	62,24	58,00	62,96	71,20	68,40	55,20	91,2	18	140,04	130,50	141,66	160,20	153,90	124,20	205,2
9	70,02	65,25	70,83	80,10	76,95	62,10	102,6	19	147,82	137,75	149,53	169,10	162,45	131,10	216,6
10	77,80	72,50	78,70	89,00	85,50	69,00	114,0	20	155,60	145,00	157,40	178,00	171,00	138,00	228,0

1 preuss. Quadr.-Fuss Eisenblech, 1 mm dick, wiegt 0,765 kg.
1 engl. Quadr.-Fuss Eisenblech, 1 mm dick, wiegt 0,715 kg.
1 qm Eisenblech, 1 mm dick, wiegt 7,78 kg.

Gewichtstabelle für gusseiserne, schmiedeeiserne, Kupfer-, Messing- und Blei-Röhren.

Gewicht pro laufenden m in kg.

1) Gusseiserne Röhren (siehe Bd. I, S. 99).

2) Schmiedeeiserne Röhren.

Lichte Weite mm	Wandstärke in mm								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0,59	0,95	1,37	1,82	2,34	2,90	3,50	4,16	4,87
15	0,83	1,32	1,85	2,44	3,07	3,75	4,48	5,26	6,09
20	1,07	1,68	2,34	3,05	3,80	4,60	5,45	6,35	7,30
25	1,32	2,05	2,83	3,65	4,53	5,45	6,43	7,45	8,52
30	1,56	2,41	3,31	4,26	5,26	6,30	7,40	8,55	9,74
40	2,05	3,14	4,29	5,48	6,72	8,01	9,35	10,73	12,18
50	2,53	3,87	5,26	6,70	8,18	9,72	11,30	12,93	14,61
60	3,02	4,59	6,23	7,92	9,64	11,42	13,25	15,12	17,05
70	3,50	5,33	7,20	9,13	11,10	13,12	15,20	17,31	19,48
80	4,00	6,06	8,18	10,35	12,57	14,83	17,14	19,50	21,92

3. Kupferröhren.

Lichte Weite mm	Wandstärke in mm								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,40	0,68	1,02	1,42	1,87	2,38	2,94	3,57	4,24
10	0,68	1,11	1,59	2,12	2,72	3,37	4,07	4,84	5,66
15	0,96	1,53	2,15	2,83	3,57	4,36	5,21	6,11	7,07
20	1,25	1,95	2,72	3,54	4,41	5,35	6,34	7,38	8,48
25	1,53	2,38	3,28	4,24	5,26	6,34	7,47	8,65	9,90
30	1,81	2,80	3,85	4,95	6,11	7,33	8,60	9,93	11,31
10	2,38	3,65	4,98	6,36	7,81	9,31	10,86	12,47	14,14
50	2,94	4,50	6,11	7,78	9,50	11,28	13,12	15,02	16,96
60	3,50	5,35	7,24	9,19	11,19	13,26	15,38	17,56	19,79
70	4,07	6,19	8,37	10,60	12,89	15,24	17,65	20,11	22,62

4) Messingröhren.

Lichte Weite mm	Wandstärke in mm								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0,64	1,03	1,48	1,98	2,54	3,14	3,80	4,52	5,28
13	0,79	1,27	1,80	2,38	3,01	3,70	4,44	5,23	6,07
15	0,90	1,43	2,01	2,64	3,33	4,07	4,86	5,70	6,60
20	1,16	1,82	2,54	3,30	4,12	5,00	5,91	6,89	7,92
25	1,43	2,22	3,06	3,96	4,92	5,91	6,97	8,08	9,24
30	1,69	2,62	3,59	4,62	5,71	6,84	8,02	9,27	10,56
40	2,22	3,41	4,65	5,94	7,29	8,59	10,14	11,64	13,20
50	2,75	4,20	5,70	7,26	8,87	10,53	12,25	14,02	15,84
60	3,28	4,99	6,76	8,58	10,46	12,38	14,36	16,39	18,48
70	3,80	5,78	7,81	9,90	12,04	14,23	16,47	18,77	21,11

5) Bleiröhren.

Lichte Weite mm	Wandstärke in mm								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0,86	1,39	2,00	2,68	3,43	4,25	5,14	6,10	7,13
13	1,07	1,71	2,43	3,21	4,07	5,00	6,00	7,06	8,20
15	1,21	1,93	2,71	3,57	4,50	5,50	6,57	7,71	8,91
20	1,57	2,46	3,43	4,46	5,57	6,74	8,00	9,31	10,70
25	1,93	3,00	4,14	5,35	6,63	7,98	9,42	10,91	12,48
30	2,28	3,53	4,85	6,24	7,70	9,24	10,85	12,52	14,26
40	3,00	4,60	6,28	8,03	9,84	11,73	13,70	15,73	17,83
50	3,71	5,67	7,71	9,81	11,98	14,23	16,55	18,94	21,39
60	4,42	6,74	9,13	11,59	14,12	16,73	19,41	22,15	24,96
70	5,14	7,81	10,56	13,37	16,26	19,22	22,26	25,36	28,52

Gewichtstabelle für gusseiserne Kugeln.

Durchm. mm	Gewicht kg	Durchm. mm	Gewicht kg	Durchm. mm	Gewicht kg	Durchm. mm	Gewicht kg	Durchm. mm	Gewicht kg	Durchm. mm	Gewicht kg
10	0,004	85	2,32	155	14,13	225	43,24	295	97,45	380	208,3
15	0,013	90	2,76	160	15,55	230	46,18	300	102,5	390	225,2
20	0,030	95	3,25	165	17,05	235	49,26	305	107,7	400	243,0
25	0,06	100	3,79	170	18,65	240	52,47	310	113,1	410	261,6
30	0,10	105	4,39	175	20,34	245	55,82	315	118,6	420	281,2
35	0,16	110	5,05	180	22,14	250	59,31	320	124,4	430	301,7
40	0,24	115	5,77	185	24,03	255	62,94	325	130,3	440	323,3
45	0,34	120	6,56	190	26,03	260	66,72	330	136,4	450	345,9
50	0,47	125	7,41	195	28,15	265	70,64	335	142,7	460	369,8
55	0,63	130	8,34	200	30,37	270	74,72	340	149,2	470	394,1
60	0,81	135	9,34	205	32,70	275	78,94	345	155,8	480	419,8
65	1,04	140	10,41	210	35,15	280	83,33	350	162,7	490	446,6
70	1,30	145	11,57	215	37,72	285	87,87	360	177,1	500	474,5
75	1,60	150	12,81	220	40,42	290	92,58	370	192,3	1000	3796,1
80	1,94										

Mit Hilfe dieser Tabelle findet man auch leicht die Gewichte von Hohlkugeln. Es ist z. B. das Gewicht einer Hohlkugel von 180 mm äusserem Durchmesser und 25 mm Wandstärke, also 155 mm lichter Weite = 22,14 — 14,13 = 8,01 kg.

Dichtigkeit und Gewicht des Wassers und der atmosphärischen Luft.

Temperaturgrad Celsius	Temperaturgrad Réaumur	Dichtigkeit des Wassers im luftleeren Raume	Dichtigkeit trockener Luft bei 760 Millim. Barometerst.
0	0	0,9998769	0,0012934
4	3,2	1,0000000	0,0012748
10	8	0,9997532	0,0012477
14	11,2	0,9993220	0,0012303
18,75	15	0,9985553	0,0012103
20	16	0,9983120	0,0012051
25	20	0,9971705	0,0011849
30	24	0,9957870	0,0011653

Die Zahlen dieser Tabelle entsprechen zugleich dem Gewicht eines Kubikdecimeters oder Liters Wasser und Luft in Kilogrammen. Durch Versetzen des Kommas um 3 Stellen nach rechts erhält man das Gewicht pro Kubikmeter in Kilogrammen.

Danach beträgt z. B. das Gewicht eines Kubikmeters Wasser von 4° C. im luftleeren Raume . . = 1000 kg
ein Kubikmeter verdrängte Luft von 4° C. wiegt 1,2748 „
also wiegt ein Kubikmeter Wasser von 4° C. im lufterfüllten Raume . . . . = 998,7252 kg.

Nach der Tabelle ist ferner atmosphärische Luft von 0° C. 773 mal leichter wie Wasser von 4° C.

Vergleichungstabelle der verschiedenen Pferdestärken.

Gebiete	1 Pferdestärke = Sekunden-Fuss-Pfd.	1 Pferdest. = Sekunden-Met.-Kilogr.	75 S.-M.-Kilogr. = Sek.-Fuss-Pfund
Baden	500	75	500
Hannover . .	516	75,360	513,532
Preussen . .	480	75,325	477,930
Sachsen . . .	530	75,045	529,680
Württemberg	525	75,204	523,578
England . .	550	76,039	542,485
Oesterreich .	430	76,120	423,671

Druck der Atmosphäre in französ., preussischem u. engl. Masse.

Die Atmosphäre angenommen zu 28 par. Zoll Q.-S.	Die Atmosphäre angenommen zu 76 Ctm. Q.-S.	Höhe der Quecksilbersäule (Q.-S.) in pariser Zollen	Höhe der Q.-S. in Centimetern	Höhe der Q.-S. in preuss. Zollen	Höhe der Q.-S. in engl. Zollen	Druck auf den preuss. Q.-Zoll in Pfund	Druck auf den Q.-Ctm. in kg	Druck auf den engl. Q.-Z. in Pfund
1	0,99731	28	75,796	28,980	29,841	14,099	1,0305	14,657
1,00269	1	28,075	76	29,058	29,922	14,137	1,0333	14,696
0,03571	0,03562	1	2,707	1,035	1,066	0,5035	0,0368	0,5235
0,01319	0,01316	0,369	1	0,382	0,394	0,1860	0,0136	0,1934
0,03451	0,03441	0,966	2,615	1	1,030	0,4865	0,0356	0,5057
0,3351	0,03342	0,938	2,540	0,971	1	0,4725	0,0345	0,4912
0,07093	0,07074	1,986	5,376	2,056	2,118	1	0,0731	1,0396
0,97039	0,96778	27,171	73,551	28,122	28,958	13,681	1	14,223
0,06823	0,06805	1,910	5,171	1,977	2,036	0,9619	0,0703	1

Masstabellen.

Verhältnisszahlen für die Umrechnung der verschiedenen Landes-Fusse, -Zolle und -Linien in Metermass und umgekehrt.

Namen der Länder, Provinzen und Städte	Landesmasse				1 m enthält	1 cm enthält	1 mm enthält
	Eintheilung	1 Fuss enthält	1 Zoll enthält	1 Linie enthält			
Deutsches Reich.	theilig	m	cm	mm	Fuss	Zoll	Linien
Anhalt	12	0,31385	2,615	2,18	3,1862	0,3823	0,459
Baden	10	0,30000	3,000	3,00	3,3333	0,3333	0,333
Bayern	12	0,29186	2,432	2,03	3,4263	0,4112	0,493
Rheinbayern	12	0,33333	2,778	2,31	3,0000	0,3600	0,432
Braunschweig	12	0,28536	2,378	1,98	3,5043	0,4205	0,505
Bremen	12	0,28935	2,411	2,01	3,4560	0,4147	0,498
Frankfurt a. M.	12	0,28461	2,372	1,98	3,5136	0,4216	0,506
Hamburg	12	0,28642	2,387	1,99	3,4895	0,4187	0,503
Hessen-Darmstadt	10	0,25000	2,500	2,50	4,0000	0,4000	0,400
Lübeck	12	0,28762	2,397	2,00	3,4768	0,4172	0,501
Mecklenburg	12	0,31385	2,615	2,18	3,1862	0,3823	0,459
Oldenburg	12	0,29588	2,466	2,05	3,3798	0,4056	0,487
Preussen	12	0,31385	2,615	2,18	3,1862	0,3823	0,459
Sachsen	12	0,28319	2,360	1,97	3,5312	0,4237	0,509
Württemberg	10	0,28649	2,865	2,86	3,4905	0,3491	0,349
Dänemark und Norwegen	12	0,31385	2,615	2,18	3,1862	0,3823	0,459
England, Nordamerika und Russland	12	0,30479	2,540	2,12	3,2809	0,3937	0,472
Frankreich, Pariser Fuss	12	0,32484	2,707	2,26	3,0784	0,3694	0,443
Oesterreich, Wiener Mass	12	0,31610	2,634	2,20	3,1634	0,3796	0.456
Rumänien, 1 Palma	10	0,19620	1,962	1,96	5,0970	0,5097	0,510
Schweden	10	0,29690	2,969	2,97	3,6813	0,3681	0,368
Schweiz wie Baden.							

Verhältnisszahlen für die Umrechnung der verschiedenen Landes-Quadrat-Fusse, -Zolle und -Linien in Quadrat-Metermass und umgekehrt.

Namen der Länder	Landesmasse				1 qm enthält	1 qcm enthält	1 qmm enthält
	Eintheilung	1 □Fuss enthält	1 □Zoll enthält	1 □Linie enthält			
Deutsches Reich.	theilig	qm	qcm	qmm	□Fuss	□Zoll	□Linien
Baden	10	0,09	9	9	11,1111	0,1111	0,111
Bayern	12	0,0852	5,9154	4,108	11,7396	0,1691	0,243
Braunschweig	12	0,0814	5,6550	3,927	12,2802	0,1768	0,255
Hessen-Darmstadt	10	0,0625	6,25	6,25	16,0000	1,1600	1,160
Preussen	12	0,0985	6,8406	4,750	10,1519	0,1462	0,210
Sachsen	12	0,0802	5,5692	3,868	12,4694	0,1796	0,259
Württemberg	10	0,0821	8,2077	8,208	12,1837	0,1218	0,121
England, Nordamerika und Russland	12	0,0929	6,4514	4,450	10,7642	0,1550	0,223
Oesterreich	12	0,0999	6,9393	4,819	10,0079	0,1441	0,207
Frankreich, Pariser Fuss	12	0,1055	7,3278	5,089	9,4768	0,1364	0,196
Schweden	10	0,0882	8,8150	8,815	11,3443	0,1134	0,113
Schweiz wie Baden.							

Verhältnisszahlen für die Umrechnung der verschiedenen Landes-Kubik-Fusse, -Zolle und -Linien in Kubik-Metermass und umgekehrt.

Namen der Länder	Landesmasse				1 cbm enthält	1 ccm enthält	1 cmm enthält
	Eintheilung	1 Kb.-Fuss enthält	1 Kb.-Zoll enthält	1 K.-Linie enthält			
Deutsches Reich.	theilig	cbm	ccm	cmm	Kub.-Fuss	Kub.-Zoll	K.-Linie
Baden	10	0,02700	27,0	27,0	37,037	0,037	0,037
Bayern	12	0,02486	14,386	8,325	40,2235	0,069	0,120
Braunschweig	12	0,02324	13,449	7,782	43,0338	0,074	0,128
Hessen-Darmstadt	10	0,01563	15,63	15,63	64,000	0,064	0,064
Preussen	12	0,03092	17,893	10,354	32,3459	0,055	0,096
Sachsen	12	0,02271	13,142	7,605	44,0318	0,076	0,131
Württemberg	10	0,02351	23,51	23,51	42,5275	0,042	0,042
England, Nordamerika und Russland	12	0,02832	16,388	9,483	35,3161	0,061	0,105
Oesterreich	12	0,03159	18,281	10,579	31,6604	0,054	0,094
Frankreich, Pariser Fuss	12	0,03428	19,832	11,476	29,1738	0,050	0,087
Schweden	10	0,02617	26,17	26,17	38,2090	0,038	0,038
Schweiz wie Baden.							

Vergleichung der verschiedenen Ruthen, Klaftern und Quadrat-Ruthen etc. mit dem Meter und Ar.

Namen der Länder etc.	Eintheilung	1 Ruthe etc. enthält	1 Meter enthält	1 □Ruthe etc. enthält	1 Ar = 100 qm enthält
		Meter	Ruthen etc.	□Meter	□Ruthen
Baden und Schweiz	1 Ruthe à 10'	3,0000	0,3333	9,000	11,111
do. do.	1 Klafter à 6'	1,8000	0,5556	3,240	30,863
Baiern	1 Ruthe à 10'	2,9186	0,3426	8,518	11,740
Braunschweig	1 „ à 16'	4,5658	0,2190	20,847	4,749
England	1 Pole à $16\frac{1}{2}$'	5,0291	0,1988	25,292	3,954
Frankfurt a. M.	1 Feldruthe à $12\frac{1}{2}$'	3,5576	0,2811	12,657	7,901
do.	1 Waldruthe à 18,85'	4,5108	0,2217	20,347	4,915
Frankreich und Belgien etc.	1 Dekameter	10,0000	0,1000	100,000	1,000
Hamburg	1 Ruthe à 12'	3,7662	0,2655	14,185	7,050
Hannover	1 Ruthe à 16'	4,6735	0,2140	21,842	4,576
Hessen-Darmstadt	1 Klafter à 10'	2,5000	0,4000	6,250	16,000
Hessen-Homburg	1 Ruthe à 12'	3,4519	0,2897	11,915	8,393
Hessen-Meisenheim	1 „ à 15'	5,0000	0,2000	25,000	4,000
Hohenzollern	1 „ à 10'	2,8650	0,3491	8,208	12,184
Kurhessen	1 „ à 12'	3,9888	0,2507	15,910	6,285
Lübeck und Mecklenburg	1 „ à 16'	4,6019	0,2173	21,178	4,722
Nassau	1 Werkruthe à 10'	3,0000	0,3333	9,000	11,111
do.	1 Feldruthe à 10'	5,0000	0,2000	25,000	4,000
Oesterreich	1 Wiener Klafter à 6'	1,8966	0,5272	3,597	27,800
Preussen	1 Ruthe à 12'	3,7662	0,2655	14,185	7,050
Russland	1 Saschen à 7'	2,1336	0,4687	4,552	21,968
Sachsen (Königreich)	1 Feldruthe à $15\frac{1}{8}$'	4,2951	0,2328	18,447	5,421
Schleswig-Holstein	1 Ruthe à 16'	4,5851	0,2181	21,024	4,757
Württemberg	1 „ à 10'	2,8649	0,3491	8,208	12,184

Bremen 1 Ruthe à 16' = 4,6296 m, Dänemark und Norwegen 1 Rode à 10' = 3,1385 m, Niederlande 1 Roede = 10 m, Oldenburg 1 neue Ruthe à 18' = 5,3258 m, Sachsen (Königr.) 1 Strassenruthe à 16' = 4,5310 m.

Vergleichung verschiedener Ellen mit dem Meter.

Länder und Orte	Eine örtliche Elle etc. enthält				Ein Meter enthält örtl. Ellen etc.
	Meter	Berliner Ellen	Leipziger Ellen	Wiener Ellen	
Altenburg, 1 Elle	0,5650	0,847	0,998	0,725	1,770
Brabanter Elle, in Aachen	0,6802	1,020	1,201	0,873	1,470
„ „ in Bremen und Kassel	0,6944	1,041	1,226	0,891	1,440
„ „ in Frankfurt a. M.	0,6992	1,048	1,237	0,897	1,430
„ „ in Hamburg	0,6914	1,036	1,221	0,887	1,446
„ „ in Leipzig	0,6856	1,028	1,210	0,880	1,459
Baden und Schweiz, Elle	0,6000	0,900	1,062	0,770	1,667
Baiern, Elle	0,8330	1,249	1,471	1,069	1,201
Belgien, Frankreich und Holland etc., Meter	1	1,499	1,766	1,283	1,000
Braunschweig, Elle	0,5707	0,856	1,010	0,732	1,752
Bremen, Elle	0,5787	0,868	1,024	0,743	1,728
Dänemark und Norwegen, Elle	0,6277	0,941	1,111	0,806	1,593
England und Nordamerika, Yard	0,9144	1,371	1,614	1,173	1,094
Italien, Turiner Braccio	0,5837	0,875	1,031	0,749	1,713
„ Römischer Braccio	0,6700	1,005	1,185	0,860	1,490
„ Neapolitanische Canna	2,6455	3,967	4,671	3,395	0,378
Oesterreich, Wiener Elle	0,7792	1,168	1,376	1	1,283
Pariser Stab, Aune	1,1885	1,782	2,098	1,525	0,841
Portugal, Vara	1,1000	1,649	1,942	1,412	0,909
Preussen, Berliner Elle	0,6669	1	1,180	1,856	1,499
Rheinbaiern, Elle	1,2000	1,800	2,119	1,540	0,833
Russland, Arschin	0,7112	1,066	1,256	0,913	1,406
Sachsen, Leipziger Elle	0,5664	0,849	1	0,727	1,766
Schweden, Elle	0,5938	0,890	1,048	0,762	1,684
Spanien, Castilische Vara	0,8475	1,272	1,496	1,088	1,180
Türkei, Pik	0,6858	1,028	1,214	0,880	1,460

Vergleichung der verschiedenen Morgen und ähnlichen Feldflächenmasse mit dem Ar und Hektar.

Namen der Länder	Eintheilung	Ein örtl. Morgen etc. enthält Ar	Ein Hektar (à 100 Ar) enthält örtliche Morgen etc.
Baden	1 Morgen = 400 □Ruthen	36,0000	2,7778
Baiern	1 Morgen (Tagewerk, Juchart) = 400 □Ruthen	34,0727	2,9349
Dänemark	1 Tonne Landes = 560 □Ruthen	55,1623	1,8130
England	1 Acre of land à 4 roods = 4840 □Yards	40,4671	2,4710
do.	1 rood of land	10,1168	9,8845
Frankreich	1 Ar = 100 □Meter	1,000	100,000
do.	1 Hektar = 10000 □Meter	100,000	1,000
Italien	Wie Frankreich	—	—
do.	1 römische Rubbio à 4 Quarti	184,830	0,541
Niederlande	1 □Roede = 100 □Ellen	1,000	100,000
do.	1 Bunder = 100 □Roedes	100,000	1,000
Oesterreich	1 Joch = 1600 □Klafter	57,5543	1,7374
Preussen	1 Morgen = 180 □Ruthen	25,5323	3,9166
Russland	1 gesetzliche Dessätine = 2400 □Saschen	109,25	0,915
Sachsen (Königreich)	1 Acker = 300 □Feldruthen	55,3423	1,8069
Schweden, Norwegen und Finnland	1 Tonne Landes = 1400 □Ellen	49,3641	2,0260
Württemberg	1 Morgen = 384 □Ruthen	31,5175	3,1728

Vergleichung der verschiedenen Landesmeilen mit dem Kilom., der metr. (nordd.) Meile und umgekehrt.

Namen der Länder	Eine Landesmeile enthält			1 Kilom enth. Landesmeilen	Eine metr. Meile enthält Landesmeilen
	Landesfusse	Kilometer	Metr. Meilen		
Geographische Meile (15 auf 1 Grad)	—	7,4204	0,9893	0,1348	1,0108
See-Meile (60 auf 1 Grad)	—	1,8550	—	0,5390	—
Deutsches Reich.					
Baden (2 Wegstunden)	29630	8,8889	1,1852	0,1125	0,8438
Baiern (1 Meile)	25422	7,4195	0,9893	0,1348	1,0108
Braunschweig 1 M. = 1625 Ruthen	26000	7,4194	0,9892	0,1348	1,0109
Hessen-Darmstadt 1 M. = 3000 Klafter	30000	7,5000	1,0000	0,1333	1,0000
Preussen 1 M. = 2000 Ruthen	24000	7,5325	1,0043	0,1328	0,9957
Sachsen (K.) 1 Postmeile	26484	7,5000	1,0000	0,1333	1,0000
Württemberg	26000	7,4488	0,9932	0,1343	1,0069
England	5280	1,6093	0,2146	0,6214	4,6604
„ 1 Lond. Meile	5000	1,5240	0,2032	0,6562	4,9214
Oesterreich 1 Postmeile = 4000 Klafter	24000	7,5865	1,0115	0,1318	0,9886
Russland 1 Werst = 500 Saschen	3500	1,0668	0,1422	0,9375	7,0309
Schweden 1 M. = 6000 Faden	36000	10,6884	1,4251	0,0936	0,7017
Schweiz 1 Wegstunde	16000	4,8000	0,6400	0,2083	1,5625

1 Knoten zum Messen der Geschwindigkeit der Seeschiffe = $^{1}/_{120}$ Seemeile = $15^{1}/_{2}$ m, 1 Kabellänge = 100 Toises = 194,90 m.

Vergleichung verschiedener Landes-Quadratmeilen etc. mit dem Hektar und der metrischen (nordd.) Quadratmeile.

Namen der Länder		Eine Landes-Quadratmeile etc. enthält		Eine metrische Quadratmeile enthält	Auf 10000 Hektare (1 □Myriameter) gehen:
		Hektare (à 100 Ar)	Metrische □Meilen	Landes-□Meilen etc.	Landes-□Meilen etc.
Geographische □Meile		5505,43	0,97874	1,0217	1,8164
Deutsches Reich:					
Baden	1 □Meile = 4 □Wegstunden	7901,2	1,40467	0,7119	1,2656
	10000 Morgen enthalten	3600	0,64000	15625 *)	27778 *)
Baiern	1 □Meile	5504,9	0,97866	1,0218	1,8166
	10000 Morgen enthalten	3407,27	0,60574	16509	29349
Braunschweig	1 □Meile	5504,8	0,97863	1,0218	1,8166
	10000 Feldmorgen enthalten	2501,58	0,44473	22486	39975
Hessen-Darmstadt	1 □Meile	5625	1	1	1,7778
	10000 Morgen enthalten	2500	0,44444	22500	40000
Preussen	1 □Meile	5673,8	1,0087	0,9914	1,7625
	10000 Morgen enthalten	2553,23	0,45391	22031	39166
Sachsen	1 □Meile	5625	1	1	1,7778
	10000 Acker enthalten	5534,23	0,98386	10164	18069
Württemberg	1 □Meile	5548,4	0,98638	1,0138	1,8023
	10000 Morgen enthalten	3151,75	0,56031	17847	31728
England	1 britische □Meile	2589,9	0,46043	2,1719	3,8611
Oesterreich	1 □Postmeile	5755,5	1,02320	0,9773	1,7374
	10000 Joch enthalten	5755,5	1,0232	9773	17374
Schweden	1 □Meile	11424,3	2,03098	0,4924	0,8753
Schweiz	1 □Wegstunde	2304	0,40960	2,4414	4,3403

*) Die in den beiden letzten Columnen in der jedesmaligen zweiten Zeile stehenden fünfstelligen Zahlen bedeuten Landes-Morgen resp. Acker oder Joch.

Flüssigkeitsmasse.

Länder	Grosse Flüssigkeitsmasse	= Liter	1 Hektoliter =	Kleine Flüssigkeitsmasse	= Liter	1 Hektoliter =
Deutsches Reich.						
Baden	Ohm	150,000	0,667	Mass	1,500	66,67
Baiern	Eimer	64,142	1,559	„	1,069	93,543
Braunschweig	Ohm	149,90	0,667	Quartier	0,937	106,74
Hessen-Darmstadt	„	160,00	0,625	Mass	2,000	50,00
Preussen	„	137,40	0,728	Quart	1,145	87,334
Sachsen	Eimer	67,36	1,484	Kanne	0,936	106,88
Württemberg	„	293,93	0,340	Mass	1,837	54,435
England	Gallon	4,543	22,01	Quart	1,1359	88,04
Oesterreich	Eimer	58,016	1,72	Mass	1,415	70,67
Russland	Wredo	12,299	8,13	Kruschka	1,2299	81,31
Schweden	Ohm	157,031	0,64	Kanna	2,617	38,21
Schweiz	„	150,000	0,667	Mass	1,500	66,67

Hohlmasse.

Länder	1 Kub.-Fuss = Lit.	1 Hektoliter = Kub.-Fuss	Getreide-Mass	= Liter	1 Hektoliter =
Deutsches Reich.					
Baden	27,0000	3,7037	Malter	150,000	0,6667
Baiern	24,8611	4,0223	Scheffel	222,360	0,4497
Braunschweig	23,2375	4,3034	Himten	31,145	3,2108
Hessen-Darmstadt	15,6250	6,4000	Malter	128,000	0,7813
Preussen	30,9158	3,2346	Scheffel	54,961	1,8195
Sachsen	22,7108	4,4032	„	103,829	0,9631
Württemberg	23,5141	4,2527	„	177,226	0,5643
England	28,3153	3,5316	Quarter	290,781	0,3439
Oesterreich	31,5786	3,1666	Metze	61,499	1,6259
Russland	28,3153	3,5316	Tschetwert	209,901	0,4764
Schweden	26,1720	3,8211	Tonne	164,883	0,6065
Schweiz	27,0000	3,7037	Malter	150,000	0,6667

Getreidemasse.*)

Die Oesterr. oder Wiener Metze = 1,9471 Kubikfuss = 1,11905 preuss. Scheffel = 61,487 Liter.
Der preuss. Scheffel = 0,89362 W. Metzen.

Benennungen der wichtigeren europäischen Getreidemasse	Bezogen auf		
	Hektoliter	Wiener Metzen	Preuss. Scheffel
Achtel (Malter) in Sachsen-Meiningen à 4 Metzen à 2 Mass	1,671	2,718	3,042
Achtel, 1/8 Metze, in Oesterr. (Wien)	0,077	0,125	0,140
Alqueire, Lissaboner Alqueire à 2 Moyos à 2 Quartas. — 60 Alqueires = 1 Moyo	0,138	0,225	0,252
Bushel, Winchester-Bushel in Nord-Amerika	0,352	0,573	0,641
Bushel in Grossbritannien (1/8 Imp. Quarter)	0,363	0,591	0,661
Kubikfuss in Schweden und Norwegen	0,262	0,426	0,477
Drömpt = 1/8 Last = 3 Tonnen in Lübeck	4,269	6,940	7,773
Ettolitro in Italien	1,000	1,626	1,819
Fanega, Castilische; altspan. Mass .	0,555	0,902	1,010
Fortin = 4 Kilo in der Türkei . .	1,444	2,348	2,630
Fuder = 12 Malter, Schaumburg-Lippe	23,738	38,598	43,192
Gallon = 1/8 Bushel in Grossbrit., s. o.	—	—	—

Benennungen der wichtigeren europäischen Getreidemasse	Bezogen auf		
	Hektoliter	Wiener Metzen	Preuss. Scheffel
Grosse Parchimer Scheffel in Schwerin	0,547	0,8897	0,996
Hektoliter in Belgien, Frankreich, (Ettolitro) in Italien, Oesterreich und Spanien etc.	1,000	1,626	1,819
Himten in Braunschweig	0,311	0,506	0,567
„ in Hamburg	0,275	0,447	0,500
„ in Hannover	0,311	0,506	0,567
Kilo in Griechenland (neu) . . .	1,000	1,626	1,819
„ „ „ (alt)	0,332	0,539	0,603
„ „ Odessa	5,534	9,000	10,071
„ „ Bessarabien	5,247	8,532	9,547
„ (türkischer Kilo) in der Türkei, = 2/3 Kilo in Smyrna; 1/2 K. in Burgas, 1/4 K. in Salonik und Varna, 1/6 K. in Schumla, 1/8 K. in Silistria	0,361	0,587	0,657
Last in Bremen (40 Scheffel) . . .	29,640	48,196	53,931

*) Diese Tabelle ist dem Werke von Fr. Kick „Die Mehlfabrikation“ entnommen.

Benennungen der wichtigeren europäischen Getreidemasse	Bezogen auf Hektoliter	Wiener Metzen	Preuss. Scheffel
Last in Dänemark (12 Tonnen)	16,694	27,144	30,374
„ „ Hamburg (60 Fass)	32,976	53,616	60,000
„ „ Hannover (16 Malter)	29,906	48,622	54,408
„ „ den Niederlanden (30 Zakk)	30,000	48,777	54,582
„ „ Oldenburg (12 Malter)	32,840	53,394	59,748
Malter (à 10 Sester) in Baden	1,500	2,439	2,729
„ (à 4 Simmer à 2 Mass) in Frankfurt a. M.	1,147	1,865	2,086
„ (à 6 Himten à 4 Metzen) in Hannover	1,869	3,039	3,401
„ (à 4 Viertel) in Hessen-Kassel	6,430	10,455	11,699
„ (à 6 Himten à 4 Metzen) in Schaumburg-Lippe	1,978	3,217	3,603
„ (à 10 Zehntel à 10 Liter) in Nassau	1,000	1,626	1,819
„ (à 12 Scheffel à 16 Kannen) in Oldenburg	2,737	4,449	4,980
„ (à 2 Scheffel), Sachsen-Altenb.	2,939	4,779	5,348
„ do. Sachsen-Gotha	1,765	2,869	3,213
„ oder Achtel (à 4 Metzen), Sachsen-Meiningen	1,671	2,718	3,042
Metzen (Wiener Metzen) in Oesterreich	0,615	1,000	1,119
Der Grösse nach hiervon verschieden sind die ausnahmsweise in Ungarn verwendeten Pester und Pressburger Metzen; erstere = 1,55, letztere 0,87 W. M.			
Mud oder Zakk in den Niederlanden	1,000	1,626	1,819
Muth in Oesterreich	18,446	30,000	33,570
Mopo in Portugal	8,304	13,500	15,117
Neuscheffel	0,500	0,813	0,910
Rubbio à 2 Rubbiatelle im Kirchenstaate	2,945	4,788	5,358
Scheffel (à 6 Metzen) in Baiern	2,224	3,615	4,046
„ (à 4 Viertel) in Bremen	0,741	1,205	1,350
„ (à 1/8 Tonne) in Dänemark	0,174	0,283	0,316
„ (à 2 Fass) in Hamburg	1,099	1,787	2,001
„ (à 1/2 Viertel) in Hessen-Kassel	0,804	1,306	1,462
Scheffel Roggen-Scheffel in Lippe-Detmold	0,443	0,720	0,806
„ Hafer-Scheffel in Lippe-Detmold	0,517	0,840	0,941
„ (à 4 Fass) in Lübeck	0,356	0,578	0,647
„ do. „ „ f. Hafer	0,395	0,642	0,719
„ Rostocker Korn-Scheffel in Mecklenburg-Schwerin	0,389	0,632	0,707
„ Grosse Parchimer Scheffel in Mecklenb.-Schwerin	0,547	0,890	0,997
„ (à 16 Metzen) in Preussen	0,550	0,894	1,000
„ do. Sachsen, Kgr.	1,038	1,688	1,889
„ do. „ -Altenb.	1,470	2,389	2,675
„ do. „ -Weimar	0,753	1,222	1,367
„ (à 8 Simri) in Württemberg	1,772	2,882	3,225
Simmer (à 4 Viertel à 4 Metzen) in Sachsen-Koburg:			
für Weizen, Roggen, Hülsenfrüchte	0,889	1,446	1,618
„ Gerste, Hafer, Dinkel	1,104	1,795	2,010
Strich in Böhmen	0,936	1,522	1,704
Tomolo (à 4 Quarte) in Neapel	0,555	0,903	1,011
Tonne (à 8 Scheffel) in Dänemark	1,391	2,262	2,531
„ (à 4 Scheffel) in Lübeck	1,423	2,313	2,588
„ do. „ „ f. Hafer	1,580	2,568	2,875
„ (à 2 Spon à 16 Koppen) in Schweden und Norwegen	1,649	2,681	3,001
Tschetwert (à 8 Tschetwerik) in Russland	2,099	3,413	3,816
Viertel (à 2 Scheffel à 8 Metzen) in Hessen-Kassel	1,607	2,614	2,924
„ (à 4 Metzen) in Sachsen-Gotha	0,441	0,717	0,803
Wispel (à 40 Himten) in Braunschweig	12,456	20,256	22,687
„ (à 20 Fass) in Hamburg	10,992	17,872	20,000
„ (à 24 Scheffel) in Preussen	13,190	21,446	24,000
„ do. in Sachsen (Königreich)	24,919	40,517	45,339
Zakk oder Mud in den Niederlanden	1,000	1,626	1,819
Zuber (à 10 Malter) in Baden	15,000	24,389	27,292

Qualitätsgewichte der wichtigsten Cerealien.

Gewicht in Kilogramm	Weizen	Roggen	Gerste	Hafer	Mais	Reis	Kartoffeln	Zuckerrüben
pr. Hektoliter	70—85	66—82	60—72	38—56	70—80	ca. 65	85	50
„ Wiener Metze	43,05—52,275	40,59—50,43	36,90—44,28	22,37—44,44	43,05—49,20	39,975	52,275	30,75
„ preuss. Scheffel	38,50— 16,75	36,30—45,10	33,00—39,60	20,90—30,80	38,50—44,00	35,75	46,75	27,5
„ preuss. Wispel	923,30—1121,15	870,54—1081,58	791,40—949,68	501,22—758,64	923,30—1055,20	857,35	1121,15	659,50

IX. Industrie-Gesetze.

A. Patentwesen.

1. Patentgesetz.

ERSTER ABSCHNITT.

Patentrecht.

§ 1. Patente werden ertheilt für neue Erfindungen, welche eine gewerbliche Verwerthung gestatten. Ausgenommen sind:

1. Erfindungen, deren Verwerthung den Gesetzen oder guten Sitten zuwiderlaufen würde;
2. Erfindungen von Nahrungs-, Genuss- und Arzneimitteln, sowie von Stoffen, welche auf chemischem Wege hergestellt werden, soweit die Erfindungen nicht ein bestimmtes Verfahren zur Herstellung der Gegenstände betreffen.

§. 2. Eine Erfindung gilt nicht als neu, wenn sie zur Zeit der auf Grund dieses Gesetzes erfolgten Anmeldung in öffentlichen Druckschriften bereits derart beschrieben oder im Inlande bereits so offenkundig benutzt ist, dass danach die Benutzung durch andere Sachverständige möglich erscheint.

§ 3. Auf die Ertheilung des Patentes hat derjenige Anspruch, welcher die Erfindung zuerst nach Massgabe dieses Gesetzes angemeldet hat.

Ein Anspruch des Patentsuchers auf Ertheilung des Patentes findet nicht statt, wenn der wesentliche Inhalt seiner Anmeldung den Beschreibungen, Zeichnungen, Modellen, Geräthschaften oder Einrichtungen eines Anderen oder einem von diesem angewendeten Verfahren ohne Einwilligung desselben entnommen und von dem letzteren aus diesem Grunde Einspruch erhoben ist.

§ 4. Das Patent hat die Wirkung, dass niemand befugt ist, ohne Erlaubniss des Patent-Inhabers den Gegenstand der Erfindung gewerbsmässig herzustellen, in Verkehr zu bringen oder feilzuhalten.

Bildet ein Verfahren, eine Maschine oder eine sonstige Betriebs-Vorrichtung, ein Werkzeug oder ein sonstiges Arbeitsgeräth den Gegenstand der Erfindung, so hat das Patent ausserdem die Wirkung, dass niemand befugt ist, ohne Erlaubniss des Patent-Inhabers das Verfahren anzuwenden oder den Gegenstand der Erfindung zu gebrauchen.

§ 5. Die Wirkung des Patentes tritt gegen denjenigen nicht ein, welcher bereits zur Zeit der Anmeldung des Patent-Inhabers im Inlande die Erfindung in Benutzung genommen oder die zur Benutzung erforderlichen Veranstaltungen getroffen hatte.

Die Wirkung des Patentes tritt ferner insoweit nicht ein, als die Erfindung nach Bestimmung des Reichskanzlers für das Heer oder für die Flotte oder sonst im Interesse der öffentlichen Wohlfahrt benutzt werden soll. Doch hat der Patent-Inhaber in diesem Falle gegenüber dem Reich oder dem Staat, welcher in seinem besonderen Interesse die Beschränkung des Patentes beantragt hat, Anspruch auf angemessene Vergütung, welche in Ermangelung einer Verständigung im Rechtswege festgesetzt wird.

Auf Einrichtungen an Fahrzeugen, welche nur vorübergehend in das Inland gelangen, erstreckt sich die Wirkung des Patentes nicht.

§ 6. Der Anspruch auf Ertheilung des Patentes und das Recht aus dem Patente gehen auf die Erben über. Der Anspruch und das Recht können beschränkt oder unbeschränkt durch Vertrag oder durch Verfügung von Todeswegen auf Andere übertragen werden.

§ 7. Die Dauer des Patentes ist fünfzehn Jahre; der Lauf dieser Zeit beginnt mit dem auf die Anmeldung der Erfindung folgenden Tage. Bezweckt eine Erfindung die Verbesserung einer anderen, zu gunsten des Patentsuchers durch ein Patent geschützten Erfindung, so kann dieser die Ertheilung eines Zusatz-Patentes nachsuchen, welches mit dem Patente für die ältere Erfindung sein Ende erreicht.

§ 8. Für jedes Patent ist bei der Ertheilung eine Gebühr von 30 Mark zu entrichten.

Mit Ausnahme der Zusatz-Patente (§ 7) ist ausserdem für jedes Patent mit Beginn des zweiten und jeden folgenden Jahres der Dauer eine Gebühr zu entrichten, welche das erste Mal 50 Mark beträgt und weiterhin jedes Jahr um 50 Mark steigt.

Einem Patent-Inhaber, welcher seine Bedürftigkeit nachweist, können die Gebühren für das erste und zweite Jahr der Dauer des Patentes bis zum dritten Jahre gestundet und, wenn das Patent im dritten Jahre erlischt, erlassen werden.

§ 9. Das Patent erlischt, wenn der Patent-Inhaber auf dasselbe verzichtet, oder wenn die Gebühren nicht spätestens drei Monate nach der Fälligkeit gezahlt werden.

§ 10. Das Patent wird für nichtig erklärt, wenn sich ergiebt:

1. dass die Erfindung nach §§ 1 und 2 nicht patentfähig war,
2. dass der wesentliche Inhalt der Anmeldung den Beschreibungen, Zeichnungen, Modellen, Geräthschaften oder Einrichtungen eines Anderen oder einem von diesem angewendeten Verfahren ohne Einwilligung desselben entnommen war.

§ 11. Das Patent kann nach Ablauf von drei Jahren zurückgenommen werden:

1. wenn der Patent-Inhaber es unterlässt, im Inlande die Erfindung in angemessenem Umfange zur Ausführung zu bringen, oder doch alles zu thun, was erforderlich ist, um diese Ausführung zu sichern;
2. wenn im öffentlichen Interesse die Ertheilung der Erlaubniss zur Benutzung der Erfindung an Andere geboten erscheint, der Patent-Inhaber aber gleichwohl sich weigert, diese Erlaubniss gegen angemessene Vergütung und genügende Sicherstellung zu ertheilen.

§ 12. Wer nicht im Inlande wohnt, kann den Anspruch auf die Ertheilung eines Patentes und die Rechte aus dem letzteren nur geltend machen, wenn er im Inlande einen Vertreter bestellt hat. Der letztere ist zur Vertretung in dem nach Massgabe dieses Gesetzes stattfindenden Verfahren, sowie in den das Patent betreffenden bürgerlichen Rechtsstreitigkeiten befugt. Für die in solchen Rechtsstreitigkeiten gegen den Patent-Inhaber anzustellenden Klagen ist das Gericht zuständig, in dessen Bezirk der Vertreter seinen Wohnsitz hat, in Ermangelung eines solchen das Gericht, in dessen Bezirk das Patent-Amt seinen Sitz hat.

ZWEITER ABSCHNITT.

Patent-Amt.

§ 13. Die Ertheilung, die Erklärung der Nichtigkeit und die Zurücknahme der Patente erfolgt durch das Patent-Amt.

Das Patent-Amt hat seinen Sitz in Berlin. Es besteht aus mindestens drei ständigen Mitgliedern, einschliesslich des Vorsitzenden, und aus nicht ständigen Mitgliedern. Die Mitglieder werden vom Kaiser, die übrigen Beamten vom Reichskanzler ernannt. Die Ernennung der ständigen Mitglieder erfolgt auf Vorschlag des Bundesraths, und zwar, wenn sie im Reichs- oder Staatsdienste ein Amt bekleiden, auf die Dauer dieses Amtes, anderenfalls auf Lebenszeit; die Ernennung der nicht ständigen Mitglieder erfolgt auf fünf Jahre. Von den ständigen Mitgliedern müssen mindestens drei die Befähigung zum Richteramte oder zum höheren Verwaltungsdienste besitzen, die nicht ständigen Mitglieder müssen in einem Zweige der Technik sachverständig sein. Auf die nicht ständigen Mitglieder finden die Bestimmungen in § 16 des Gesetzes, betreffend die Rechtsverhältnisse der Reichsbeamten vom 31. März 1873 keine Anwendung.

§ 14. Das Patent-Amt besteht aus mehreren Abtheilungen. Dieselben werden im voraus auf mindestens ein Jahr gebildet. Ein Mitglied kann mehreren Abtheilungen angehören.

Die Beschlussfähigkeit der Abtheilungen ist, wenn es sich um die Ertheilung eines Patentes handelt, durch die Anwesenheit von mindestens drei Mitgliedern bedingt, unter welchen sich zwei nicht ständige Mitglieder befinden müssen.

Für die Entscheidungen über die Erklärung der Nichtigkeit und über die Zurücknahme von Patenten wird eine besondere Abtheilung gebildet. Die Entscheidungen derselben erfolgen in der Besetzung von zwei Mitgliedern einschliesslich des Vorsitzenden, welche die Befähigung zum Richteramte oder zum höheren Verwaltungsdienste besitzen, und drei sonstigen Mitgliedern. Zu anderen Beschlüssen genügt die Anwesenheit von drei Mitgliedern.

Die Bestimmungen der Civilprocess-Ordnung über Ausschliessung und Ablehnung der Gerichtspersonen finden entsprechende Anwendung.

Zu den Berathungen können Sachverständige, welche nicht Mitglieder sind, zugezogen werden; dieselben dürfen an den Abstimmungen nicht theilnehmen.

§ 15. Die Beschlüsse und die Entscheidungen der Abtheilungen erfolgen im Namen des Patent-Amtes; sie sind mit Gründen zu versehen, schriftlich auszufertigen und allen Betheiligten von Amtswegen zuzustellen.

Zustellungen, welche den Lauf von Fristen bedingen, erfolgen durch die Post mittelst eingeschriebenen

Briefes gegen Empfangschein. Kann eine Zustellung im Inlande nicht erfolgen, so wird sie von den damit beauftragten Beamten des Patent-Amtes durch Aufgabe zur Post nach Massgabe der §§ 161, 175 der Civilprocess-Ordnung bewirkt.

Gegen die Beschlüsse des Patent-Amtes findet die Beschwerde statt.

§ 16. Wird der Beschluss einer Abtheilung des Patent-Amtes im Wege der Beschwerde angefochten, so erfolgt die Beschlussfassung über diese Beschwerde durch eine andere Abtheilung oder durch mehrere Abtheilungen gemeinsam.

An der Beschlussfassung darf kein Mitglied theilnehmen, welches bei dem angefochtenen Beschlusse mitgewirkt hat.

§ 17. Die Bildung der Abtheilungen, die Bestimmung ihres Geschäftskreises, die Formen des Verfahrens und der Geschäftsgang des Patent-Amtes werden, insoweit dieses Gesetz nicht Bestimmungen darüber trifft, durch Kaiserliche Verordnung unter Zustimmung des Bundesraths geregelt.

§ 18. Das Patent-Amt ist verpflichtet, auf Ersuchen der Gerichte über Fragen, welche Patente betreffen, Gutachten abzugeben. Im übrigen ist dasselbe nicht befugt, ohne Genehmigung des Reichskanzlers ausserhalb seines gesetzlichen Geschäftskreises Beschlüsse zu fassen oder Gutachten abzugeben.

§ 19. Bei dem Patent-Amt wird eine Rolle geführt, welche den Gegenstand und die Dauer der ertheilten Patente, sowie den Namen und Wohnort der Patent-Inhaber und ihrer bei Anmeldung der Erfindung etwa bestellten Vertreter angiebt. Der Anfang, der Ablauf, das Erlöschen, die Erklärung der Nichtigkeit und die Zurücknahme der Patente sind, unter gleichzeitiger Bekanntmachung durch den Reichs-Anzeiger, in der Rolle zu vermerken.

Tritt in der Person des Patent-Inhabers oder seines Vertreters eine Aenderung ein, so wird dieselbe, wenn sie in beweisender Form zur Kenntniss des Patent-Amtes gebracht ist, ebenfalls in der Rolle vermerkt und durch den Reichs-Anzeiger veröffentlicht. So lange dieses nicht geschehen ist, bleiben der frühere Patent-Inhaber und sein früherer Vertreter nach Massgabe dieses Gesetzes berechtigt und verpflichtet.

Die Einsicht der Rolle, der Beschreibungen, Zeichnungen, Modelle und Probestücke, auf Grund deren die Ertheilung der Patente erfolgt ist, steht, soweit es sich nicht um ein im Namen der Reichs-Verwaltung für die Zwecke des Heeres oder der Flotte genommenes Patent handelt, jedermann frei.

Das Patent-Amt veröffentlicht die Beschreibungen und Zeichnungen, soweit deren Einsicht jedermann freisteht, in ihren wesentlichen Theilen durch ein amtliches Blatt. In dasselbe sind auch die Bekanntmachungen aufzunehmen, welche durch den Reichs-Anzeiger nach Massgabe dieses Gesetzes erfolgen müssen.

DRITTER ABSCHNITT.

Verfahren in Patentsachen.

§ 20. Die Anwendung einer Erfindung behufs Ertheilung eines Patentes geschieht schriftlich bei dem Patent-Amte. Für jede Erfindung ist eine besondere Anmeldung erforderlich. Die Anmeldung muss den Antrag auf Ertheilung des Patentes enthalten und in dem Antrage den Gegenstand, welcher durch das Patent geschützt werden soll, genau bezeichnen. In einer Anlage ist die Erfindung dergestalt zu beschreiben, dass danach die Benutzung derselben durch andere Sachverständige möglich erscheint. Auch sind die erforderlichen Zeichnungen, bildlichen Darstellungen, Modelle und Probestücke beizufügen.

Das Patent-Amt erlässt Bestimmungen über die sonstigen Erfordernisse der Anmeldung.

Bis zu der Bekanntmachung der Anmeldung sind Abänderungen der darin erhaltenen Angaben zulässig. Gleichzeitig mit der Anmeldung sind für die Kosten des Verfahrens 20 Mark zu zahlen.

§ 21. Ist durch die Anmeldung den vorgeschriebenen Anforderungen nicht genügt, so verlangt das Patent-Amt von dem Patentsucher unter Bezeichnung der Mängel deren Beseitigung innerhalb einer bestimmten Frist. Wird dieser Aufforderung innerhalb der Frist nicht genügt, so ist die Anmeldung zurückzuweisen.

§ 22. Erachtet das Patent-Amt die Anmeldung für gehörig erfolgt und die Ertheilung eines Patentes nicht für ausgeschlossen, so verfügt es die Bekanntmachung der Anmeldung. Mit der Bekanntmachung treten für den Gegenstand der Anmeldung zu gunsten des Patentsuchers einstweilen die gesetzlichen Wirkungen des Patentes ein (§§ 4, 5).

Ist das Patent-Amt der Ansicht, dass eine nach §§ 1 und 2 patentfähige Erfindung nicht vorliegt, so weist es die Anmeldung zurück.

§ 23. Die Bekanntmachung der Anmeldung geschieht in der Weise, dass der Name des Patentsuchers und der wesentliche Inhalt des in seiner Anmeldung enthaltenen Antrages durch den Reichs-Anzeiger einmal veröffentlicht wird. Gleichzeitig ist die Anmeldung mit sämmtlichen Beilagen bei dem Patent-Amte zur Einsicht für Jedermann auszulegen. Mit der Veröffentlichung ist die Anzeige zu verbinden, dass der Gegenstand der Anmeldung einstweilen gegen unbefugte Benutzung geschützt sei.

Handelt es sich um ein im Namen der Reichs-Verwaltung für die Zwecke des Heeres oder der Flotte nachgesuchtes Patent, so unterbleibt die Auslegung der Anmeldung und ihrer Beilagen.

§ 24. Nach Ablauf von acht Wochen, seit dem Tage der Veröffentlichung (§ 23), hat das Patent-Amt über die Ertheilung des Patentes Beschluss zu fassen. Bis dahin kann gegen die Ertheilung bei dem Patent-Amte Einspruch erhoben werden. Der Einspruch muss schriftlich erfolgen und mit Gründen versehen sein. Er kann nur auf die Behauptung, dass die Erfindung nicht neu sei, oder dass die Voraussetzung des § 3 Absatz 2 vorliege, gestützt werden.

Vor der Beschlussfassung kann das Patent-Amt die Ladung und Anhörung der Betheiligten, sowie die Begutachtung des Antrages durch geeignete, in einem Zweige der Technik sachverständige Personen und sonstige zur Aufklärung der Sache erforderliche Ermittelungen anordnen.

§ 25. Gegen den Beschluss, durch welchen die Anmeldung zurückgewiesen wird, kann der Patentsucher oder der Einsprechende binnen vier Wochen nach der Zustellung Beschwerde einlegen. Mit der Einlegung der Beschwerde sind für die Kosten des Beschwerde-Verfahrens 20 Mark zu zahlen; erfolgt die Zahlung nicht, so gilt die Beschwerde als nicht erhoben.

Auf das Verfahren findet § 24 Absatz 2 Anwendung.

§ 26. Ist die Ertheilung des Patentes endgiltig beschlossen, so erlässt das Patent-Amt darüber durch den Reichs-Anzeiger eine Bekanntmachung und fertigt demnächst für den Patent-Inhaber eine Urkunde aus.

Wird das Patent versagt, so ist dies ebenfalls bekannt zu machen. Mit der Versagung gelten die Wirkungen des einstweiligen Schutzes als nicht eingetreten.

§ 27. Die Einleitung des Verfahrens wegen Erklärung der Nichtigkeit oder wegen Zurücknahme des Patentes erfolgt nur auf Antrag. Im Falle des § 10 Nr. 2 ist nur der Verletzte zu dem Antrage berechtigt. Der Antrag ist schriftlich an das Patent-Amt zu richten und hat die Thatsachen anzugeben, auf welche er gestützt wird.

§ 28. Nachdem die Einleitung des Verfahrens verfügt ist, fordert das Patent-Amt den Patent-Inhaber unter Mittheilung des Antrages auf, sich über denselben binnen vier Wochen zu erklären.

Erklärt der Patent-Inhaber binnen der Frist sich nicht, so kann ohne Ladung und Anhörung der Betheiligten sofort nach dem Antrage entschieden und bei dieser Entscheidung jede von dem Antragsteller behauptete Thatsache für erwiesen angenommen werden.

§ 29. Widerspricht der Patent-Inhaber rechtzeitig, oder wird im Falle des § 28 Absatz 2 nicht sofort nach dem Antrage entschieden, so trifft das Patent-Amt, und zwar im ersteren Falle unter Mittheilung des Widerspruchs an den Antragsteller, die zur Aufklärung der Sache erforderlichen Verfügungen. Es kann die Vernehmung von Zeugen und Sachverständigen anordnen. Auf dieselben finden die Vorschriften der Civilprocess-Ordnung entsprechende Anwendung. Die Beweis-Verhandlungen sind unter Zuziehung eines beeidigten Protokollführers aufzunehmen.

Die Entscheidung erfolgt nach Ladung und Anhörung der Betheiligten.

Wird die Zurücknahme des Patentes auf Grund des § 11 Nr. 2 beantragt, so muss der diesem Antrag entsprechenden Entscheidung eine Androhung der Zurücknahme unter Angabe von Gründen und unter Festsetzung einer angemessenen Frist vorausgehen.

§ 30. In der Entscheidung (§§ 28, 29) hat das Patent-Amt nach freiem Ermessen zu bestimmen, zu welchem Antheil die Kosten des Verfahrens den Betheiligten zur Last fallen.

§ 31. Die Gerichte sind verpflichtet, dem Patent-Amte Rechtshilfe zu leisten. Die Festsetzung einer Strafe gegen Zeugen und Sachverständige, welche nicht erscheinen oder ihre Aussage oder deren Beeidigung verweigern, sowie die Vorführung eines nicht erschienenen Zeugen erfolgt auf Ersuchen durch die Gerichte.

§ 32. Gegen die Entscheidungen des Patent-Amts (§§ 28, 29) ist die Berufung zulässig. Die Berufung geht an das Reichs-Oberhandelsgericht. Sie ist binnen sechs Wochen nach der Zustellung bei dem Patent-Amte schriftlich anzumelden und zu begründen.

Durch das Urtheil des Gerichtshofes ist nach Massgabe des § 30 auch über die Kosten des Verfahrens zu bestimmen.

Im übrigen wird das Verfahren vor dem Gerichtshofe durch ein Regulativ bestimmt, welches von dem Gerichtshofe zu entwerfen ist und durch Kaiserliche Verordnung unter Zustimmung des Bundesraths festgestellt wird.

§ 33. In Betreff der Geschäftssprache vor dem Patent-Amte finden die Bestimmungen des Gerichtsverfassungs-Gesetzes über die Gerichtssprache entsprechende Anwendung. Eingaben, welche nicht in deutscher Sprache abgefasst sind, werden nicht berücksichtigt.

VIERTER ABSCHNITT.

Strafen und Entschädigung.

§ 34. Wer wissentlich den Bestimmungen der §§ 4 und 5 zuwider eine Erfindung in Benutzung nimmt, wird mit Geldstrafe bis zu fünftausend Mark oder mit Gefängniss bis zu einem Jahre bestraft und ist dem Verletzten zur Entschädigung verpflichtet.

Die Strafverfolgung tritt nur auf Antrag ein.

§ 35. Erfolgt die Verurtheilung im Strafverfahren, so ist dem Verletzten die Befugniss zuzusprechen, die Verurtheilung auf Kosten des Verurtheilten öffentlich bekannt zu machen. Die Art der Bekanntmachung, sowie die Frist zu derselben ist im Urtheil zu bestimmen.

§ 36. Statt jeder aus diesem Gesetze entspringenden Entschädigung kann auf Verlangen des Beschädigten neben der Strafe auf eine an ihn zu erlegende Busse bis zum Betrage von zehntausend Mark erkannt werden. Für diese Busse haften die zu derselben Verurtheilten als Gesammtschuldner.

Eine erkannte Busse schliesst die Geltendmachung eines weiteren Entschädigungs-Anspruchs aus.

§ 37. Die im § 12 des Gesetzes, betreffend die Errichtung eines obersten Gerichtshofes für Handelssachen, vom 12. Juni 1869 geregelte Zuständigkeit des Reichs-Oberhandelsgerichts wird auf diejenigen bürgerlichen Rechtsstreitigkeiten ausgedehnt, in welchen durch die Klage ein Anspruch auf Grund der Bestimmungen dieses Gesetzes geltend gemacht wird.

§ 38. Die Klagen wegen Verletzung des Patentrechts verjähren rücksichtlich jeder einzelnen dieselbe begründenden Handlung in drei Jahren.

§ 39. Darüber, ob ein Schaden entstanden ist und wie hoch sich derselbe beläuft, entscheidet das Gericht unter Würdigung aller Umstände nach freier Ueberzeugung.

§ 40. Mit Geldstrafe bis zu einhundertfunfzig Mark oder mit Haft wird bestraft:

1. wer Gegenstände oder deren Verpackung mit einer Bezeichnung versieht, welche geeignet ist, den Irrthum zu erregen, dass die Gegenstände durch ein Patent nach Massgabe dieses Gesetzes geschützt seien;
2. wer in öffentlichen Anzeigen, auf Aushängeschildern, auf Empfehlungskarten oder in ähnlichen Kundgebungen eine Bezeichnung anwendet, welche geeignet ist, den Irrthum zu erregen, dass die darin erwähnten Gegenstände durch ein Patent nach Massgabe dieses Gesetzes geschützt seien.

FÜNFTER ABSCHNITT.

Uebergangs-Bestimmungen.

§ 41. Die auf Grund landesgesetzlicher Bestimmungen zur Zeit bestehenden Patente bleiben nach Massgabe dieser Bestimmungen bis zu ihrem Ablauf in Kraft; eine Verlängerung ihrer Dauer ist unzulässig.

§ 42. Der Inhaber eines bestehenden Patentes (§ 41) kann für die dadurch geschützte Erfindung die Ertheilung eines Patentes nach Massgabe dieses Gesetzes beanspruchen. Die Prüfung der Erfindung unterliegt dann dem durch dieses Gesetz vorgeschriebenen Verfahren. Die Ertheilung des Patentes ist zu versagen, wenn vor der Beschlussfassung über die Ertheilung der Inhaber eines anderen, für dieselbe Erfindung bestehenden Patentes (§ 41) die Ertheilung des Patentes beansprucht oder gegen die Ertheilung Einspruch erhebt. Wegen mangelnder Neuheit ist die Ertheilung des Patentes nur dann zu versagen, wenn die Erfindung zur Zeit, als sie im Inlande zuerst einen Schutz erlangte, im Sinne des § 2 Absatz 1 nicht mehr neu war.

Mit der Ertheilung eines Patentes nach Massgabe dieses Gesetzes erlöschen die für dieselbe Erfindung bestehenden Patente (§ 41), soweit der Inhaber des neuen Patentes deren Inhaber ist. Soweit dieses nicht der Fall ist, treten die gesetzlichen Wirkungen des neuen Patentes in dem Geltungsbereiche der bestehenden Patente erst mit dem Ablaufe der letzteren ein.

§ 43. Auf die gesetzliche Dauer eines nach Massgabe des § 42 ertheilten Patentes wird die Zeit in Anrechnung gebracht, während deren die Erfindung nach dem ältesten der bestehenden Patente im Inlande bereits geschützt gewesen ist. Der Patent-Inhaber ist für die noch übrige Dauer des Patentes zur Zahlung der gesetzlichen Gebühren (§ 8) verpflichtet; der Fälligkeitstag und der Jahresbetrag der Gebühren wird nach dem Zeitpunkte bestimmt, mit welchem die Erfindung im Inlande zuerst einen Schutz erlangt hat.

§ 44. Durch die Ertheilung eines Patentes nach Massgabe des § 42 werden diejenigen, welche die Erfindung zur Zeit der Anmeldung derselben ohne Verletzung eines Patentrechts bereits in Benutzung genommen oder die zur Benutzung erforderlichen Veranstaltungen getroffen hatten, in dieser Benutzung nicht beschränkt.

§ 45. Dieses Gesetz tritt mit dem 1. Juli 1877 in Kraft.

Urkundlich etc.

Gegeben Berlin, den 25. Mai 1877. **Wilhelm.**

(L. S.) Fürst v. Bismarck.

2. Verordnung, betreffend die Einrichtung, das Verfahren und den Geschäftsgang des Patent-Amts.

§ 1. Das Patent-Amt besteht aus sieben Abtheilungen.

Zuständig sind:

die Abtheilungen I. und II. für die Beschlussfassung über Patent-Gesuche ausschliesslich aus dem Gebiete der mechanischen Technik;

die **Abtheilungen III.** und **IV.** für die Beschlussfassung über Patent-Gesuche ausschliesslich aus dem Gebiete der chemischen Technik;

die **Abtheilungen V.** und **VI.** für die Beschlussfassung über solche Patent-Gesuche, welche das Gebiet der chemischen und der mechanischen Technik zugleich berühren, sowie über alle sonstigen Patent-Gesuche;

die **Abtheilung VII.** für die Beschlussfassung und Entscheidung in dem Verfahren wegen Erklärung der Nichtigkeit und wegen Zurücknahme ertheilter Patente.

§ 2. Für Beschwerden gegen den Beschluss einer Abtheilung in dem Verfahren wegen Ertheilung eines Patentes ist diejenige Abtheilung zuständig, welche neben der ersteren nach § 1 über Patent-Gesuche aus demselben Gebiete der Technik zu beschliessen hat. Der Vorsitzende des Patent-Amts kann jedoch im einzelnen Falle bestimmen, dass ausser der hiernach zuständigen Abtheilung eine oder mehrere andere Abtheilungen bei der Beschlussfassung über die Beschwerde mitwirken sollen.

Für Beschwerden in dem Verfahren wegen Erklärung der Nichtigkeit oder wegen Zurücknahme eines Patentes sind diejenigen beiden Abtheilungen gemeinsam zuständig, welche nach § 1 über Patent-Gesuche zu beschliessen haben, die demselben Gebiete der Technik wie das angefochtene Patent angehören.

§ 3. Die näheren Bestimmungen über die Vertheilung der Geschäfte an die einzelnen Abtheilungen hat der Vorsitzende des Patent-Amts zu treffen. Für Anträge oder Gesuche, welche die Ertheilung, die Erklärung der Nichtigkeit oder die Zurücknahme eines Patentes nicht betreffen, kann er in jedem einzelnen Falle die Zuständigkeit bestimmen.

§ 4. An den Verhandlungen einer Abtheilung können nur solche Mitglieder theilnehmen, welche der Abtheilung angehören.

Den Abtheilungen I und II müssen mindestens je 5, den Abtheilungen III und IV mindestens je 3, den Abtheilungen V und VI mindestens je 4 und der Abtheilung VII mindestens 6 nicht ständige Mitglieder angehören. Von den Mitgliedern der Abtheilung V und der Abtheilung VI muss mindestens je eins aus jeder der ersten vier Abtheilungen, von den Mitgliedern der Abtheilung VII muss mindestens je eins aus jeder der ersten sechs Abtheilungen entnommen sein.

Jeder Abtheilung muss mindestens ein ständiges Mitglied, der Abtheilung VII ausserdem der Vorsitzende des Patent-Amts angehören.

§ 5. Die Abtheilungen werden durch eine Verfügung des Vorsitzenden des Patent-Amts, welche die Mitglieder einer jeden Abtheilung bezeichnet, auf die Dauer eines Jahres oder für einen längeren Zeitraum gebildet.

Bei Ablauf der Zeit, für welche die Abtheilungen gebildet waren, erlässt der Vorsitzende des Patent-Amts eine neue Verfügung, welche die Abtheilungen abermals im voraus auf mindestens ein Jahr bildet. Hierbei kann die Zusammensetzung der Abtheilungen unverändert bleiben. Im Falle des Todes, der Erkrankung oder der längeren Abwesenheit eines Mitgliedes können in die davon betroffene Abtheilung, soweit und so lange das Bedürfniss dies erfordert, durch Verfügung des Vorsitzenden Mitglieder anderer Abtheilungen zur Aushilfe berufen werden.

§ 6. Die Geschäftsleitung in den Abtheilungen führt das von dem Vorsitzenden des Patent-Amts hierzu bestimmte Mitglied. In der Abtheilung VII führt sie der Vorsitzende des Patent-Amts selbst. Bei Beschwerden gegen Beschlüsse einer der ersten sechs Abtheilungen steht die Geschäftsleitung dem Vorsitzenden des Patent-Amts zu; welchem der ständigen Mitglieder bei Beschwerden gegen Beschlüsse der Abtheilung VII die Geschäftsleitung zustehen soll, bestimmt der Vorsitzende des Patent-Amts zum voraus für die in § 5 bezeichnete Zeit.

Ueber die Vertretung im Vorsitz, sowie über die Vertretung in der Geschäftsleitung der Abtheilungen hat der Vorsitzende des Patent-Amts Bestimmung zu treffen.

§ 7. In den Abtheilungen liegt es dem geschäftsführenden Mitgliede ob, die für den Fortgang der Sachen erforderlichen Verfügungen, soweit dadurch der Entscheidung nicht vorgegriffen wird, zu treffen. Insbesondere hat das geschäftsleitende Mitglied für jede Sache den Berichterstatter zu bezeichnen, welchem allein oder unter Mitwirkung eines zweiten Mitgliedes die Prüfung der Sache zunächst zufallen soll. Der Berichterstatter hat den mündlichen Vortrag in den Sitzungen zu halten, sowie alle Beschlüsse und Entscheidungen in der für die Zufertigung an die Betheiligten geeigneten Form schriftlich zu entwerfen. Das geschäftsleitende Mitglied ist befugt, Aenderungen in der Fassung, soweit ihm solche nothwendig erscheinen, vorzunehmen.

Ueber die Zuziehung von Sachverständigen (Patent-Gesetz § 14 Absatz 5) beschliessen die Abtheilungen.

§ 8. Die Beschlussfassung der Abtheilungen kann nur auf Grund mündlichen Vortrags in der Sitzung erfolgen:

1. wenn es sich um einen Beschluss nach Massgabe des § 25 des Gesetzes handelt;
2. wenn es sich im Falle des § 29 Absatz 3 des Gesetzes um die Androhung der Zurücknahme eines Patentes handelt;
3. wenn es sich um die Entscheidung über die Erklärung der Nichtigkeit oder die Zurücknahme eines Patentes handelt.

§ 9. Die Beschlüsse der Entscheidungen der Abtheilungen erfolgen nach Stimmenmehrheit. Bei Stimmengleichheit entscheidet die Stimme des geschäftsleitenden Mitgliedes. Ist dem Beschluss oder der Entscheidung eine Anhörung der Betheiligten (Patent-Gesetz § 24 Absatz 2, § 25 Absatz 2, § 29 Absatz 2) vorhergegangen, so kann ein Mitglied, welches bei derselben nicht zugegen gewesen ist, an der Abstimmung nicht theilnehmen.

§ 10. Dem Vorsitzenden des Patent-Amts liegt es ob, auf eine gleichmässige Behandlung der Geschäfte und auf die Beobachtung gleicher Grundsätze hinzuwirken. Zu diesem Behufe ist er befugt, den Berathungen aller Abtheilungen beizuwohnen, auch sämmtliche Mitglieder zu Plenar-Versammlungen zu vereinigen und die Berathung des Plenums über die von ihm vorgelegten Fragen herbeizuführen.

§ 11. Die Sitzungen der Abtheilungen finden der Regel nach an bestimmten Tagen und zu bestimmten Stunden statt. Die Verfügung darüber steht dem Vorsitzenden des Patent-Amts zu.

§ 12. Zeugen und Sachverständige erhalten nach den am Ort ihres Wohnsitzes für bürgerliche Rechtsstreitigkeiten massgebenden Bestimmungen eine Entschädigung für Zeitversäumniss und Erstattung der ihnen verursachten Kosten, Sachverständige ausserdem eine Vergütung ihrer Mühwaltung.

§ 13. Zu den Kosten des Verfahrens, über welche das Patent-Amt nach § 30 des Gesetzes zu bestimmen hat, gehören ausser den aus der Kasse des Patent-Amts bestrittenen Auslagen diejenigen den Betheiligten erwachsenen Kosten, welche nach freiem Ermessen des Patent-Amts zur zweckentsprechenden Wahrung der Ansprüche und Rechte nothwendig waren.

§ 14. Die Einrichtung der Bureaux, die Verwaltung der Kasse, der Bibliothek und der Sammlungen werden durch den Vorsitzenden des Patent-Amts geordnet. Der Vorsitzende erlässt die für die Beamten erforderlichen Geschäftsanweisungen.

§ 15. Die Leitung und Beaufsichtigung des gesammten Geschäftsbetriebes steht dem Vorsitzenden des Patent-Amts zu. Er ist der Dienst-Vorgesetzte der Subaltern- und Unter-Beamten. Er verfügt in allen Verwaltungs-Angelegenheiten.

§ 16. Geschäftssachen, welche während der Dienststunden der Bureaux eingehen, sind alsbald, andere Geschäftssachen bei dem Wiederbeginn der Dienststunden von dem dazu bestimmten Beamten nach der Reihe des Eingangs oder, wenn diese nicht feststeht, nach der Reihe, in welcher sie von dem Beamten übernommen werden, mit einer laufenden Nummer und dem Datum zu versehen.

§ 17. Schriftstücke, in welchen die Ertheilung eines Patentes nachgesucht wird, oder welche auf ein bereits eingeleitetes Verfahren wegen Ertheilung eines Patentes Bezug haben, gehen unmittelbar an die für die Erledigung zuständige Abtheilung. Wird in Bezug auf die Zuständigkeit Anstand erhoben, so ist die Bestimmung des Vorsitzenden des Patent-Amts einzuholen. Alle übrigen Schriftstücke werden dem letzteren vorgelegt.

§ 18. Das Patent-Amt kann nach seinem Ermessen von den bei ihm beruhenden Eingaben und Verhandlungen, soweit deren Einsichtnahme gesetzlich nicht beschränkt ist, auf Antrag an jedermann Abschriften und Auszüge gegen Einzahlung der Kosten ertheilen.

§ 19. Die Ausfertigung der Beschlüsse der Abtheilungen erhalten die Unterschrift, „Kaiserliches Patent-Amt, Abtheilung ....". Diejenigen Beschlüsse jedoch, welche die Abtheilungen als Beschwerde-Instanzen fassen (§ 2), sowie alle Entscheidungen des Patent-Amts erhalten in der Ausfertigung nur die Unterschrift: „Kaiserliches Patent-Amt". Die Ausfertigungen werden von dem geschäftsleitenden Mitgliede vollzogen. Vorladungs- und Zustellungs-Schreiben, sowie die Ausfertigung der Patent-Urkunden werden nicht vollzogen, sondern nur beglaubigt. Die Beglaubigung von Schriftstücken geschieht unter der Unterschrift des von dem Vorsitzenden des Patent-Amts dazu bestimmten Beamten und unter Beifügung des Siegels des Patent-Amts.

§ 20. Das Siegel des Patent-Amts enthält in der Mitte den Reichsadler und in der Unterschrift die Worte: „Kaiserliches Patent-Amt".

Urkundlich etc.

Gegeben Bad Ems, den 18. Juni 1877.

(L. S.) **Wilhelm.**

Fürst v. Bismarck.

3. Bestimmungen über die Anmeldung von Erfindungen.

§ 1. Die Anmeldung und jede ihr beigefügte Zeichnung oder Besprechung ist von dem Patentsucher oder dessen Stellvertreter zu unterzeichnen.

Erläuterungen des Gegenstandes der Erfindung dürfen nicht in der Anmeldung selbst, sondern nur in deren Anlagen gegeben werden.

§ 2. Jede Anlage der Anmeldung ist mit einer laufenden Nummer zu versehen. Jede Anlage ist, soweit es sich nicht um Modelle oder Probestücke handelt, in zwei Exemplaren beizufügen.

§ 3. Die Anmeldung muss die nachstehend verlangten Angaben, möglichst in der angegebenen Reihenfolge, enthalten:

a. eine kurze, aber genaue Bezeichnung dessen, was den Gegenstand der Erfindung bildet. Aus der Bezeichnung soll sich mit Sicherheit der Patentanspruch, d. h. dasjenige ergeben, was der Patentsucher als neu und patentfähig ansieht.

b. den Antrag, dass für den so bezeichneten Gegenstand der Erfindung ein Patent ertheilt werden möge. Soll dafür nur ein Zusatzpatent ertheilt werden (§ 7 des Patentgesetzes), so hat der Patentsucher dies ausdrücklich zu bemerken und das Hauptpatent, sowie dessen Nummer nebst Jahr der Ertheilung anzugeben. Soll das Patent nur an Stelle eines bestehenden Patentes treten (§ 42 des Patentgesetzes), so hat der Patentsucher dies ebenfalls ausdrücklich zu bemerken und gleichzeitig die Urkunden über diejenigen Patente beizufügen, an deren Stelle das Patent treten soll. Das Gesuch ist in diesem Falle auf die Umwandlung des Landes- in ein Reichspatent zu beschränken. Wird zugleich ein Patent für eine Verbesserung beansprucht, so muss dieserhalb eine besondere Anmeldung erfolgen.

c. die Erklärung, dass der gesetzliche Kostenbetrag von 20 Mark (§ 20 des Patentgesetzes) bereits an die Kasse des Patentamtes eingezahlt sei oder gleichzeitig mit der Anmeldung eingehen werde.

d. die Angabe des Namens, des Standes und des Wohnorts des Patentsuchers, sofern die Anmeldung durch einen Vertreter erfolgt. Der letztere hat eine von dem Patentsucher unterzeichnete Vollmacht beizufügen. Wird für einen im Inlande wohnenden Patentsucher ein Vertreter bestellt und soll letzterer als solcher auch in die Patentrolle eingetragen werden (§ 19 des Gesetzes), so ist dies in der Vollmacht ausdrücklich anzugeben.

Bei Bestellung eines Vertreters seitens eines Patentsuchers, der nicht im Inlande wohnt, wird angenommen, dass sich die Vertretung auf die im § 12 des Gesetzes bezeichneten Befugnisse erstreckt.

e. die Aufführung der einzelnen Anlagen der Anmeldung unter Angabe ihrer Nummer und ihres Inhaltes.

§ 4. Zu allen Schriftstücken der Anmeldung ist Papier in dem Format von 33 auf 21 cm zu verwenden.

Zu der Schrift soll tiefschwarze, nicht klebrige Tinte benutzt werden.

Die Zeichnungen sind in einem Haupt- und einem Nebenexemplar einzureichen. Für das Hauptexemplar ist weisses, starkes und glattes Zeichenpapier (sog. Bristol- oder Cartonpapier) in dem Format

von 33 cm Höhe auf 21 cm Breite,
oder von 33 „ „ „ 42 „ „
oder von 33 „ „ „ 63 „ „

zu verwenden.

Die Zeichnung sowie alle Schrift auf dem Hauptexemplar ist mit chinesischer Tusche in tiefschwarzen Linien auszuführen, nicht zu coloriren oder zu tuschen.

Die Zeichnung ist durch eine einfache Randlinie einzufassen, welche 2 cm von der Papierkante entfernt ist.

Innerhalb des durch die Randlinie begrenzten Raumes muss auch alle Schrift fallen.

Die Unterschrift des Patentsuchers ist in der unteren rechten Ecke anzubringen.

An der oberen Seite des Blattes ist ein Raum von mindestens 3 cm Höhe innerhalb der Randlinie für Nummer, Datum und Bezeichnung des Patents zu bestimmen.

Als Nebenexemplar ist eine Durchzeichnung des Hauptexemplars auf Zeichenleinwand einzureichen: Bei demselben ist die Anwendung von bunten Farben zulässig und erwünscht.

Die Zeichnungen dürfen nicht geknifft und nicht gerollt sein: dieselben müssen auch so verpackt sein, dass sie in glattem Zustande an das Patentamt gelangen.

§ 5. Alle Mass- und Gewichtsangaben müssen nach metrischem System erfolgen, Temperaturangaben nach Celsius, Dichtigkeitsangaben als specifische Gewichte angegeben sein.

§ 6. Die Beschreibungen müssen sich auf das zur Beurtheilung des Patentgesuchs Gehörige beschränken, allgemeine Erörterungen sind zu vermeiden. Im übrigen müssen die Beschreibungen so eingerichtet sein, dass sie sich bei der Ertheilung des Patentes zur Veröffentlichung eignen. Am Schlusse derselben sind die Patentansprüche näher, als es in der Anmeldung geschehen, zu bezeichnen.

§ 7. Die Beifügung von Modellen und Probestücken ist erwünscht, sofern die Veranschaulichung der Erfindung dadurch erleichtert wird; sie ist geboten, wenn ohne dies die Beurtheilung des Patentgesuchs nicht mit Sicherheit erfolgen kann.

Berlin, den 11. Juli 1877.

Kaiserliches Patent-Amt.
Jacobi.

B. Markenschutzgesetz.

§ 1. Gewerbtreibende, deren Firma im Handelsregister eingetragen ist, können Zeichen, welche zur Unterscheidung ihrer Waaren von den Waaren anderer Gewerbtreibenden auf den Waaren selbst oder auf deren Verpackung angebracht werden sollen, zur Eintragung in das Handelsregister des Ortes ihrer Haupt-Niederlassung bei dem zuständigen Gerichte anmelden.

§ 2. Der Anmeldung muss eine deutliche Darstellung des Waarenzeichens nebst einem Verzeichniss der Waarengattungen, für welche das Zeichen bestimmt ist, mit der Unterschrift der Firma versehen, beigefügt sein.

§ 3. Die Eintragung von Waarenzeichen, deren Benutzung für den Anmeldenden landesgesetzlich geschützt ist, ferner von solchen Zeichen, welche bis zum Beginn des Jahres 1875 im Verkehr allgemein als Kennzeichen der Waaren eines bestimmten Gewerbtreibenden gegolten haben, darf nicht versagt werden.

Im übrigen ist die Eintragung zu versagen, wenn die Zeichen ausschliesslich in Zahlen, Buchstaben oder Worten bestehen, oder wenn sie öffentliche Wappen oder Aergerniss erregende Darstellungen enthalten.

§ 4. Die Eintragung erfolgt unter der Firma des Anmeldenden. Die Zeit der Anmeldung ist dabei zu vermerken. Gelangt ein bereits eingetragenes Waarenzeichen aus Anlass der Verlegung der Hauptniederlassung wiederholt zur Eintragung, so ist dabei die Zeit der ersten Anmeldung zu vermerken.

§ 5 Auf Antrag des Inhabers der Firma wird das eingetragene Waarenzeichen gelöscht.

Von Amtswegen erfolgt die Löschung:

1. wenn die Firma im Handelsregister gelöscht wird;
2. wenn eine Aenderung der Firma und nicht zugleich die Beibehaltung des Zeichens angemeldet wird;
3. wenn seit der Eintragung des Zeichens, ohne dass dessen weitere Beibehaltung angemeldet worden, oder seit einer solchen Anmeldung, ohne dass sie wiederholt worden, zehn Jahre verflossen sind;
4. wenn das Zeichen nach § 3 nicht hätte eingetragen werden dürfen.

§ 6. Die erste Eintragung und die Löschung eines Zeichens wird im „Deutschen Reichs-Anzeiger" bekannt gemacht.

Die Kosten der Bekanntmachung der Eintragung hat der Inhaber der Firma zu tragen.

§ 7. Für die erste Eintragung eines Zeichens, welches landesgesetzlich nicht geschützt ist, wird eine Gebühr von fünfzig Mark entrichtet.

Von der Entrichtung einer Gebühr für die Eintragung solcher Zeichen, welche bis zum Beginn des Jahres 1875 im Verkehr allgemein als Kennzeichen der Waaren eines bestimmten Gewerbtreibenden gegolten haben, können die Landesregierungen entbinden.

Andere Eintragungen und Löschungen geschehen unentgeltlich.

§ 8. Das Recht, Waaren oder deren Verpackung mit einem für diese Waaren zum Handelsregister angemeldeten Zeichen zu versehen, oder auf solche Art bezeichnete Waaren in Verkehr zu bringen, steht dem Inhaber derjenigen Firma, für welche zuerst die Anmeldung bewirkt ist, ausschliesslich zu.

§ 9. Auf Waarenzeichen, welche landesgesetzlich geschützt sind, ferner auf solche Zeichen, welche bis zum Beginn des Jahres 1875 im Verkehr allgemein als Kennzeichen der Waaren eines bestimmten Gewerbtreibenden gegolten haben, kann durch die Anmeldung ausser den gesetzlich geschützten oder im Verkehr allgemein anerkannten Inhabern niemand ein Recht erwerben, sofern diese vor dem 1. October 1875 die Anmeldung bewirken.

§ 10. Durch die Anmeldung eines Waarenzeichens, welches Buchstaben oder Worte enthält, wird niemand gehindert, seinen Namen oder seine Firma, sei es auch in abgekürzter Gestalt, zur Kennzeichnung seiner Waaren zu gebrauchen.

Auf Waarenzeichen, welche bisher im freien Gebrauche aller oder gewisser Classen von Gewerbtreibenden sich befunden haben oder deren Eintragung nicht zulässig ist, kann durch Anmeldung niemand ein Recht erwerben.

§ 11. Der Inhaber einer Firma, für welche ein Waarenzeichen eingetragen ist, hat dasselbe auf Verlangen desjenigen, welcher ihn von der Benutzung des Waarenzeichens auszuschliessen berechtigt ist, oder sofern das Waarenzeichen zu den im § 10 Absatz 2 erwähnten gehört, auf Verlangen eines Betheiligten löschen zu lassen.

§ 12. Das durch die Anmeldung eines Waarenzeichens erlangte Recht erlischt:

1. mit der Zurücknahme der Anmeldung oder mit dem Antrage auf Löschung seitens des Inhabers der berechtigten Firma;
2. mit dem Eintritte eines der im § 5 No. 1—3 bezeichneten Fälle.

§ 13. Jeder inländische Producent oder Handeltreibende kann gegen denjenigen, welcher Waaren oder deren Verpackung mit einem für den ersteren nach Massgabe dieses Gesetzes zu schützenden Waarenzeichen oder mit dem Namen oder der Firma des ersteren widerrechtlich bezeichnet, im Wege der Klage beantragen, dass derselbe für nicht berechtigt erklärt werde, diese Bezeichnung zu gebrauchen.

Desgleichen kann der Producent oder Handeltreibende gegen denjenigen, welcher dergleichen widerrechtlich bezeichnete Waaren in Verkehr bringt oder feilhält, im Wege der Klage beantragen, dass derselbe für nicht berechtigt erklärt werde, so bezeichnete Waaren in Verkehr zu bringen oder feil zu halten.

§ 14. Wer Waaren oder deren Verpackung wissentlich mit einem nach Massgabe dieses Gesetzes zu schützenden Waarenzeichen oder mit dem Namen oder der Firma eines inländischen Producenten oder Handeltreibenden widerrechtlich bezeichnet oder wissentlich dergleichen widerrechtlich bezeichnete Waaren in Verkehr bringt oder feil hält, wird mit Geldstrafe von einhundertfünfzig bis dreitausend Mark oder mit Gefängniss bis zu sechs Monaten bestraft und ist dem Verletzten zur Entschädigung verpflichtet.

Die Strafverfolgung tritt nur auf Antrag ein.

§ 15. Statt jeder aus diesem Gesetze entspringenden Entschädigung kann auf Verlangen des Beschädigten neben der Strafe auf eine an ihn zu erlegende Busse bis zum Betrage von fünftausend Mark erkannt werden. Für diese Busse haften die zu derselben Verurtheilten als Gesammtschuldner.

Eine erkannte Busse schliesst die Geltendmachung eines weiteren Entschädigungsanspruchs aus.

§ 16. Darüber, ob ein Schaden entstanden ist und wie hoch sich derselbe beläuft, entscheidet das Gericht unter Würdigung aller Umstände nach freier Ueberzeugung.

§ 17. Erfolgt eine Verurtheilung auf Grund des § 14, so ist auf Antrag des Verletzten bezüglich der im Besitze des Verurtheilten befindlichen Waaren auf Vernichtung der Zeichen auf der Verpackung oder den Waaren, oder, wenn die Beseitigung in anderer Weise nicht möglich ist, auf Vernichtung der Verpackung oder der Waaren selbst zu erkennen.

Erfolgt die Verurtheilung im Strafverfahren, so ist dem Verletzten die Befugniss zuzusprechen, die Verurtheilung auf Kosten des Verurtheilten öffentlich bekannt zu machen. Die Art der Bekanntmachung, sowie die Frist zu derselben ist in dem Urtheil zu bestimmen.

§ 18. Der dem Inhaber eines Waarenzeichens, eines Namens oder einer Firma nach Inhalt dieses Gesetzes gewährte Schutz wird dadurch nicht ausgeschlossen, dass das Waarenzeichen, der Name oder die Firma mit Abänderungen wiedergegeben sind, welche nur durch Anwendung besonderer Aufmerksamkeit wahrgenommen werden können.

§ 19. Bürgerliche Rechtsstreitigkeiten, in welchen durch die Klage ein Anspruch auf Grund dieses Gesetzes erhoben wird, gelten im Sinne der Reichs- und Landes-Gesetze als Handelssachen.

§ 20. Auf Waarenzeichen von Gewerbetreibenden, welche im Inlande eine Handels-Niederlassung nicht besitzen, sowie auf die Namen oder die Firmen ausländischer Producenten oder Handeltreibenden finden, wenn in dem Staate, wo ihre Niederlassung sich befindet, nach einer in dem Reichs-Gesetzblatt enthaltenen Bekanntmachung deutsche Waarenzeichen, Namen und Firmen einen Schutz geniessen, die Bestimmungen dieses Gesetzes Anwendung, jedoch in Ansehen der Waarenzeichen (§ 1) mit folgenden Massgaben:

1. Die Anmeldung eines Waarenzeichens hat bei dem Handels-Gerichte in Leipzig mit der Erklärung zu erfolgen, dass sich der Anmeldende für Klagen auf Grund dieses Gesetzes der Gerichtsbarkeit des genannten Gerichts unterwirft;
2. Mit der Anmeldung ist der Nachweis zu verbinden, dass in dem fremden Staate die Voraussetzungen erfüllt sind, unter welchen der Anmeldende dort einen Schutz für das Zeichen beanspruchen kann;
3. Die Anmeldung begründet ein Recht auf das Zeichen nur insofern und auf so lange, als in dem fremden Staate der Anmeldende in der Benutzung des Zeichens geschützt ist.

§ 21. Dieses Gesetz tritt mit dem 1. Mai 1875 in Kraft.

Auf Waarenzeichen, welche bis zu diesem Tage landesgesetzlich geschützt waren, finden jedoch die landesgesetzlichen Bestimmungen noch bis dahin, dass die Anmeldung nach Massgabe gegenwärtigen Gesetzes erfolgt ist, längstens bis zum 1. October 1875 Anwendung.

Urkundlich etc.

Gegeben Berlin, den 30. November 1874.

(L. S.) **Wilhelm.**

Fürst v. Bismarck.

C. Musterschutzgesetz.

§ 1. Das Recht, ein gewerbliches Muster oder Modell ganz oder theilweise nachzubilden, steht dem Urheber desselben ausschliesslich zu.

Als Muster oder Modelle im Sinne dieses Gesetzes werden nur neue und eigenthümliche Erzeugnisse angesehen.

§ 2. Bei solchen Mustern und Modellen, welche von den in einer inländischen gewerblichen Anstalt beschäftigten Zeichnern, Malern, Bildhauern etc. im Auftrage oder für Rechnung des Eigenthümers der gewerblichen Anstalt angefertigt werden, gilt der letztere, wenn durch Vertrag nichts anderes bestimmt ist, als der Urheber der Muster und Modelle.

§ 3. Das Recht des Urhebers geht auf dessen Erben über. Dieses Recht kann beschränkt oder unbeschränkt durch Vertrag oder durch Verfügung von Todeswegen auf Andere übertragen werden.

§ 4. Die freie Benutzung einzelner Motive eines Musters oder Modelles zur Herstellung eines neuen Musters oder Modelles ist als Nachbildung nicht anzusehen.

§ 5. Jede Nachbildung eines Musters oder Modelles, welche in der Absicht, dieselbe zu verbreiten, ohne Genehmigung des Berechtigten (§§ 1—3) hergestellt wird, ist verboten. Als verbotene Nachbildung ist auch anzusehen:

1. wenn bei Hervorbringung derselben ein anderes Verfahren angewendet worden ist als bei dem Originalwerke, oder wenn die Nachbildung für einen anderen Gewerbszweig bestimmt ist als das Original;
2. wenn die Nachbildung in anderen räumlichen Abmessungen oder Farben hergestellt wird als das Original, oder wenn sie sich vom Original nur durch solche Abänderungen unterscheidet, welche nur bei Anwendung besonderer Aufmerksamkeit wahrgenommen werden können;
3. wenn die Nachbildung nicht unmittelbar nach dem Originalwerke, sondern mittelbar nach einer Nachbildung desselben geschaffen ist.

§ 6. Als verbotene Nachbildung ist nicht anzusehen:

1. die Einzelcopie eines Musters oder Modells, sofern dieselbe ohne die Absicht der gewerbsmässigen Verbreitung und Verwerthung angefertigt wird;
2. die Nachbildung von Mustern, welche für Flächenerzeugnisse bestimmt sind, durch plastische Erzeugnisse, und umgekehrt;
3. die Aufnahme von Nachbildungen einzelner Muster oder Modelle in ein Schriftwerk.

§ 7. Der Urheber eines Musters oder Modells geniesst den Schutz gegen Nachbildung nur dann, wenn er dasselbe zur Eintragung in das Musterregister angemeldet und ein Exemplar oder eine Abbildung des Musters etc. bei der mit Führung des Musterregisters beauftragten Behörde niedergelegt hat.

Die Anmeldung und Niederlegung muss erfolgen, bevor ein nach dem Muster oder Modelle gefertigtes Erzeugniss verbreitet wird.

§ 8. Der Schutz des gegenwärtigen Gesetzes gegen Nachbildung wird dem Urheber des Musters oder Modells nach seiner Wahl ein bis drei Jahre lang, vom Tage der Anmeldung (§ 7) ab, gewährt.

Der Urheber ist berechtigt, gegen Zahlung der im § 12 Absatz 3 bestimmten Gebühr, eine Ausdehnung der Schutzfrist bis auf höchstens fünfzehn Jahre zu verlangen. Die Verlängerung der Schutzfrist wird in dem Musterregister eingetragen.

Der Urheber kann das ihm nach Absatz 2 zustehende Recht ausser bei der Anmeldung auch bei Ablauf der dreijährigen und der zehnjährigen Schutzfrist ausüben.

§ 9. Das Musterregister wird von den mit der Führung der Handelsregister beauftragten Gerichtsbehörden geführt.

Der Urheber hat die Anmeldung und Niederlegung des Musters oder Modells bei der Gerichtsbehörde seiner Hauptniederlassung und falls er eine eingetragene Firma nicht besitzt, bei der betreffenden Gerichtsbehörde seines Wohnortes zu bewirken.

Urheber, welche im Inlande weder eine Niederlassung, noch einen Wohnsitz haben, müssen die Anmeldung und Niederlegung bei dem Handelsgerichte (Reichsgericht) in Leipzig bewirken.

Die Muster oder Modelle können offen oder versiegelt, einzeln oder in Packeten niedergelegt werden. Die Packete dürfen jedoch nicht mehr als 50 Muster oder Modelle enthalten und nicht mehr als 10 Kilogramm wiegen. Die näheren Vorschriften über die Führung des Musterregisters erlässt das Reichskanzler-Amt.

Die Eröffnung der versiegelt niedergelegten Muster erfolgt drei Jahre nach der Anmeldung (§ 7) beziehentlich, wenn die Schutzfrist eine kürzere ist, nach dem Ablaufe derselben.

Die Eintragung und die Verlängerung der Schutzfrist (§ 8 Alinea 2) wird monatlich im Deutschen Reichsanzeiger bekannt gemacht. Die Kosten der Bekanntmachung hat der Anmeldende zu tragen.

§ 10. Die Eintragungen in das Musterregister werden bewirkt, ohne dass eine zuvorige Prüfung über die Berechtigung des Antragstellers oder über die Richtigkeit der zur Eintragung angemeldeten Thatsachen stattfindet.

§ 11. Es ist jedermann gestattet, von dem Musterregister und den nicht versiegelten Mustern und Modellen Einsicht zu nehmen und sich beglaubigte Auszüge aus dem Musterregister ertheilen zu lassen. In Streitfällen darüber, ob ein Muster oder Modell gegen Nachbildung geschützt ist, können zur Herbeiführung der Entscheidung auch die versiegelten Packete von der mit der Führung des Musterregisters beauftragten Behörde geöffnet werden.

§ 12. Alle Eingaben, Verhandlungen, Atteste, Beglaubigungen, Zeugnisse, Auszüge etc., welche die Eintragung in das Musterregister betreffen, sind stempelfrei.

Für jede Eintragung und Niederlegung eines einzelnen Musters oder eines Packetes mit Mustern etc. (§ 9) wird, insofern die Schutzfrist auf nicht länger als drei Jahre beansprucht wird (§ 8 Absatz 1), eine Gebühr von 1 Mark für jedes Jahr erhoben.

Nimmt der Urheber in Gemässheit des § 8 Absatz 2 eine längere Schutzfrist in Anspruch, so hat er für jedes weitere Jahr bis zum zehnten Jahre einschliesslich eine Gebühr von 2 Mark, von elf bis fünfzehn Jahren eine Gebühr von 3 Mark für jedes einzelne Muster oder Modell zu entrichten. Für jeden Eintragungsschein, sowie für jeden sonstigen Auszug aus dem Musterregister wird eine Gebühr von je 1 Mark erhoben.

§ 13. Derjenige, welcher nach Massgabe des § 7 das Muster oder Modell zur Eintragung in das Musterregister angemeldet und niedergelegt hat, gilt bis zum Gegenbeweise als Urheber.

§ 14. Die Bestimmungen in den §§ 18—36, 38 des Gesetzes vom 11. Juni 1870, betreffend das Urheberrecht an Schriftwerken etc. (Bundes-Gesetzbl. 1870. S. 339), finden auch auf das Urheberrecht an Mustern und Modellen mit der Massgabe entsprechende Anwendung, dass die vorräthigen Nachbildungen und die zur widerrechtlichen Vervielfältigung bestimmten Vorrichtungen nicht vernichtet, sondern auf Kosten des Eigenthümers und nach Wahl desselben entweder ihrer gefährdenden Form entkleidet, oder bis zum Ablaufe der Schutzfrist amtlich aufbewahrt werden.

Die Sachverständigen-Vereine, welche nach § 31 des genannten Gesetzes Gutachten über die Nachbildung von Mustern oder Modellen abzugeben haben, sollen aus Künstlern, aus Gewerbtreibenden verschiedener Gewerbzweige und aus sonstigen Personen, welche mit dem Muster- und Modellwesen vertraut sind, zusammengesetzt werden.

§ 15. Bürgerliche Rechtsstreitigkeiten, in welchen auf Grund der Bestimmungen dieses Gesetzes eine Klage wegen Entschädigung, Bereicherung oder Einziehung angestellt wird, gelten im Sinne der Reichs- und Landesgesetze als Handelssachen.

§ 16. Das gegenwärtige Gesetz findet Anwendung auf alle Muster und Modelle inländischer Urheber, sofern die nach den Mustern oder Modellen hergestellten Erzeugnisse im Inlande verfertigt sind, gleichviel ob dieselben im Inlande oder Auslande verbreitet werden.

Wenn ausländische Urheber im Gebiete des Deutschen Reichs ihre gewerbliche Niederlassung haben, so geniessen sie für die im Inlande gefertigten Erzeugnisse den Schutz des gegenwärtigen Gesetzes.

Im übrigen richtet sich der Schutz der ausländischen Urheber nach den bestehenden Staatsverträgen.

§ 17. Das gegenwärtige Gesetz tritt mit dem 1. April 1876 in Kraft. Es findet Anwendung auf alle Muster und Modelle, welche nach dem Inkrafttreten desselben angefertigt worden sind.

Muster und Modelle, welche vor diesem Tage angefertigt worden sind, geniessen den Schutz des Gesetzes nur dann, wenn das erste nach dem Muster etc. gefertigte Erzeugniss erst nach dem Inkrafttreten des Gesetzes verbreitet worden ist.

Muster und Modelle, welche schon bisher landesgesetzlich geschützt waren, behalten diesen Schutz; jedoch kann derselbe nur für denjenigen räumlichen Umfang geltend gemacht werden, für welchen er durch die Landesgesetzgebung ertheilt war.

Urkundlich etc.

Gegeben Berlin, den 11. Januar 1876.

(L. S.) **Wilhelm.**

Fürst v. Bismarck.

D. Deutsche und preussische Dampfkessel-Gesetze.

a. Allgemeine polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von Dampfkesseln.

(Erlass des Reichskanzlers vom 29. Mai 1871.)

I. Bau der Dampfkessel.

§ 1. (Kesselwandungen.) Die vom Feuer berührten Wandungen der Dampfkessel, der Feuerröhren und der Siederöhren dürfen nicht aus Gusseisen hergestellt werden, sofern deren lichte Weite bei cylindrischer Gestalt 25 cm, bei Kugelgestalt 30 cm übersteigt.

Die Verwendung von Messingblech ist nur für Feuerröhren, deren lichte Weite 10 cm nicht übersteigt, gestattet.

§ 2. (Feuerzüge.) Die um oder durch einen Dampfkessel gehenden Feuerzüge müssen an ihrer höchsten Stelle in einem Abstand von mindestens 10 cm unter dem festgesetzten niedrigsten Wasserspiegel des Kessels liegen. Bei Dampfschiffskesseln von 1 bis 2 m Breite muss der Abstand mindestens 15 cm, bei solchen von grösserer Breite mindestens 25 cm betragen.

Diese Bestimmungen finden keine Anwendung auf Dampfkessel, welche aus Siederöhren von weniger als 10 cm Weite bestehen, sowie auf solche Feuerzüge, in welchen ein Erglühen des mit dem Dampfraum in Berührung stehenden Theiles der Wandungen nicht zu befürchten ist. Die Gefahr des Erglühens ist in der Regel als ausgeschlossen zu betrachten, wenn die vom Wasser bespülte Kesselfläche, welche von dem Feuer vor Erreichung der vom Dampfe bespülten Kesselfläche bestrichen wird, bei natürlichem Luftzug mindestens vierzigmal so gross ist als die Fläche des Feuerrostes.

II. Ausrüstung der Dampfkessel.

§ 3. (Speisung.) An jedem Dampfkessel muss ein Speiseventil angebracht sein, welches bei Abstellung der Speisevorrichtung durch den Druck des Kesselwassers geschlossen wird.

§ 4. Jeder Dampfkessel muss mit zwei zuverlässigen Vorrichtungen zur Speisung versehen sein, welche nicht von derselben Betriebsvorrichtung abhängig sind und von denen jede für sich im stande ist, dem Kessel die zur Speisung erforderliche Wassermenge zuzuführen. Mehrere zu einem Betriebe vereinigte Dampfkessel werden hierbei als ein Kessel angesehen.

§ 5. (Wasserstandszeiger.) Jeder Dampfkessel muss mit einem Wasserstandsglase und mit einer zweiten geeigneten Vorrichtung zur Erkennung seines Wassertandes versehen sein. Jede dieser Vorrichtungen muss eine gesonderte Verbindung mit dem Inneren des Kessels haben, es sei denn, dass die gemeinschaftliche Verbindung durch eiu Rohr von mindestens 60 qcm lichtem Querschnitt hergestellt ist.

§ 6. Werden Probirhähne zur Anwendung gebracht, so ist der unterste derselben in der Ebene des festgesetzten niedrigsten Wasserstandes anzubringen. Alle Probirhähne müssen so eingerichtet sein, dass man behufs Entfernung von Kesselstein in gerader Richtung hindurchstossen kann.

§ 7. (Wasserstandsmarke.) Der für den Dampfkessel festgesetzte niedrigste Wasserstand ist an dem Wasserstandsglase, sowie an der Kesselwandung oder dem Kesselmauerwerk durch eine in die Augen fallende Marke zu bezeichnen.

§ 8. (Sicherheitsventil.) Jeder Dampfkessel muss mit wenigstens einem zuverlässigen Sicherheitsventil versehen sein.

Wenn mehrere Kessel einen gemeinsamen Dampfsammler haben, von welchem sie nicht einzeln abgesperrt werden können, so genügen für dieselben zwei Sicherheitsventile.

Dampfschiffs-, Locomobil- und Locomotivkessel müssen immer mindestens zwei Sicherheitsventile haben. Bei Dampfschiffskesseln, mit Ausschluss derjenigen auf Seeschiffen, ist dem einen Ventil eine solche Stellung zu geben, dass die vorgeschriebene Belastung vom Verdeck aus mit Leichtigkeit untersucht werden kann.

Die Sicherheitsventile müssen jederzeit gelüftet werden können. Sie sind höchstens so zu belasten, dass sie bei Eintritt der für den Kessel festgesetzten Dampfspannung den Dampf entweichen lassen.

§ 9. (Manometer.) An jedem Dampfkessel muss ein zuverlässiges Manometer angebracht sein, an welchem die festgesetzte höchste Dampfspannung durch eine in die Augen fallende Marke zu bezeichnen ist.

An Dampfschiffskesseln müssen zwei dergleichen Manometer angebracht werden, von denen sich das eine im Gesichtskreise des Kesselwärters, das andere mit Ausnahme der Seeschiffe auf dem Verdeck an einer für die Beobachtung bequemen Stelle befindet. Sind auf einem Dampfschiffe mehrere Kessel vorhanden, deren Dampfräume miteinander in Verbindung stehen, so genügt es, wenn ausser den an einzelnen Kesseln befindlichen Manometern auf dem Verdeck ein Manometer angebracht ist.

§ 10. (Kesselmarke.) An jedem Dampfkessel muss die festgesetzte höchste Dampfspannung, der Name des Fabrikanten, die laufende Fabriknummer und das Jahr der Anfertigung in leicht erkennbarer und dauerhafter Weise angegeben sein.

III. Prüfung der Dampfkessel.

§ 11. (Druckprobe). Jeder neu aufzustellende Dampfkessel muss nach seiner letzten Zusammensetzung vor der Einmauerung oder Ummantelung unter Verschluss sämmtlicher Oeffnungen mit Wasserdruck geprüft werden.

Die Prüfung erfolgt bei Dampfkesseln, welche für eine Dampfspannung von nicht mehr als fünf Atmosphären Ueberdruck bestimmt sind, mit dem zweifachen Betrage des beabsichtigten Ueberdruckes, bei allen übrigen Dampfkesseln mit einem Drucke, welcher den beabsichtigten Ueberdruck um fünf Atmosphären übersteigt. Unter Atmosphärendruck wird ein Druck von einem Kilogramm auf den Quadratcentimeter verstanden.

Die Kesselwandungen müssen dem Probedruck widerstehen, ohne eine bleibende Veränderung ihrer Form zu zeigen und ohne undicht zu werden. Sie sind für undicht zu erachten, wenn das Wasser bei dem höchsten Drucke in anderer Form als der von Nebel oder feinen Perlen durch die Fugen dringt.

§ 12. Wenn Dampfkessel eine Ausbesserung in der Kesselfabrik erfahren haben, oder wenn sie behufs der Ausbesserung an der Betriebsstätte ganz blosgelegt worden sind, so müssen sie in gleicher Weise wie neu aufzustellende Kessel der Prüfung mittelst Wasserdruckes unterworfen werden.

Wenn bei Kesseln mit innerem Feuerrohr ein solches Rohr und bei den nach Art der Locomotivkessel gebauten Kesseln die Feuerbüchse behufs Ausbesserung oder Erneuerung herausgenommen, oder wenn bei cylindrischen und Siedekesseln eine oder mehrere Platten neu eingezogen werden, so ist nach der Ausbesserung oder Erneuerung ebenfalls die Prüfung mittelst Wasserdruckes vorzunehmen. Der völligen Bloslegung des Kessels bedarf es hier nicht.

§ 13. (Prüfungsmanometer.) Der bei der Prüfung ausgeübte Druck darf nur durch ein genügend hohes offenes Quecksilbermanometer, oder durch das von dem prüfenden Beamten geführte amtliche Manometer festgestellt werden.

An jedem Dampfkessel muss sich eine Einrichtung befinden, welche dem prüfenden Beamten die Anbringung des amtlichen Manometers gestattet.

IV. Aufstellung der Dampfkessel.

§ 14. (Aufstellungsort.) Dampfkessel, welche für mehr als vier Atmosphären Ueberdruck bestimmt sind, und solche, bei welchen das Product aus der feuerberührten Fläche in Quadratmetern und der Dampfspannung in Atmosphären Ueberdruck mehr als zwanzig beträgt, dürfen unter Räumen, in welchen Menschen sich aufzuhalten pflegen, nicht aufgestellt werden. Innerhalb solcher Räume ist ihre Aufstellung unzulässig, wenn dieselben überwölbt oder mit fester Balkendecke versehen sind.

An jedem Dampfkessel, welcher unter Räumen, in welchen Menschen sich aufzuhalten pflegen, aufgestellt wird, muss die Feuerung so eingerichtet sein, dass die Einwirkung des Feuers auf den Kessel sofort gehemmt werden kann.

Dampfkessel, welche aus Sideröhren von weniger als 10 cm Weite bestehen, und solche, welche in Bergwerken unterirdisch oder in Schiffen aufgestellt werden, unterliegen diesen Bestimmungen nicht.

§ 15. (Kesselmauerung.) Zwischen dem Mauerwerk, welches den Feuerraum und die Feuerzüge feststehender Dampfkessel einschliesst, und den dasselbe umgebenden Wänden muss ein Zwischenraum von mindestens 8 cm verbleiben, welcher oben abgedeckt und an den Enden verschlossen werden darf.

V. Allgemeine Bestimmungen.

§ 16. Wenn Dampfkesselanlagen, die sich zur Zeit bereits in Betrieb befinden, den vorstehenden Bestimmungen aber nicht entsprechen, eine Veränderung der Betriebsstätte erfahren sollen, so kann bei deren Genehmigung eine Abänderung in dem Bau der Kessel nach Maassgabe der §§ 1 und 2 nicht gefordert werden. Dagegen finden im übrigen die vorstehenden Bestimmungen auch für solche Fälle Anwendung.

§ 17. Die Centralbehörden der einzelnen Bundesstaaten sind befugt, in einzelnen Fällen von der Beachtung der vorstehenden Bestimmungen zu entbinden.

§ 18. Die vorstehendon Bestimmungen finden keine Anwendung 1. auf Kochgefässe, in welchen mittelst Dampfes, der einem anderweitigen Dampfentwickler entnommen ist, gekocht wird; 2. auf Dampfüberhitzer oder Behälter, in welchen Dampf, der einem anderweitigen Dampfentwickler entnommen ist, durch Einwirkung von Feuer besonders erhitzt wird; 3. auf Kochkessel, in welchen Dampf aus Wasser durch Einwirkung von Feuer erzeugt wird, wofern dieselben mit der Atmosphäre durch ein unverschliessbares, in den Wasserraum hinabreichendes Standrohr von nicht über 5 Meter Höhe und mindestens 8 cm Weite verbunden sind.

§ 19. In Bezug auf die Kessel in Eisenbahnlocomotiven bleiben auch ferner noch die Bestimmungen des Bahnpolizeireglements für Eisenbahnen vom 3. Juni 1870 in Geltung.

b. Gesetz, den Betrieb der Dampfkessel betreffend.

Vom 3. Mai 1872.

Wir Wilhelm, von Gottes Gnaden König von Preussen u. s. w. verordnen, mit Zustimmung der beiden Häuser des Landtages was folgt:

§ 1. Die Besitzer von Dampfkesselanlagen oder die an ihrer Statt zur Leitung des Betriebes bestellten Vertreter, sowie die mit der Wartung von Dampfkesseln beauftragten Arbeiter sind verpflichtet, dafür Sorge zu tragen, dass während des Betriebes die bei Genehmigung der Anlage oder allgemein vorgeschriebenen Sicherheitsvorrichtungen bestimmungsmässig benutzt und Kessel, die sich nicht in gefahrlosem Zustande befinden, nicht im Betriebe erhalten werden.

§ 2. Wer den ihm nach § 1 obliegenden Verpflichtungen zuwiderhandelt, verfällt in eine Geldstrafe bis zu 200 Thlr. oder in eine Gefängnisstrafe bis zu drei Monaten.

§ 3. Die Besitzer von Dampfkesselanlagen sind verpflichtet, eine amtliche Revision des Betriebes durch Sachverständige zu gestatten, die zur Untersuchung der Kessel benöthigten Arbeitskräfte und Vorrichtungen bereit zu stellen und die Kosten der Revision zu tragen.

Die näheren Bestimmungen über die Ausführung dieser Vorschrift hat der Minister für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten zu erlassen.

§ 4. Alle mit diesem Gesetze nicht im Einklange stehenden Bestimmungen, insbesondere das Gesetz, den Betrieb der Dampfkessel betreffend, vom 7. Mai 1856 (Gesetzsammlung S. 295), werden aufgehoben.

Urkundlich etc.

c. Regulativ zur Ausführung des Gesetzes vom 3. Mai 1872, den Betrieb der Dampfkessel betreffend.

Auf Grund der Vorschrift im § 3 des Gesetzes vom 3. Mai 1872, den Betrieb der Dampfkessel betreffend, wird Nachfolgendes verordnet:

1. Ein jeder im Betriebe befindliche Dampfkessel soll von Zeit zu Zeit einer technischen Untersuchung unterliegen.

Es bleibt vorbehalten, Ausnahmen hiervon nachzulassen, insoweit dies im Interesse der öffentlichen Sicherheit unbedenklich erscheint.

2. Die technische Untersuchung hat zum Zweck, den Zustand der Kesselanlage überhaupt, deren Uebereinstimmung mit dem Inhalt der Genehmigungsurkunde und die bestimmungsmässige Benutzung der bei Genehmigung der Anlage oder allgemein vorgeschriebenen Sicherheitsvorrichtungen festzustellen.

3. Die Untersuchung erfolgt hinsichtlich der Dampfkessel auf Bergwerken, Aufbereitungsanstalten und Salinen, auf welche die Vorschriften des allgemeinen Berggesetzes vom 24. Juni 1865 Anwendung finden, durch die Bergrevierbeamten, im übrigen durch die von der zuständigen Staatsbehörde dazu berufenen Sachverständigen. Namen und Wohnort derselben wird, unter Bezeichnung des Bezirkes, auf welchen ihr Auftrag sich erstreckt, durch das Amtsblatt bekannt gemacht.

Bewegliche Dampfkessel gehören zu demjenigen Bezirke, in welchem ihr Besitzer oder dessen Vertreter wohnt, Dampfschiffskessel zu demjenigen, in welchem die Schiffe überwintern, oder falls dies ausserhalb Landes geschieht, zu demjenigen, in welchem ihr Hauptanlegeplatz sich befindet.

4. Dampfkessel, deren Besitzer Vereinen angehören, welche eine regelmässige und sorgfältige Ueberwachung der Kessel vornehmen lassen, können mit Genehmigung des Ministeriums für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten von der amtlichen Revision befreit werden.

Es bedarf einer öffentlichen Bekanntmachung durch das Amtsblatt, wenn einem Vereine eine solche Vergünstigung gewährt oder dieselbe wieder entzogen worden ist.

Ausnahmsweise kann auch einzelnen Dampfkesselbesitzern, welche für eine regelmässige Ueberwachung ihrer Dampfkessel entsprechende Einrichtungen getroffen haben, die gleiche Vergünstigung zu theil werden.

5. Die vorgedachten Vereine haben den königlichen Regierungen (resp. Landdrosteien, Oberbergämtern, in Berlin dem königlichen Polizeipräsidium) ein Verzeichniss der dem Verein angehörenden Kesselbesitzer unter Angabe der Anzahl der von denselben in dem Bezirke betriebenen Kessel, sowie eine Uebersicht aller in dem Laufe des Jahres ausgeführten Untersuchungen, welche zugleich deren Art und Ergebniss ersehen lässt, am Jahresschluss einzureichen. Sie haben ferner von jeder Aufnahme eines Kessels in den Verband und von jedem Ausscheiden aus demselben dem zur amtlichen Untersuchung der Dampfkessel in dem betreffenden Bezirke berufenen Sachverständigen unverzüglich Nachricht zu geben.

Die veröffentlichten Jahresberichte sind regelmässig dem Ministerium für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten vorzulegen.

Die Vorschriften im ersten Absatze finden auch auf einzelne von der amtlichen Aufsicht befreite Kesselbesitzer (4) Anwendung.

6. Die amtliche Untersuchung der Dampfkessel ist eine äussere und eine innere. Jene findet alle zwei Jahre, diese alle sechs Jahre statt und ist dann mit jener zu verbinden.

7. Die äussere Untersuchung besteht vornehmlich in einer Prüfung der ganzen Betriebsweise des Kessels; eine Unterbrechung des Betriebes darf dabei nur verlangt werden, wenn Anzeichen gefahrbringender Mängel, deren Dasein und Umfang anders nicht festgestellt werden kann, sich ergeben haben.

Die Untersuchung ist vornehmlich zu richten: auf die Vorrichtungen zum regelmässigen Speisen des Kessels; auf die Ausführung und den Zustand der Mittel, den Normalwasserstand in dem Kessel zu allen Zeiten mit Sicherheit beurtheilen zu können; auf die Vorrichtungen, welche gestatten, den etwaigen Niederschlag an den Kesselwandungen zu entdecken und den Kessel zu reinigen; auf die Vorrichtungen zum Erkennen der Spannung der Dämpfe im Kessel; auf die Ausführung und den Zustand der Mittel, den Dämpfen einen freien Abzug zu gestatten, wenn die Normalspannung überschritten wird, auf die Ausführung und den Zustand der Feuerungsanlage selbst, die Mittel zur Regelung und Absperrung des Zutrittes der atmosphärischen Luft und zur thunlichst schnellen Beseitigung des Feuers.

Auch ist zu prüfen, ob der Kesselwärter die zur Sicherheit des Betriebes erforderlichen Vorrichtungen kennt und anzuwenden versteht.

8. Die innere Untersuchung erstreckt sich auf den Zustand der Kesselanlage überhaupt; sie umfasst auch die Prüfung der Widerstandsfähigkeit der Kesselwände und des Zustandes des Kesselinneren. Sie ist stets mit einer Probe durch Wasserdruck nach § 11 der allgemeinen Bestimmungen für die Anlage von Dampfkesseln vom 29. Mai 1871 zu verbinden. Behufs ihrer Ausführung muss der Betrieb des Kessels eingestellt werden.

Die Untersuchung ist vornehmlich zu richten: auf die Beschaffenheit der Kesselwandungen, Nieten und Anker im Aeusseren wie im Inneren des Kessels, sowie der Heiz- und Rauchrohre, der Verbindungsstutzen, wobei zu ermitteln ist, ob die Dauerhaftigkeit dieser Theile durch den Gebrauch gefährdet ist und die nach Art der Locomotivfeuerröhren eingesetzten Röhren nöthigenfalls herauszuziehen sind; auf das Vorhandensein und die Natur des Kesselsteines; auf den Zustand der Wasserleitungsröhren und der Reinigungsöffnungen, auf den Zustand der Speise- und Dampfventile; auf den Zustand der Verbindungsröhren zwischen Kessel und Manometer resp. Wasserstandszeiger, sowie der übrigen Sicherheitsvorrichtungen; auf den Zustand des Rostes, der Feuerbrücke und der Feuerzüge ausserhalb wie innerhalb des Kessels.

Die Ummauerung oder Ummantelung des letzteren muss, wenn die Untersuchung sich durch Befahrung der Züge oder auf andere einfache Weise nicht zur Genüge bewirken lässt, an einzelnen zu untersuchenden Stellen, oder wenn es sich als nothwendig herausstellt, gänzlich beseitigt werden.

9. Werden bei einer Untersuchung erhebliche Unregelmässigkeiten in dem Betriebe ermittelt, so kann nach Ermessen des Beamten in dem folgenden Jahre die äussere Untersuchung wiederholt werden.

Hat eine Untersuchung Mängel ergeben, welche Gefahr herbeiführen, und wird diesen nicht sofort abgeholfen, so muss nach Ablauf der zur Herstellung des vorschriftmässigen Zustandes erforderlichen Frist die Untersuchung von neuem vorgenommen werden.

Befindet sich der Kessel bei der Untersuchung in einem Zustande, welcher eine unmittelbare Gefahr einschliesst, so ist die Fortsetzung des Betriebes bis zur Beseitigung der Gefahr zu untersagen. Vor der Wiederaufnahme des Betriebes ist in diesem Falle die ganze Untersuchung zu wiederholen und der vorschriftsmässige Zustand der Anlage festzustellen.

10. Die äussere Untersuchung erfolgt ohne vorherige Benachrichtigung des Kesselbesitzers.

Von der bevorstehenden inneren Untersuchung ist der Besitzer mindestens vier Wochen vorher zu unterrichten; über die Wahl des Zeitpunktes für diese Untersuchung soll der Sachverständige sich mit dem Besitzer zu verständigen suchen, um den Betrieb der Anlage so wenig wie möglich zu beeinträchtigen.

Bewegliche Dampfkessel sind von den Besitzern oder deren Vertretern im Laufe des Revisionsjahres nach ergangener Aufforderung an einem beliebigen Orte innerhalb des Revisionsbezirkes für die Untersuchung bereit zu stellen.

Durch die Untersuchung der Dampfschiffskessel dürfen die Fahrten der Schiffe nicht gestört werden. Die innere Untersuchung von Dampfschiffskesseln ist vor dem Beginn der Fahrten des betreffenden Jahres zu bewirken.

Falls ein Kesselbesitzer der Anforderung des zur Untersuchung berufenen Beamten, den Kessel für die Untersuchung bereit zu stellen, nicht entspricht, so ist auf Antrag des Beamten der Betrieb des Kessels bis auf weiteres polizeilich still zu legen.

Die zur Ausführung der Untersuchung erforderliche Arbeitshilfe hat der Besitzer des Kessels den Beamten auf Verlangen unentgeltlich zur Verfügung zu stellen.

11. Für jeden Kessel hat der Kesselbesitzer ein Revisionsbuch zu halten, welches bei dem Kessel

aufzubewahren ist. Dem Buche ist die nach Maassgabe der Nr. 6 der Anweisung zur Ausführung der Gewerbeordnung vom 21. Juni 1869 oder der früheren entsprechenden Bestimmungen ertheilte Abnahmebescheinigung anzuhängen.

Der Befund der Untersuchung wird in dieses Revisionsbuch eingetragen. Abschrift des Vermerkes übersendet der Sachverständige der Polizeibehörde des Ortes, an welchem der Kessel sich befindet. Diese hat für die Abstellung der festgesetzten Mängel und Unregelmässigkeiten Sorge zu tragen.

12. Der Sachverständige überreicht am Jahresschluss der königl. Regierung (Landdrostei) des Bezirkes, in Berlin dem königl. Polizei-Präsidium, eine Nachweisung der von ihm im Laufe des Jahres untersuchten Dampfkessel, welche den Namen des Ortes, an welchem der Kessel sich befindet, den Namen des Kesselbesitzers, die Bestimmung des Kessels, den Tag der Revision und in kurzen Worten den Befund derselben ersehen lässt.

13. Für die äussere Untersuchung eines jeden Dampfkessels ist eine Gebühr von 5 Thlrn. zu entrichten. Gehören mehrere Dampfkessel zu einer gewerblichen Anlage, so ist nur für die Untersuchung des ersten Kessels der volle Satz, für die jedes folgenden aber die Hälfte zu entrichten, wenn die Untersuchung innerhalb desselben Jahres erfolgt. Letzteres hat zu geschehen, sofern erhebliche Anstände nicht obwalten. Ist die Untersuchung zugleich eine innere, so beträgt die Gebühr in allen Fällen 10 Thlr. für jeden Kessel.

14. Bei denjenigen ausserordentlichen Untersuchungen (9), welche ausserhalb des Wohnortes des Sachverständigen erfolgen, hat dieser auch auf die bestimmungsmässigen Tagegelder und Reisekosten Anspruch.

15. Gebühren und Kosten (13. 14) werden bei der Polizeibehörde des Ortes, wo die Untersuchung erfolgt ist, liquidirt, durch diese festgesetzt und von dem Kesselbesitzer eingezogen.

d. Bekanntmachung,

betreffend Abänderung der allgemeinen polizeilichen Bestimmungen über die Anlegung von Dampfkesseln, vom 29. Mai 1871 (Reichs-Gesetzbl. S. 122).

Vom 18. Juli 1883.

Auf Grund der Vorschrift im § 24 der Gewerbeordnung für das Deutsche Reich hat der Bundesrath die nachstehenden polizeilichen Bestimmungen erlassen:

1) § 2 Absatz 1, § 7 und § 10 der Bekanntmachung, betreffend allgemeine polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von Dampfkesseln, vom 29. Mai 1871 (Reichs-Gesetzbl. S. 122) werden durch nachstehende Bestimmungen ersetzt:

§ 2 Absatz 1

Die um oder durch einen Dampfkessel gehenden Feuerzüge müssen an ihrer höchsten Stelle in einem Abstand von mindestens 10 cm unter dem festgesetzten niedrigsten Wasserspiegel des Kessels liegen. Dieser Minimalabstand muss für Kessel auf Fluss- und Landseeschiffen bei einem Neigungswinkel der Schiffsbreite gegen die Horizontalebene von 4 Grad, für Kessel auf Seeschiffen bei einem Neigungswinkel von 8 Grad noch gewahrt sein.

§ 7.

Der für den Dampfkessel festgesetzte niedrigste Wasserstand ist an dem Wasserstandsglase, sowie an der Kesselwandung oder dem Kesselmauerwerk durch eine in die Augen fallende Marke zu bezeichnen.

An der Aussenwand jedes Dampfschiffskessels ist die Lage der höchsten Feuerzüge nach der Richtung der Schiffsbreite in leicht erkennbarer, dauerhafter Weise kenntlich zu machen; ferner sind an derselben zwei Wasserstandsgläser in einer zur Längenrichtung des Schiffes normalen Ebene, in gleicher Höhe, symmetrisch zur Kesselmitte und möglichst weit von ihr nach rechts und links abstehend anzubringen. Durch das hierdurch bei Dampfschiffskesseln geforderte zweite Wasserstandsglas wird die im § 5 angeordnete zweite Vorrichtung zur Erkennung des Wasserstandes nicht entbehrlich gemacht.

§ 10.

An jedem Dampfkessel muss die festgesetzte höchste Dampfspannung, der Name des Fabrikanten, die laufende Fabriknummer und das Jahr der Anfertigung, bei Dampfschiffskesseln ausserdem die Maassziffer des festgesetzten niedrigsten Wasserstandes auf eine leicht erkennbare und dauerhafte Weise angegeben sein.

2) Für Dampfschiffskessel, welche zur Zeit bereits fertig hergestellt sind, hat es bei den bisherigen Vorschriften dergestalt sein Bewenden, dass eine Abänderung solcher Kessel nach Maassgabe der vorstehenden Bestimmungen nicht gefordert werden kann.

3) Die für Dampfschiffskessel getroffenen Bestimmungen finden auf alle Dampfkessel, welche mit einem Schiffe dauernd verbunden sind, Anwendung.

Berlin, den 18. Juli 1883.

Der Reichskanzler.
In Vertretung:
Eck.

E. Das österreichische Dampfkesselgesetz.

Verordnung des Handelsministeriums im Einverständnisse mit dem Ministerium des Inneren vom 1. October 1875 mit Abänderungen vom 20. Juli 1877.

In Ausführung des Gesetzes vom 7. Juli 1871 wird verordnet, wie folgt:

§ 1. Als Dampfkessel, im Sinne der gegenwärtigen Verordnung, werden alle jene Gefässe betrachtet, welche dazu dienen, Flüssigkeiten in Dämpfe von einer höheren Spannung als jene des atmosphärischen Luftdruckes zu verwandeln.

§ 2. Die Wahl des Materials, dann die Bestimmung der Stärke desselben, sowie die Art der Construction und Ausführung der Dampfkessel bleibt dem Verfertiger unter seiner eigenen Verantwortung überlassen. Nur die Verwendung von Gusseisen und Messingblech zu den Wandungen der Dampfkessel, der Feuer- und Sicderöhren ist im allgemeinen untersagt; doch ist es gestattet, sich des Messingbleches zu Feuer- und Siederöhren bis 10 (zehn) Centimeter Durchmesser zu bedienen.

Zu den Wandungen sind in obiger Beziehung nicht zu zählen: Dampfdome und Siederohr-Vorköpfe, Mannlochdeckel, Deckel von Reinigungsluken, Rohrstutzen und Deckel zu denselben, dann anderer Armaturstücke, jedoch nur dann, wenn sie weder vom Kesselmauerwerke umschlossen, noch vom Feuer oder den erhitzten Gasen berührt werden und deren Durchmesser nicht mehr als 60 cm beträgt.

Die Decken von Dampfdomen, welch letztere aus Schmiedeeisen construirt sind, dürfen bis zu einem Maximum des äusseren Durchmessers von 75 cm aus Gusseisen angefertigt werden, jedoch darf die Maximal-Spannung eines Kessels, bei welchem von dieser Gestattung Gebrauch gemacht wird, 6 At nicht überschreiten.

Schliessbare Bouilleurs von grösserem Durchmesser als 60 cm müssen, wenn sie mit gusseisernen Böden versehen werden sollen, konisch bis auf 60 cm zulaufende Vorköpfe erhalten.

Für besondere Kesselconstructionen kann die Anwendung des Gusseisens zu anderen als den vorbenannten Constructionstheilen der Wandungen durch das Handelsministerium im Einvernehmen mit dem Ministerium des Inneren von Fall zu Fall bewilligt werden.

Die bezüglichen Eingaben sind stets mit im Maasstabe ausgeführten oder mit den betreffenden Hauptmaassen beschriebenen Zeichnungen der betreffenden Kessel und der fraglichen Constructionstheile zu belegen.

Hinsichtlich der vom Auslande bezogenen Kessel trifft die Verantwortlichkeit auch den Benützer.

§ 3. An jedem Dampfkessel müssen folgende Armaturstücke vorhanden sein, für deren guten Zustand der Kesselbenützer verantwortlich ist:

a) Wenigstens ein Sicherheitsventil, und wenn der Dampfkessel mehr als 2,5 qm Heizfläche hat, mindestens zwei Sicherheitsventile.

Die Belastung derselben muss der Dampfspannung, für welche der Kessel erprobt wurde, entsprechen und sie dürfen bei stationären Dampfkesseln nur mit Gewichten in der Art belastet werden, dass bei mittelbarer Belastung das Gewicht am äussersten Angriffspunkte des Hebels wirkt. Bei anderen Dampfkesseln, welche mit Federwaagen versehen sind, muss die Maximalspannung der Feder der Maximalspannung des Dampfes entsprechend begrenzt und bei Locomobilen wenigstens ein Ventil mit einem Gewichte belastet sein;

b) wenigstens ein richtiges und verlässliches Manometer, auf dessen Theilung die für den betreffenden Kessel zulässige Maximal-Dampfspannung besonders markirt ist. Zur Anbringung eines Control-Manometers muss ein Whitworth'sches Muttergewinde von 3/4 Zoll englisch vorhanden und die Einrichtung so getroffeu sein, dass jedes der beiden Manometer für sich abgesperrt werden kann;

c) wenigstens eine verlässliche Speisevorrichtung, welche den Kessel reichlich mit Wasser versorgen kann und an ihrer Einmündung in denselben mit einem selbstthätigen Ventile zur Verhinderung des Wasserabflusses aus dem Kessel versehen ist.

Für mehrere miteinander verbundene Kessel genügt eine Speisevorrichtung mit einem Speiserohre, jedoch muss jeder Kessel einen nebst der Absperrvorrichtung auch noch mit einem selbstthätigen Ventile versehenen Speisekopf besitzen;

d) mindestens zwei brauchbare Vorrichtungen zur Erkennung des Wasserstandes im Kessel, deren jede für sich direct mit dem Kessel verbunden ist. Von diesen Vorrichtungen, deren eine ein Wasserstandsglas sein muss, hat jede den für den Kessel zulässigen tiefsten Wasserstand deutlich zu markiren. Dieser tiefste Wasserstand muss bei stationären Kesseln mindestens zehn Centimeter über der Feuerlinie und bei beweglichen Kesseln so hoch liegen, dass auch mit Rücksicht auf deren Schwankungen die höchste vom Feuer und den Heizgasen berührte Kesselfläche noch hinreichend vom Wasser bedeckt bleibt.

Auf Dampftrocknungs- und Ueberhitzungs-Apparate, sowie auf solche Kesseltheile, bei welchen ein Erglühen der mit dem Dampfe in Berührung stehenden Kesselwände nicht zu befürchten ist, finden diese letzteren Bestimmungen keine Anwendung.

Die Gefahr des Erglühens ist in der Regel als ausgeschlossen zu betrachten, wenn die Heizgase eine vom Wasser bespülte Fläche des Kessels bestrichen haben, die bei gewöhnlichem Essenzuge (stabile Dampfkessel, Locomobilen) wenigstens zwanzig mal und bei künstlich gesteigertem Zuge (Locomotive, Feuerungen mit Gebläse u. s. w.) vierzig mal so gross ist als die Rostfläche.

Dampfkessel von weniger als achtzig (80) Liter Inhalt sind von den unter b), c) und d) aufgeführten Sicherheitsvorkehrungen befreit.

§ 4. Kein Dampfkessel, welcher mehr als achtzig (80) Liter Inhalt hat, er mag im In- oder Auslande verfertigt worden sein, darf unter Verantwortlichkeit des Benützers früher verwendet werden, bis er der in dieser Verordnung vorgeschriebenen Probe unterworfen und bei derselben als tauglich befunden worden ist.

Diese Probe kann nach freier Wahl der Parteien entweder durch einen der amtlich bestellten Prüfungscommissäre, deren Namen und Wohnsitze nebst dem ihnen zugewiesenen Bezirke von der politischen Landesstelle kundgemacht werden, oder — wenn der Benützer des Kessels einer vom Staate autorisirten Gesellschaft zur Ueberwachung des Dampfkesselbetriebes als wirkliches Mitglied angehört — nach den Bestimmungen des Gesetzes vom 7. Juli 1871 von den amtlich hierzu ermächtigten Organen dieser Gesellschaft vorgenommen werden.

Die Probe hat, gleichviel, ob sie von amtlichen oder Privatorganen vorgenommen wird, stets vor der allfälligen Einmauerung oder Verkleidung des Kessels nach den für die amtliche Prüfung bestehenden Vorschriften stattzufinden. Bei Locomobilen ist die Probe mit der Verkleidung gestattet.

Der bei derselben anzuwendende Probedruck hat bei Dampfkesseln, welche bis zu einer effectiven Dampfspannung von zwei Atmosphären benützt werden sollen, das Doppelte, bei Kesseln, welche für eine höhere Dampfspannung benützt werden sollen, das Ein- und einhalbfache des zulässigen grössten Druckes, vermehrt um den Druck von einer Atmosphäre, zu betragen.

Der Druck einer Atmosphäre ist mit ein Kilogramm auf einen Quadrat-Centimeter zu rechnen.

§ 5. Jeder Dampfkessel muss mit dem Namen des Verfertigers und dem Jahre der Anfertigung bezeichnet sein und es muss die für denselben bewilligte höchste effective Dampfspannung, in Atmosphären oder Kilogrammen auf den Quadrat-Centimeter ausgedrückt, an einer leicht sichtbaren Stelle des Kessels kennbar und dauerhaft ersichtlich gemacht werden.

§ 6. Ueber jede Kesselprobe wird eine Bestätigung ausgestellt, welche der Kesselbenützer aufzubewahren hat.

§ 7. Die Erprobung des Dampfkessels ist in folgenden Fällen zu wiederholen:

a) Wenn eine wesentliche Veränderung der Construction des Kessels vorgenommen wird;

b) wenn bei einer Ausbesserung mehr als der zwanzigste (20.) Theil der Kesseloberfläche ausgewechselt wurde.

Die Auswechslung von Feuerröhren bis zu zehn (10) Centimeter Durchmesser bedingt bei Röhrenkesseln keine neue Erprobung;

c) wenn ein bereits gebrauchter stationärer Kessel in einer anderen gewerblichen Anlage verwendet werden soll.

Ueberdies steht es jedem Kesselbenützer frei, seine Dampfkessel, so oft er es für zweckmässig findet, einer wiederholten Kesselprobe unterziehen zu lassen.

Der Anlass und das befriedigende Ergebniss der wiederholten Kesselprobe ist auf der ursprünglich erfolgten Bestätigung (§ 6) anzumerken.

§ 8. Jeder Dampfkessel ist jährlich mindestens einmal, mit möglichster Vermeidung von Betriebsstörungen, einer Revision zu unterziehen. Auch ist der Dampfkesselbenützer verpflichtet, bei jeder Auswechslung eines Ventiles oder eines Ventilhebels eine Revision zu veranlassen. Die Revisionen werden von dem amtlichen Prüfungscommissär, oder bei jenen Dampfkesselbenützern, welche einer vom Staate autorisirten Gesellschaft zur Ueberwachung des Dampfkesselbetriebes als ordentliche Mitglieder angehören, durch die Organe dieser Gesellschaft vorgenommen.

Bezüglich der Locomobilen, welche ihren Standort wechseln, ist der Benützer eines solchen verpflichtet, alljährlich dem amtlichen Prüfungscommissär, oder wenn der Benützer einer vom Staate autorisirten Gesellschaft zur Ueberwachung des Dampfkesselbetriebes angehört, dem Organe dieser Gesellschaft behufs

der Revisionsvornahme den Standort und die Zeit, wo und wie lange sich der Locomobilkessel dort befinden wird, anzuzeigen.

Jeder Kessel ist vom Zeitpunkte der ersten Erprobung an von fünf zu fünf Betriebsjahren bei Gelegenheit der Jahresrevision einer sorgfältigen Untersuchung unter Vornahme einer Druckprobe mit Anwendung eines Control-Manometers zu unterziehen.

Das Ergebniss der Revision ist auf der ursprünglich ausgestellten Bestätigung (§ 6) anzumerken.

Den vom Untersuchenden aus Anlass der Revision getroffenen Anordnungen ist in jedem Falle unweigerlich Folge zu leisten.

Wenn die Revision durch einen amtlich bestellten Prüfungscommissär vorgenommen wurde, so steht dem Kesselbenützer, insofern er sich durch die getroffenen Anordnungen beschwert findet, die Berufung an die politische Landesbehörde zu.

Diese Berufung hat nur insofern eine aufschiebende Wirkung, als nicht wegen einer zu besorgenden Gefahr die gänzliche Einstellung des Kesselbetriebes angeordnet wurde.

Vorkommende Berufungen sind von den Behörden schleunigst der Erledigung zuzuführen.

§ 9. Bei der Aufstellung oder Einmauerung eines stationären Dampfkessels, dann bei der Verwendung einer Locomobile innerhalb bewohnter Orte, sowie bei der Versetzung eines Dampfkessels oder wesentlichen Veränderungen an den dazu gehörigen Vorrichtungen sind die Feuersicherheits- und Bauvorschriften zu beobachten.

§ 10. Zur Bedienung oder Ueberwachung eines Dampfkessels dürfen nur verlässliche Personen verwendet werden, welche das 18. Lebensjahr zurückgelegt haben und durch ein amtlich beglaubigtes oder von Organen einer vom Staate autorisirten Gesellschaft zur Ueberwachung des Dampfkesselbetriebes ausgestelltes Zeugniss nachzuweisen vermögen, dass sie die Befähigung zur Wartung eines Dampfkessels erworben haben.

§ 11. Jedermann, dem irgend eine Gefahr in Benützung eines Dampfkessels bekannt wird, ist zur Anzeige derselben bei den amtlichen Organen berechtigt.

Verpflichtet zu einer solchen Anzeige sind alle jene Personen, welche bei der Bedienung oder Benutzung eines Dampfkessels verwendet werden, im Falle ihre dem Benützer desselben oder seinen Bestellten erstattete Mittheilung über die drohende Gefahr nicht unverzüglich zur Herstellung eines gefahrlosen Zustandes führen sollte.

Die genannten Personen haften nach den bestehenden Gesetzen für jeden aus der Unterlassung ihrer Anzeige entstehenden Schaden.

Der amtliche Dampfkessel-Prüfungscommissär hat über jede solche Anzeige sofort eine Untersuchung vorzunehmen und deren Resultat der politischen Landesbehörde, sowie, wenn der Dampfkessel unter Privataufsicht steht, auch gleichzeitig dem betreffenden Vereine, unter Bezeichnung der zu treffenden Vorkehrungen, mitzutheilen. Bei bestehender Gefahr hat der amtliche Commissär sogleich die erforderlichen Anordnungen zu treffen.

§ 12. Im Falle der Explosion eines Dampfkessels ist der Benützer desselben verpflichtet, hierüber unverzüglich die Anzeige an die nächste Sicherheitsbehörde zu machen, welche sogleich und ohne Rücksicht, ob der betreffende Kessel unter Staats- oder Privataufsicht steht, stets den für den betreffenden Bezirk von der Regierung bestellten (amtlichen) Prüfungscommissär, behufs gemeinschaftlichen Vorgehens bei der Untersuchung, von dem Vorfalle in Kenntniss setzt. Der Commissär hat bei bedeutenderen Unglücksfällen, oder wenn sich der Verdacht einer strafbaren Handlung ergiebt, das Einschreiten der competenten politischen oder Gerichtsbehörden zu veranlassen, einstweilen aber alles vorzukehren, was zur Sicherstellung des Beweismaterials nothwendig ist.

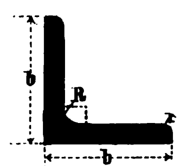
Vor dem Eintreffen der Untersuchungscommission und ohne deren Zustimmung darf an dem Zustande und der Lage des Kessels, sowie an den durch die Explosion berührten Bauten und Einrichtungen keine Veränderung vorgenommen werden, es wäre denn, dass selbe zur Rettung von Menschen aus einer Gefahr für Gesundheit oder Leben, zur Verhütung fernerer Unfälle oder Offenhaltung des Verkehrs auf einer Eisenbahn oder öffentlichen Strasse unvermeidlich erscheinen.

§ 13. Uebertretungen der obigen Vorschriften werden, sofern nicht das allgemeine Strafgesetz Anwendung findet, nach Maassgabe der Ministerial-Verordnung vom 30. September 1857 (R. G. Bl. Nr. 198) mit Geldstrafen bis zu Einhundert Gulden österr. Währung oder Arrest bis zu vierzehn Tagen geahndet.

Diese Verordnung tritt drei Monate nach der Kundmachung derselben in Wirksamkeit.

X. Normal-Profile.

I. Normal-Profile für gleichschenklige Winkel-Eisen.



Für $b \leqq 100$ mm ist d min $= 0{,}1\, b$

Für $b > 100$ mm ist d min $= {}^1/_{11}\, b$

$$R = \frac{d \text{ min} + d \text{ max}}{2} \qquad r = \frac{R}{2}$$

No. des Profils	b mm	d mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gewicht d. m kg
1½	15	3	3,5	2	0,81	0,63
		4			1,04	0,81
2	20	3	3,5	2	1,11	0,87
		4			1,44	1,12
2½	25	3	3,5	2	1,41	1,10
		4			1,84	1,44
3	30	4	5	2,5	2,24	1,75
		6			3,24	2,53
3½	35	4	5	2,5	2,64	2,06
		6			3,84	3,00
4	40	4	6	3	3,04	2,37
		6			4,44	3,46
		8			5,76	4,49
4½	45	5	7	3,5	4,25	3,32
		7			5,81	4,53
		9			7,29	5,69
5	50	5	7	3,5	4,75	3,7
		7			6,51	5,1
		9			8,19	6,4
5½	55	6	8	4	6,24	4,9
		8			8,16	6,4
		10			10,00	7,8
6	60	6	8	4	6,84	5,3
		8			8,96	7,0
		10			11,00	8,6
6½	65	7	9	4,5	8,61	6,7
		9			10,89	8,5
		11			13,09	10,2
7	70	7	9	4,5	9,31	7,3
		9			11,79	9,2
		11			14,19	11,1

No. des Profils	b mm	d mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gewicht d. m. kg
7½	75	8	10	5	11,36	8,9
		10			14,00	10,9
		12			16,56	12,9
8	80	8	10	5	12,16	9,5
		10			15,00	11,7
		12			17,76	13,9
9	90	9	11	5,5	15,39	12,0
		11			18,59	14,5
		13			21,71	16,9
10	100	10	12	6	19,00	14,8
		12			22,56	17,6
		14			26,04	20,3
11	110	10	12	6	21,00	16,4
		12			24,96	19,5
		14			28,84	22,5
12	120	11	13	6,5	25,19	19,7
		13			29,51	23,0
		15			33,75	26,3
13	130	12	14	7	29,76	23,2
		14			34,44	26,9
		16			39,41	30,5
14	140	13	15	7,5	34,71	27,1
		15			39,75	31,0
		17			44,71	34,9
15	150	14	16	8	40,04	31,2
		16			45,44	35,4
		18			50,76	39,6
16	160	15	17	8,5	45,75	35,7
		17			51,51	40,2
		19			57,19	44,6

II. Normalprofile für ungleichschenklige Winkel-Eisen.

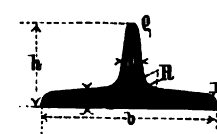
$B = 1,5\,b$ und $B = 2\,b$

$R = \frac{d\,\text{min} + d\,\text{max}}{2}$ $\quad d\,\text{min} = \frac{b + B}{10}$, jedoch mit geringfügigen Abweichungen. $\quad r = \frac{R}{2}$

No. des Profils	b mm	B mm	d mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gewicht d. m kg	No. des Profils	b mm	B mm	d mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gewicht d. m kg
2/3	20	30	3	3,5	2	1,41	1,10	5/10	50	100	8	9	4,5	11,36	8,9
			4			1,84	1,44				10			14,00	10,9
2/4	20	40	3	3,5	2	1,71	1,33	6½/10	65	100	9	10	5	14,04	11,0
			4			2,24	1,75				11			16,94	13,2
3/4½	30	45	4	4,5	2	2,84	2,22	6½/13	65	130	10	11	5,5	18,50	14,4
			5			3,50	2,73				12			21,96	17,1
3/6	30	60	5	6	3	4,25	3,32	8/12	80	120	10	11	5,5	19,00	14,8
			7			5,81	4,53				12			22,56	17,6
4/6	40	60	5	6	3	4,75	3,71	8/16	80	160	12	13	6,5	27,36	21,3
			7			6,51	5,08				14			31,64	24,7
4/8	40	80	6	7	3,5	6,84	5,34	10/15	100	150	12	13	6,5	28,56	22,3
			8			8,96	7,00				14			33,04	25,8
5/7½	50	75	7	8	4	8,26	6,4	10/20	100	200	14	15	7,5	40,04	31,2
			9			10,44	8,1				16			45,44	35,4

III. Normalprofile für T-Eisen.

a) Breitfüssige T-Eisen.



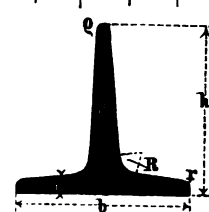
$d = 0,15\,h + 1$ mm

$R = d;\ r = \frac{d}{2}\ \ \varrho = \frac{d}{4}$

Neigung im Fusse durchweg 2%, auf jeder Seite des Stegs 4%.

No. des Profils	b mm	h mm	d mm	R mm	r mm	ϱ mm	F Querschnitt qcm	G Gew. d. m kg
6/3	60	30	5,5	5,5	3	1,5	4,64	3,6
7/3½	70	35	6	6	3	1,5	5,94	4,6
8/4	80	40	7	7	3,5	2	7,91	6,2
9/4½	90	45	8	8	4	2	10,16	7,9
10/5	100	50	8,5	8,5	4	2	12,02	9,4
12/6	120	60	10	10	5	2,5	17,00	13,3
14/7	140	70	11,5	11,5	6	3	22,82	17,8
16/8	160	80	13	13	6,5	3,5	29,51	23,0
18/9	180	90	14,5	14,5	7,5	3,5	37,04	28,9
20/10	200	100	16	16	8	4	45,44	35,4

b) Hochstegige T-Eisen.



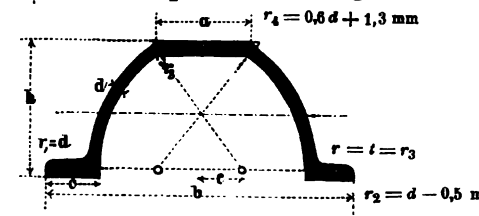
$d = 0,1\,h + 1$ mm

$R = d;\ r = \frac{d}{2};\ \varrho = \frac{d}{4}$

Neigung im Fuss durchweg 2%, auf jeder Seite des Stegs 2%.

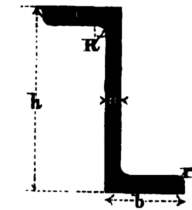
No. des Profils	b mm	h mm	d mm	R mm	r mm	ϱ mm	F Querschnitt qcm	G Gew. d. m kg
2/2	20	20	3	3	1,5	1	1,11	0,9
2½/2½	25	25	3,5	3,5	2	1	1,63	1,3
3/3	30	30	4	4	2	1	2,24	1,7
3½/3½	35	35	4,5	4,5	2	1	2,95	2,3
4/4	40	40	5	5	2,5	1	3,75	2,9
4½/4½	45	45	5,5	5,5	3	1,5	4,65	3,6
5/5	50	50	6	6	3	1,5	5,64	4,4
6/6	60	60	7	7	3,5	2	7,91	6,2
7/7	70	70	8	8	4	2	10,56	8,2
8/8	80	80	9	9	4,5	2	13,59	10,6
9/9	90	90	10	10	5	2,5	17,00	13,3
10/10	100	100	11	11	5,5	3	20,79	16,2
12/12	120	120	13	13	6,5	3	29,51	23,0
14/14	140	140	15	15	7,5	4	39,75	31,0

IV. Normalprofile für Belag-Eisen.



No. des Profils	h mm	b mm	a mm	c mm	t mm	d mm	F Querschnitt qcm	G Gew. d. m. kg	W Widerstandsmoment mom. cm	$w = \frac{W}{G}$ Wirkungsgrad
5	50	120	33	21	5	3	6,8	5,3	9,6	1,8
6	60	140	38	24	6	3,5	9,5	7,3	15,9	2,2
7½	75	170	45,5	28,5	7	4	13,4	10,3	28,3	2,7
9	90	200	53	33	8	4,5	17,9	13,8	45,8	3.3
10	110	240	63	39	9	5	24,2	18,6	76,2	4,0

V. Normalprofile für Z-Eisen.

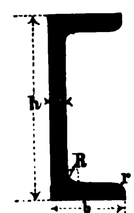


$b = 0,25\,h + 30$ mm
$d = 0,035\,h + 3$ mm
$t = 0,035\,h + 3$ mm
$R = t;\ \ r = \frac{t}{2}$

Flanschflächen sind einander parallel.

No. des Profils	h mm	b mm	d mm	t mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gew. d. m. kg	W Widerstandsmoment mom. cm	$w = \frac{W}{G}$ Wirkungsgrad
3	30	38	4	4,5	4,5	2,5	4,26	3,3	4,0	1,2
4	40	40	4,5	5	5	2,5	5,35	4,2	6,7	1,6
5	50	43	5	5,5	5,5	3	6,68	5,2	10,4	2,0
6	60	45	5	6	6	3	7,80	6,1	14,7	2,4
8	80	50	6	7	7	3,5	10,96	8,6	27,0	3,2
10	100	55	6,5	8	8	4	14,26	11,1	43,8	3,9
12	120	60	7	9	9	4,5	17,94	14,0	65,9	4,7
14	140	65	8	10	10	5	22,60	17,6	59,1	5,4
16	160	70	8,5	11	11	5,5	27,13	21,2	130,3	6,2

VI. Normalprofile für ⊏-Eisen.



$b = 0{,}25\,h + 25$ mm.

Neigung im Flansch 8%.

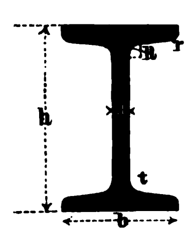
No. des Profils	h mm	b mm	d mm	t mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gewicht d. m. kg	W Widerstandsmoment mom. cm	$w = \frac{W}{G}$ Wirkungsgrad
3	30	33	5	7	7	3,5	5,42	4,2	4,3	1,0
4	40	35	5	7	7	3,5	6,20	4,8	7,1	1,5
5	50	38	5	7	7	3,5	7,12	5,6	10,7	1,9
6½	65	42	5,5	7,5	7,5	4	9,05	7,1	17,9	2,5
8	80	45	6	8	8	4	11,04	8,6	26,7	3,1
10	100	50	6	8,5	8,5	4,5	13,48	10,5	41,4	3,9
12	120	55	7	9	9	4,5	17,04	13,3	61,3	4,6
14	140	60	7	10	10	5	20,40	15,9	87,0	5,5
16	160	65	7,5	10,5	10,5	5,5	24,08	18,8	116,5	6,2
18	180	70	8	11	11	5,5	28,04	21,9	151,6	6,9
20	200	75	8,5	11,5	11,5	6	32,30	25,2	192,7	7,7
22	220	80	9	12,5	12,5	6,5	37,55	29,3	246,5	8,4
26	260	90	10	14	14	7	48,40	37,8	373,6	9,9
30	300	100	10	16	16	8	58,80	45,9	537,6	11,7

Waggon-Eisen.

Die Stegdicken d und Flanschdicken t variiren bei den verschiedenen Eisenbahn-Gesellschaften.

No. des Profils	h	b	d	t	R	r	F	G	W	w
10½	105	65	8	8	8	4	17,52	13,7	55,7	4,1
11¾	117,5	65	10	10	10	5	22,75	17,8	77,3	4,4
14½	145	60	8	8	8	4	19,92	15,5	81,9	5,2
23½	235	90	10	12	12	6	42,70	33,3	295,4	8,9
26	260	90	10	10	10	5	42,00	32,8	305,1	9,3
30	300	75	10	10	10	5	43,00	33,5	332,3	9,9

VII. Normalprofile für I-Eisen.



$t = 1{,}5\,d$
$R = d$
$r = 0{,}6\,d$
Bis $h = 250$ mm ist: $b = 0{,}4\,h + 10$ mm
$d = 0{,}03\,h + 1{,}5$ mm
Für $h > 250$ mm ist: $b = 0{,}03\,h + 35$ mm
$d = 0{,}036\,h$.

Neigung im Flansch 14%.

No des Profils	h mm	b mm	d mm	t mm	R mm	r mm	F Querschnitt qcm	G Gewicht d. m kg	W Widerstandsmoment mom. cm	$w = \frac{W}{G}$ Wirkungsgrad
8	80	42	3,9	5,9	3,9	2,3	7,61	6,0	19,6	3,3
9	90	46	4,2	6,3	4,2	2,5	9,05	7,1	26,2	3,7
10	100	50	4,5	6,8	4,5	2,7	10,69	8,3	34,4	4,1
11	110	54	4,8	7,2	4,8	2,9	12,36	9,6	43,8	4,5
12	120	58	5,1	7,7	5,1	3,1	14,27	11,1	55,1	5,0
13	130	62	5,4	8,1	5,4	3,2	16,19	12,6	67,8	5,4
14	140	66	5,7	8,6	5,7	3,4	18,35	14,3	82,7	5,8
15	150	70	6,0	9,0	6,0	3,6	20,52	16,0	99,0	6,2
16	160	74	6,3	9,5	6,3	3,8	22,94	17,9	118,1	6,6
17	170	78	6,6	9,9	6,6	4,0	25,36	19,8	138,5	7,0
18	180	82	6,9	10,4	6,9	4,1	28,04	21,9	162,2	7,4
19	190	86	7,2	10,8	7,2	4,3	30,70	24,0	187,3	7,8
20	200	90	7,5	11,3	7,5	4,5	33,65	26,2	216,2	8,3
21	210	94	7,8	11,7	7,8	4,7	36,55	28,5	246,4	8,7
22	220	98	8,1	12,2	8,1	4,9	39,76	31,0	280,9	9,1
23	230	102	8,4	12,6	8,4	5,0	42,91	33,5	316,7	9,5
24	240	106	8,7	13,1	8,7	5,2	46,37	36,2	357,3	9,9
26	260	113	9,4	14,1	9,4	5,6	53,66	41,9	446,0	10,7
28	280	119	10,1	15,2	10,1	6,1	61,39	47,9	547,0	11,4
30	300	125	10,8	16,2	10,8	6,5	69,40	54,1	659,2	12,2
32	320	131	11,5	17,3	11,5	6,9	78,15	61,0	788,9	13,0
34	340	137	12,2	18,3	12,2	7,3	87,16	68,0	931,0	13,7
36	360	143	13,0	19,5	13,0	7,8	97,50	76,1	1098,1	14.5
38	380	149	13,7	20,5	13,7	8,2	107,53	83,9	1274,1	15,2
40	400	155	14,4	21,6	14,4	8,6	118,34	92,3	1472,3	16,0
42½	425	163	15,3	23,0	15,3	9,2	132,97	103,7	1753,7	16,9
45	450	170	16,2	24,3	16,2	9,7	147,65	115,2	2053,5	17,9
47½	475	178	17,1	25,6	17,1	10,3	163,61	127,6	2396,3	18,8
50	500	185	18,0	27,0	18,0	10,8	180,18	140,5	2769,8	19,7

Alphabetisches Namen- und Sachregister.

A.

B.

C.

D.

E.

F.

G.

Druck von J. B. Hirschfeld in Leipzig.

von A und D. So fährt man fort, in einzelnen Strecken von der Länge der Latte zu nivelliren, bis man nach B kommt. (Fig. 14.)

b) **Das Nivellement mit der Canalwaage und dem Fernrohr-Niveau** ist ganz ähnlich. Das erstere Instrument wird bei Stationen von deutlicher Sehweite benutzt und stehe zuerst in A, wenn das Terrain (Fig. 15) zu nivelliren ist. Man findet dann den Unterschied zwischen der Höhenlage der Punkte x und y. Durch das Nivelliren aus B ermittelt man die Lage der Punkte c und d und hat somit den Unterschied in der Höhe zwischen A und B; so fährt man fort, bis das Nivellement beendigt ist.

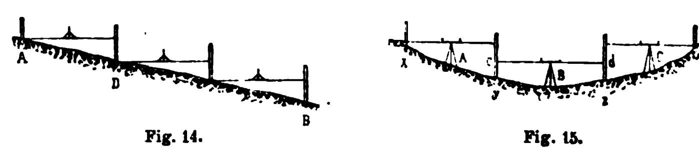


Fig. 14. Fig. 15.

c) **Bei Arbeiten mit dem Fernrohr-Niveau** hat man Folgendes zu beachten:

1. Man mache die Stationen nicht zu lang und womöglich gleich.
2. Man ermittele an einer 100 m entfernten Latte den Fehler, den die nicht ganz genaue Einstellung der Libelle hervorbringt, und corrigire nach Bedürfniss.
3. Man stelle das Instrument in der Mitte zwischen zwei Stationen auf, weil sich dadurch kleine Fehler ausgleichen (Nivelliren aus der Mitte).
4. Die Libelle ist vor strahlender Wärme (directen Sonnenstrahlen) zu schützen.
5. Bezweifelt man den verticalen Stand der Latte, so lässt man den Gehilfen mit derselben einen in der verticalen Ebene liegenden Bogen beschreiben und liest den höchsten Punkt ab.
6. Zu den Nivellements von Bergen und steilen Abhängen hat man sich der Setzwaage oder der Libelle mit Setzlatte zu bedienen.

d) **Manual für grössere Nivellements.**

Ort . . . . . . Beobachtet am . . . .

Nr.	Lattenablesung			Höhe		Bemerkungen
	rückwärts cm	Mitte cm	vorwärts cm	der Visur cm	des Punktes m	
1	340		312	180	120	Ueber dem Pegel zu N.
2	355		321	182		

e) **Manual für kleinere Nivellements.**

Standpunkt	Rückwärts visirt cm	Vorwärts visirt cm	Bemerkungen
1	31,17	57,19	
2	24,71	69,13 *	* Oberwasserspiegel des Teiches.
3	98,83	121,21	
4	7,244 †	24,03	† Unterwasserspiegel des Grabens.
5	54,37	34,57	
	216,32	306,13	

Vorwärts . . . . 306,13 cm
Rückwärts . . . . 216,32 „
also Steigung . . . 89,81 cm

Ergiebt das Rückwärtsvisiren eine grössere Summe als das Vorwärtsvisiren, so findet natürlich Senkung statt.

LITERATUR.

Verzeichniss der benutzten Quellen.

Hunäus, Lehrbuch der practischen Geometrie. Hannover 1868. Rümpler.
Uhland, Ingenieurkalender 1880. Leipzig. Baumgärtner.
Weisbach's Ingenieur. Braunschweig 1874. Fr. Vieweg & Sohn.

VIII. Münz-, Mass- und Gewichtstabellen.

A. Münztabelle aller Länder.

Münzsorten	Werth eines Stückes												
	deutsche R.-W.		norddeutsche W.			österr. W. (Gold-W.)		süddeutsche W.		franz. W.		engl. W.	
	M.	Pf.	Thlr.	Sgr.	Pf.	Fl.	Xr.	Fl.	Xr.	Fr.	Ct.	Shl.	Pnc.
Aegypten. 1 Piaster à 40 Para à 2 Courantpiaster	—	20,7	—	2	0,7	—	10,4	—	7,3	—	26	—	2,5
Arabien. 1 Krusch à 40 Diwani	1	67,5	—	16	7,5	—	83,8	—	59	2	09	1	7,6
Argent. Republik. 1 Peso fuerte à 8 Reales	4	19	1	11	9	2	9,5	2	27	5	24	4	1
Australien. 1 L. Strl. à 20 s. à 12 d.	20	43	6	24	3	10	21,5	11	57	25	54	20	—
Belgien. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Birma. 1 Bat à 4 Sal. à 2 Fuangs à 100 Kauris	2	3,7	—	20	3,7	1	1,9	1	11	2	55	2	—
Bolivia. 1 Boliviano à 100 Centavos	4	—	1	10	—	2	—	2	20	5	—	3	11
Brasilien. 1 Milreïs à 1000 Reïs	2	33,8	—	23	3,8	1	16,9	1	22	2	92	2	3
Central-Amerika. 1 Peso à 100 Centavos	4	—	1	10	—	2	—	2	20	5	—	3	11
Chile. 1 Peso à 100 Centavos	4	—	1	10	—	2	—	2	20	5	—	3	11
China. 1 Tael à 10 Mehss à 10 Candarihns à 10 Kesch	6	50	2	5	—	3	25	3	48	8	12,5	6	5
Columbia. 1 Peso à 10 Decimos à 10 Centavos	4	6,6	1	10	6,6	2	3,3	2	22,7	5	8	3	11,7
Cuba und Portorico. 1 Piaster à 100 Centimes	4	33,3	1	13	3,3	2	16,7	2	32	5	42	4	2,9
Dänemark. 1 Krone à 100 Ore	1	12,5	—	11	2,5	—	56,3	—	39,5	1	41	1	1,2
Deutschland. 1 Mark à 100 Pfennige	1	—	—	10	—	—	50	—	35	1	25	—	11,75
2790 Mark = 1 kg feines Gold = 15½ kg Silber.													
1 Doppel-Krone à 20 Mark = 2 Kronen à 10 Mark.													
Dominic. Republik. 1 Gourd à 100 Cents	4	33,3	1	13	3,3	2	16,7	2	32	5	42	4	2,9
Ecuador. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Frankreich. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Gesellsch.-Inseln. 1 Franc à 100 Centimes	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Griechenland. 1 Drachme à 100 Lepta	—	72,5	—	7	2,5	—	36,3	—	25,4	—	90,6	—	8,5
Grossbritannien und Irland. 1 L. Strl. à 20 s. à 12 d.	20	43	6	24	3	10	21,5	11	57	25	54	20	—
Haiti. 1 Piaster forte	4	33,3	1	13	3,3	2	16,7	2	32	5	42	4	2,9
Japan. 1 Goldyen à 100 sen	4	38	1	13	8	2	19	2	34	5	47,5	4	3,5
1 Silberyen à 100 sen à 10 rin	4	33,3	1	13	3,3	2	16,7	2	32	5	42	4	2,9
Italien. 1 Lire à 100 Centesimi	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Liberia. 1 Gold-Dollar à 100 Cents	4	19	1	11	9	2	9,5	2	27	5	24	4	1,2
Madagascar. 1 Piaster	4	33,3	1	13	3,3	2	16,7	2	32	5	42	4	2,9
Marocco. 1 Piaster à 15 Unzen	4	33,3	1	13	3,3	2	16,7	2	32	5	42	4	2,9
Mexico. 1 Piaster à 8 Reales od. 100 Centimes	4	33	1	13	3	2	16,5	2	32	5	41	4	2,9
Niederlande. 1 Gulden à 100 Cents	1	69	—	16	9	—	84,5	—	59	2	11	1	8
Norwegen. 1 Krone à 100 Ore	1	12,5	—	11	2,5	—	56,3	—	39,5	1	41	1	1,2
Oesterreich. 1 Gulden à 100 Kreuzer	2	—	—	20	—	1	—	1	10	2	50	1	11,5
Paraguay. 1 Piaster à 100 Centimes	4	—	1	10	—	2	—	2	20	5	—	3	11
Persien. 1 Toman Gold à 10 Kran à 2 Panabat à 10 Schahi	9	30	3	3	—	4	65	5	26	11	63	9	1,3
1 Rupie Silber	1	56	—	15	6	—	78	—	55	1	95	1	6,4
Peru. 1 Sol à 100 Centavos	4	—	1	10	—	2	—	2	20	5	—	3	11
Portugal. 1 Goldkrone à 10 Milreïs	44	70	14	27	—	22	35	26	08	55	88	43	9
Rumänien. 1 Lei à 100 Ban Para	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Russland. 1 Silber-Rubel à 100 Kopeken	3	22,4	1	2	2,4	1	61,2	1	53	4	3	3	1,9
Sandwich-Inseln. 1 Dollar à 100 Cents	4	19	1	11	9	2	09,5	2	27	5	24	4	1,2
Schweden. 1 Krone à 100 Ore	1	12,5	—	11	2,5	—	56,3	—	39,5	1	41	1	1,2
Schweiz. 1 Franc à 100 Rappen	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Serbien. 1 Dinar à 100 Para	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Siam. 1 Bat à 4 Salungs à 2 Fuangs à 800 Kauris	2	54	—	25	4	1	27	1	29	3	17,5	2	6
Spanien. 1 Peseta à 100 Cents	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
1 Duero à 20 Reales à 34 Maravedis	4	14	1	11	4	2	7	2	25	5	17,5	4	0,6
Straits Settlement. 1 Rupie à 16 Anans à 12 Pies	2	—	—	20	—	1	—	1	10	2	50	1	11,5
Tripolis. 1 Piaster à 40 Para	—	18,3	—	1	8,3	—	9,2	—	6,4	—	23	—	2,1
Tunis. 1 Piaster à 16 Karruben	—	54	—	5	4	—	27	—	19	—	68	—	6,4
Türkei. 1 Piaster à 40 Para à 3 Asper	—	19	—	1	9	—	9,5	—	6,7	—	24	—	2,2
Uruguay. 1 Piaster à 8 Reales	3	20	1	2	—	1	60	1	52	4	—	3	2
Venezuela. 1 Silber-Bolivar à 100 Centesimos	—	80	—	8	—	—	40	—	28	1	—	—	9,4
Vereinigte Staaten von Nord-Amerika. 1 Gold-Dollar à 100 Cents	4	19	1	11	9	2	9,5	2	27	5	24	4	1,2
½ Silber-Dollar à 5 Dimes à 10 Cents	2	—	—	20	—	1	—	1	10	2	50	1	11,5

